

NS 1) Feladat (10 pont).

Mikor mondjuk, hogy a_n Cauchy sorozat?

Konvergens-e illetve Cauchy sorozatot alkot-e az

$$a_n = \left(\frac{1}{n} - 1 \right)^n$$

sorozat?

NΣ 2) Feladat (20 pont).

Mondja ki a sorokra vonatkozó hányadoskritérium két alakját a tanult formában!

Bizonyítsa be a limeszes alakot!

Adjon példát az alkalmazására!

D 3) Feladat (25 pont).

Hogyan definiáljuk az $f^{-1}(x) = \arccos x$ függvényt? $\mathcal{D}_{f^{-1}} = ?$, $\mathcal{R}_{f^{-1}} = ?$

Írja le és indokolja meg az inverzfüggvény differenciálhatóságára vonatkozó tételt!

Ennek alapján vezesse le az $f^{-1}(x) = \arccos x$ függvény deriváltját!

1f 4) Feladat (15 pont).

Mondja ki és bizonyítsa be az integrálszámítás I. alaptételét!

Hol használjuk fel?

1f 5) Feladat (15 pont).

a) Hogyan definiáljuk a határozott integrált?

b) Írja fel az

$$f(x) = \begin{cases} 3, & \text{ha } x = \text{rac.} \quad x \in [0, 5] \\ 2, & \text{ha } x = \text{irrac.} \quad x \in [0, 5] \end{cases}$$

alsó illetve felső integrálközelítő összegét! Riemann integrálható-e ez a függvény?

1f 6) Feladat (15 pont).

Konvergens-e az

$$\int_0^{\infty} \frac{1}{xe^x + \sqrt{x}} dx$$

integrál? A felhasznált tételt (tételeket) írja le!