1. feladat (12 pont)
Oldja meg a következő differenciálegyenletet! (Elég az implicit alak.)

$$y' = \frac{\operatorname{arctg}(3x)}{\operatorname{ch}(2y)}$$

2. feladat (12 pont)
Határozza meg a következő differenciálegyenlet általános megoldását! ($x \neq 0$)

$$y' = \frac{x^2}{x^2+1} + \frac{2}{x}y$$

3. feladat (16 pont)
Alkalmas helyettesítéssel oldja meg a következő differenciálegyenletet! (A megoldást explicit alakban adja meg! $x \neq 0$)

$$x^2y' = y^2 - 4xy + 4x^2$$

4. feladat (10 pont)

$$y' = y^2 + 4y + x^2$$

a) Rajzolja fel a fenti differenciálegyenlet $+1$, 0 és -1 meredekséghez tartozó izoklináit, és jelöljön be néhány vonalelemet!
b) Milyen lokális tulajdonságai vannak az $(2,-2)$ ponton áthaladó megoldásnak? (Feltehető, hogy a megoldás kellően sokszor differenciálható.)

5. feladat (14 pont)
Határozza meg a következő differenciálegyenlet általános megoldását!

$$y''' - 9y' = 4e^{3x}$$

6. feladat (12 pont)
Határozza meg azt a legalacsonyabb rendű, homogén, állandó együtthatós, lineáris differenciálegyenletet, melynek az $(3x+2)\operatorname{ch}(5x)$ függvény megoldása! Írja föl az egyenlet általános megoldását is!

7. feladat (10 pont)
Határozza meg a következő rekurzióval definiált sorozat általános elemét!

$$f(n+2) = -\frac{5}{3}f(n+1) + \frac{2}{3}f(n); \qquad f(0)=1, \qquad f(1)=5.$$

8. feladat (8+6=14 pont)
Konvergensek-e a következő sorok?

$$a) \quad \sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{3n+1}{3n+5}\right)^{n^2+2n}; \qquad b) \quad \sum_{n=0}^{\infty}\frac{(2n)!\cdot 4^{n-2}}{(3n)!}.$$