

2. mérés - beugrókérdések

Jelterjedés, modulációs eljárások vizsgálata

- Mi a több utas jelterjedés modellje a blokkvázlat szintjén? Hogyan írná le ezt matematikai alakban?

Matematikai alak: a vivőfrekvenciás jel az alábbi módon írható fel:

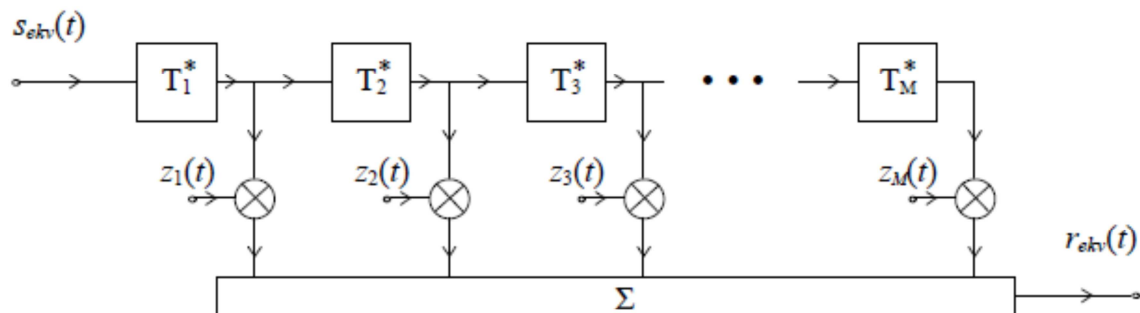
$$s(t) = \operatorname{Re}\{s_+(t)\} = a(t) \cos(2\pi f_0 t + \varphi(t)).$$

Vezessük be a következő jelöléseket

- m fő terjedési útvonal sorszáma ($m=1, \dots, M$)
- n mellékútvonal sorszáma ($n=1, \dots, N_M$)
- $r_{mn}(t)$ az mn útvonalon haladó jel a vevő helyén
- α_{mn} a csillapítási tényező
- τ_{mn} a késleltetés
- f_{mn} a Doppler-csúszás $\frac{f_0 v}{c} \cos \psi_{mn}$
- v a mobil sebessége
- ψ_{mn} a mozgás és a hullámterjedés iránya által bezárt szög
- c a fénysebesség
- f_0 vivőfrekvencia

Az alapmodell és a fenti jelölések alapján az mn útvonalon érkező jel komplex előburkolója az alábbi módon írható fel:

$$r_{+mn}(t) = \alpha_{mn} s_{ekv}(t - \tau_{mn}) e^{j2\pi f_0(t - \tau_{mn})} e^{j2\pi f_{mn}t}, \quad \rightarrow \quad r_{ekv}(t) = \sum_{m=1}^M s_{ekv}(t - T_m) z_m(t).$$



4.2 ábra A mobil rádiócsatorna alapsávi ekvivalens modellje

- Írja fel a vevőbe érkező jel alapsávi ekvivalensének képletét, ha adott a csatornába érkező jel alapsávi ekvivalense és a csatorna karakterisztikus függvénye!

Ha az mn útvonalon haladó jel τ_{mn} késleltetése független a mellékútvonaltól, azaz a szóródás után az egyes mellékutakon közel azonos hosszúságú utat tesz meg a vevőig, vagy csak olyan kis mértékben tér el az egyes utakon, hogy a változás a szimbólumidőhöz képest kicsi, akkor az m -dik főútvonalat tartalmazó valamennyi adó-vevő útvonal késleltetése jó közelítéssel

$$T_m = \frac{1}{N_m} \sum_{n=1}^N \tau_{mn},$$

amiből

$$r_+(t) = \sum_{m=1}^M s_{ekv}(t - T_m) e^{j2\pi f_0 t} \underbrace{\sum_{n=1}^{N_m} \alpha_{mn} e^{-j2\pi f_0 \tau_{mn} + j2\pi f_{mn} t}}_{z_m(t)}$$

alakban írható fel. Bevezetve a mellékútvonal-független komplex $z_m(t)$ szorzófaktorot, valamint alkalmazva a komplex előburkoló és az alapsávi ekvivalens közötti összefüggést, a komplex alapsávi ekvivalensre az alábbi kifejezés adódik

$$r_{ekv}(t) = \sum_{m=1}^M s_{ekv}(t - T_m) z_m(t).$$

(ez a lényeg.)

- Mit mondhatunk a csatornából kilépő jel fázisban lévő és kvadratúra komponenseinek eloszlásáról, ha a csatornában Rayleigh fading van? Mi lesz ekkor az amplitudó sűrűségfüggvénye? Hát nem érdekes?

Rayleigh-fadinges csatorna esetén $z(t)$ valós és képzetes rész, $x(t)$ és $y(t)$ független, 0 várható értékű, σ szórású Gauss-eloszlású valószínűségi változók. Ennek megfelelően a csatorna idő-frekvencia autokorrelációs függvénye

$$\begin{aligned} \varphi(\tau) &= \frac{1}{2} E\{(x(t) - jy(t))(x(t+\tau) + jy(t+\tau))\} = \\ &= \frac{1}{2} E\{x(t)x(t+\tau)\} + \frac{1}{2} E\{y(t)y(t+\tau)\} \end{aligned}$$

Állandó amplitúdójú bemeneti jel esetében, azaz $x(t)=x$ és $y(t)=y$, a kimeneti jel amplitúdója és fázisa éppen

$$A = \sqrt{x^2 + y^2} \quad \phi = \arctan\left(\frac{y}{x}\right) \bmod 2\pi$$

A komplex $z(t)$ -vel jellemzett fading tehát kétféle módon is leírható. Attól függően, hogy milyen szempontok szerint kívánjuk vizsgálni, megadhatjuk valós

és képzetes részével, illetve az ezzel teljesen ekvivalens amplitúdójával és fázisával.

Ismert, hogy két független Gauss-eloszlású valószínűségi változó vektoriális összegének az eloszlása Rayleigh-eloszlást követ. Így a csatornán áthaladó jel amplitúdójának sűrűségfüggvénye

$$f_A(a) = \frac{a}{\sigma^2} e^{-\frac{a^2}{2\sigma^2}}$$

alakú, fázisának eloszlása pedig egyenletes:

$$f_\phi(\phi) = \frac{1}{2\pi}$$

- Mennyivel több egy olyan csatorna, ahol létezik a közvetlen jelút is? Hogyan modellezné az ilyen csatornát és mi a neve?

Ha a csatornában van egy időtől független direkt terjedési út, akkor a fading leírásában a $z(t) = x_0 + x(t) + j y(t)$ alakhoz jutunk, ahol x_0 a direkt átviteli útra jellemző átviteli konstans, $x(t)$ és $y(t)$ pedig a Rayleigh-fadinghez hasonlóan független Gauss eloszlású valószínűségi változók. Ilyenkor a jel amplitúdója az

$$A = \sqrt{(x_0 + x(t))^2 + y^2(t)}$$

kifejezés alapján számolható. Ekkor az amplitúdó valószínűségi sűrűségfüggvénye az

$$f_A(a) = \frac{a}{\sigma^2} e^{-\frac{a^2 + x_0^2}{2\sigma^2}} I_0\left(\frac{a x_0}{\sigma^2}\right)$$

ún. Rice-eloszlással írható le ahol $I_0(x)$ -et a következő módon definiáljuk:

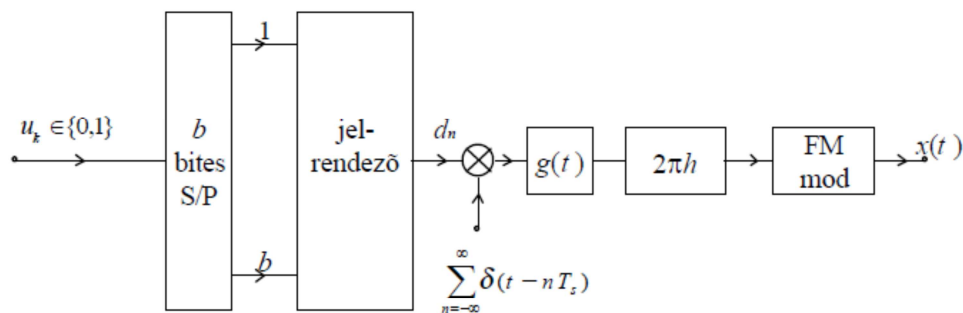
$$I_0(x) = \begin{cases} 1 + \frac{x^2}{4} + \frac{x^4}{64} + \dots & \text{ha } x \ll 1 \\ \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n}}{2^{2n} (n!)^2} & \text{általában} \\ \frac{e^x}{\sqrt{2\pi x}} \left(1 + \frac{1}{8x} + \dots\right) & \text{ha } x \gg 1 \end{cases}$$

Vagyis ez a Rice-eloszlás. Ilyenkor van LOS (Line of Sight, vagyis direkt jelút)

- Rajzolja fel a nemlineáris modulációs rendszerek általános blokkvázlatát, és nevezze meg az egyes elemeket! Mondjon példát a $g(t)$ függvényekre!

A mobil rendszerekben használt nemlineáris modulációs rendszerek elsődleges jellemzője, hogy a modulált jel fázisa folytonos függvénye az időnek. A frekvencia-, illetve a fázismodulált jelek sáv szélessége végtelen, szemben a lineáris modulált jelekkel. Ezért olyan nemlineáris modulációkat kerestünk, melyeknél minél kisebb sáv szélességben koncentrálódik a jelteljesítmény. Viszont a nemlineáris modulációknak nagy előnyük a lineáris modulációkkal szemben az állandó burkoló, mely lehetővé teszi a nagy hatásfokú, nemlineáris erősítők használatát.

Folytonos fázisú modulációs (CPM) rendszerek általános felépítését az alábbi ábrán láthatjuk.



3. ábra CPM rendszer általános felépítése

A modulátor a bitfolyam soros/párhuzamos átalakításával kezdődik. A jelrendező kimenetén egy valós értékű d_n sorozat jelenik meg, melyre teljesül, hogy páros M -ekre.

$$d_n \in [-(M-1), \dots, -1, 1, \dots, (M-1)]$$

A $g(t)$ elemi frekvenciafüggvényt egy Dirac-sorozat és egy $g(t)$ súlyfüggvényű szűrő segítségével rendeljük a d_n sorozathoz. Ezután egy $2\pi h$ értékkel való szorzás következik, ahol h a fázismodulációs indexet jelöli, ami megadja, hogy egy szimbólum a modulált jel fázisát a teljes körhöz képest mennyivel forgatja el, majd végül a jel egy frekvenciamodulátorra kerül.

Példa $g(t)$ -re:

Lineáris fázisú rendszerek:

$$g(t) = \begin{cases} \frac{1}{2T_s} & ; \quad t \in [0, T_s) \\ 0 & ; \quad \text{egyébként} \end{cases}$$

Simított teljes válaszfüggvényű rendszer

$$g(t) = \begin{cases} \frac{\pi}{4T_s} \sin\left(\frac{t\pi}{T_s}\right) & ; \quad t \in [0, T_s) \\ 0 & ; \quad \text{egyébként} \end{cases}$$

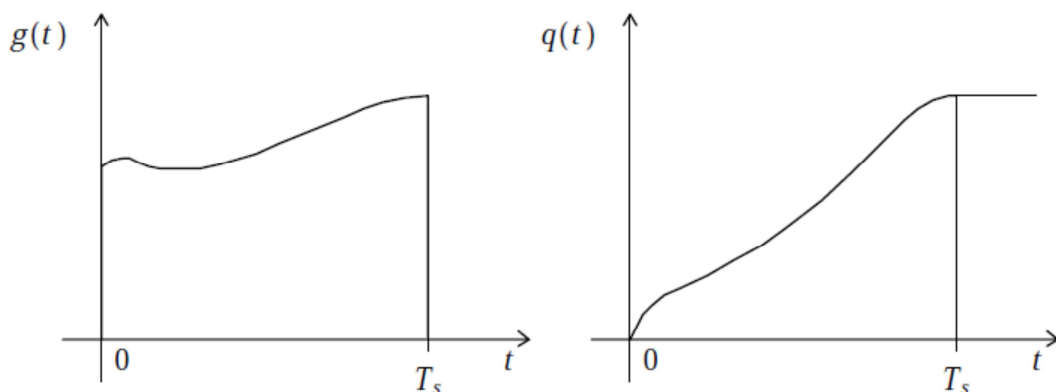
- Mi a különbség a teljes és a részleges válaszfüggvényű rendszerek között? Mit jelent ez a $g(t)$ és a $q(t)$ függvényekre nézve?

//Megj: csoportosítás:

1. Teljes válaszfüggvényű rendszerek ($T = T_s$)
 - 1.1. Lineáris fázisú rendszerek
 - 1.2. Simított teljes válaszfüggvényű rendszer
2. Részleges válaszfüggvényű rendszerek ($T > T_s$)
 - 2.1. Véges tartójú elemi jelek
 - 2.1.1. Lineáris fázisú
 - 2.1.2. Emelt koszinusz (RC) impulzus
 - 2.1.3. Fél periódusú szinusz (HSC)
 - 2.2. Végtelen tartójú elemi jelek ($T \rightarrow$ végtelen)
 - 2.2.1. Emelt koszinusz spektrumú Nyquist-impulzus (NYQ)
 - 2.2.1. Gauss MSK pulzus (GMSK)

Teljes válaszfüggvényű

A teljes válaszfüggvényű modulációk esetén a $q(t)$ függvény T_s tartóval rendelkezik, azon kívül az elemi fázisfüggvény értéke nulla, ahogy azt a 4. ábrán láthatjuk. T azt az időtartamot jelöli, amíg változik az elemi függvény, T_s pedig a szimbólumidőt



**4. ábra Teljes válaszfüggvényű CPM rendszer
elemi frekvencia- és fázisfüggvénye**

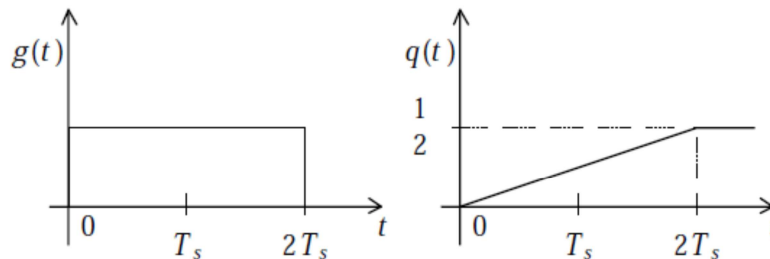
Részleges válaszfüggvényű

Két esetet különböztetünk meg, de mindkettőre egyaránt jellemző, hogy az elemi fázis-, illetve frekvenciafüggvény a T_s idő többszörösére terjed ki. Így a fázis és frekvencia változás lassabban megy végbe, ami a sávszélesség csökkenését eredményezi.

Egy példa:

- Lineáris fázisú

$$g(t) = \begin{cases} \frac{1}{2LT_s} & ; \quad t \in [0, LT_s) \\ 0 & ; \quad \text{egyébként} \end{cases}$$



Leglényegesebb, hogy a részleges válaszfüggvényű esetben $g(t)$ „ugyanott kezdődik, ahol befejeződik”, ezért nincs ugrás.

- **Mi az MSK lényege? Miért jó ez? Mi a hátránya?**

Az elemi frekvenciafüggvény a következő:

$$g(t) = \begin{cases} \frac{1}{2T_s} & ; \quad t \in [0, T_s) \\ 0 & ; \quad \text{egyébként} \end{cases}$$

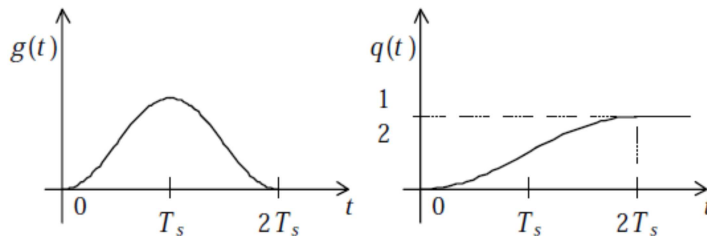
Bináris esetben, azaz ha $M = 2$, valamint a fázismodulációs tényező hagyományos $h = \frac{1}{2}$, akkor ún. Minimum Shift Keying (MSK) modulációról beszélünk, melynek lényege, hogy minden egyes új szimbólum a vivő alá vagy

fölé hangolja a frekvenciát $\frac{1}{2T_s}$ értékkel, illetve $\pm \frac{\pi}{2}$ fázistolást okoz. Ez viszont nem túl előnyös a spektrumkihasználás szempontjából. A jel teljesítményének jelentős részét a melléknyalábok hordozzák, melyek közül az első csak 23 dB-lel kisebb mint a főnyaláb. Ez azzal magyarázható, hogy bár a fázis nem ugrik, de a frekvencia igen. Ezen segítenek a simított teljes válaszfüggvényű rendszerek.

- Rajzolja fel az emelt koszinuszú impulzust! Próbálja meg felírni a képletét!

Emelt koszinusz (RC) impulzus

$$g(t) = \begin{cases} \frac{1}{2LT_s} \left(1 - \cos\left(\frac{2\pi t}{LT_s}\right) \right) & ; \quad t \in [0, LT_s) \\ 0 & ; \quad \text{egyébként} \end{cases}$$



6. ábra Emelt koszinuszos véges tartójú jel
frekvencia- és fázisfüggvénye

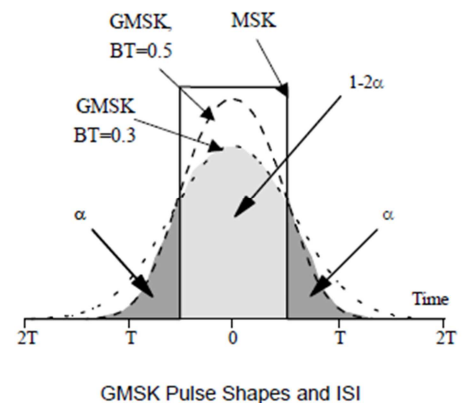
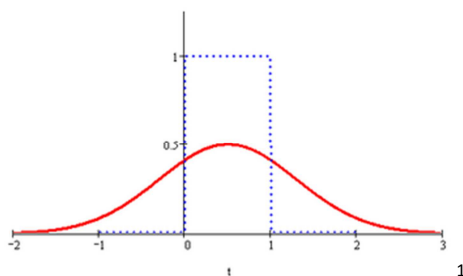
- Írja fel a GMSK jel képletét! Mit jelent a konvolúciós szorzat? Próbálja meg elképzelni a $g(t)$ függvényt ebben az esetben. Milyen kimeneti jelalakra és sávszélességre számít?

Ezt használják a GSM modulációs technikájaként.

$$g(t) = \frac{1}{2T_s^2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{t^2}{2(\sigma T_s)^2}\right) * \text{rect}\left(\frac{t}{T_s}\right)$$

$$\text{rect}\left(\frac{t}{T_s}\right) = \begin{cases} 1 & ; |t| < \frac{T_s}{2} \\ 0 & ; \text{egyébként} \end{cases} \quad T_s B = \frac{\sqrt{\ln 2}}{2\pi\sigma}$$

Kimeneti jelalak:



GMSK generally achieves a bandwidth efficiency less than 0.7 bits per second per Hz (QPSK can be as high as 1.6 bits per second per Hz).²

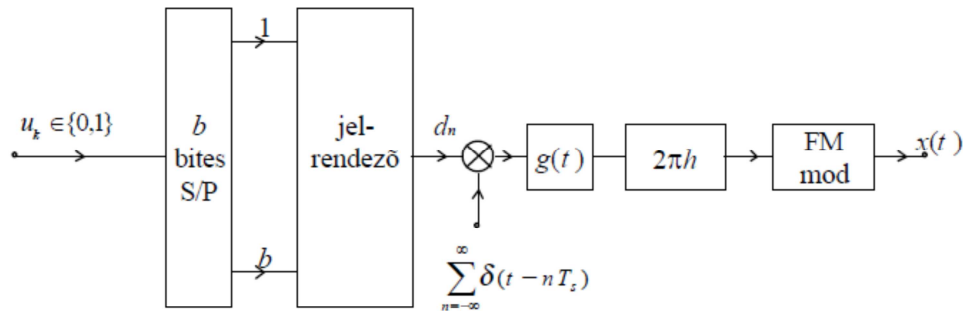
A rádiófrekvenciás csatornák sávszélessége a hibajavító kódolás és a GMSK moduláció miatt 200 kHz.³

¹ <http://de.wikipedia.org/wiki/Frequenzumtastung>

² http://wireless.ictp.trieste.it/school_2001/lectures/fitton/digital_mod.pdf

³ <http://test.mindenerdekel.hu/technika/MobiltelefonHalozatokbanAlkalmazottAdatviteliEljarasok.htm>

HF Gondolkozzon el azon, hogy hogyan építené fel blokkokból a nemlineáris modulációs rendszereket. (?)



3. ábra CPM rendszer általános felépítése

Trigonometrikus összefüggések alapján határozza meg, hogy mi a különbség az RC és a HSC eljárások között.

RC

$$\frac{1}{2 L T_s} \left(1 - \cos \left(\frac{2 \pi t}{L T_s} \right) \right) \text{ ez olyan mintha } 1 - \cos(2x)$$

HSC

$$\frac{\pi}{4 L T_s} \sin \left(\frac{t \pi}{L T_s} \right) \text{ ez olyan mintha } \sin(x)$$

felhasználva, hogy: $\cos(2x) = \cos^2 x - \sin^2 x$ és $1 = \sin^2 x + \cos^2 x$:

$$\sin^2 x + \cos^2 x - \cos^2 x + \sin^2 x = 2 \sin^2 x$$

Ebből:

$$\text{RC: } \frac{1}{L T_s} \sin^2 \left(\frac{\pi t}{L T_s} \right) \quad \text{és} \quad \text{HSC: } \frac{\pi}{4 L T_s} \sin \left(\frac{\pi t}{L T_s} \right)$$

Gondolkozzon el a NYQ és GMSK modulációkhoz szükséges $g(t)$ jelek előállításán (ezen tényleg gondolkodni kell). (??)