

Képletek

$$y(t) = \beta * e^{-\alpha t} \Leftrightarrow y(s) = \frac{\beta}{s + \alpha}$$

$$y(0) = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{y(s)}{\frac{1}{s}}$$

$$y(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{y(s)}{\frac{1}{s}}$$

Statikus hiba:

	k	k/s	k/s ²
Egység- ugrás	$\frac{1}{k+1}$	0	0
Sebesség- ugrás	∞	$\frac{1}{k}$	0
Gyorsulás- ugrás	∞	∞	$\frac{1}{k}$

$$T(s) = \frac{L}{1 + L}$$

$$T(s) = \frac{1}{1 + 2\zeta Ts + T^2 s^2}$$

$$Y(s) = [C^T(sI - A)^{-1}B + D] * U(s)$$

Átviteli fv. számítása állapotterez alakból:

$$H(s) = c^T(sI - A)^{-1}b$$

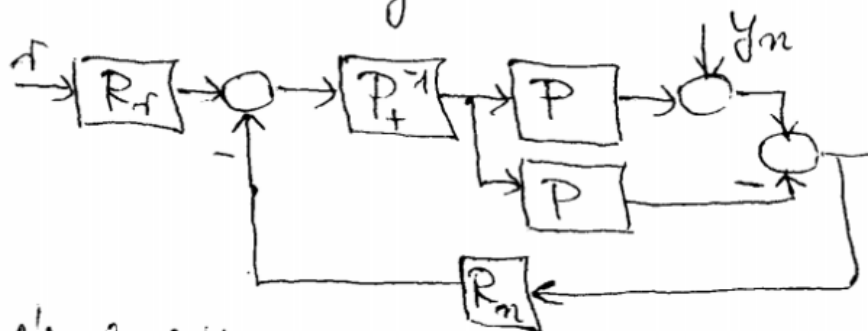
Állapotegyenlet megoldása időtartományban:

$$X(t) = e^{At} X(0) + \int_0^t e^{A(t-\tau)} \beta u(\tau) d\tau$$

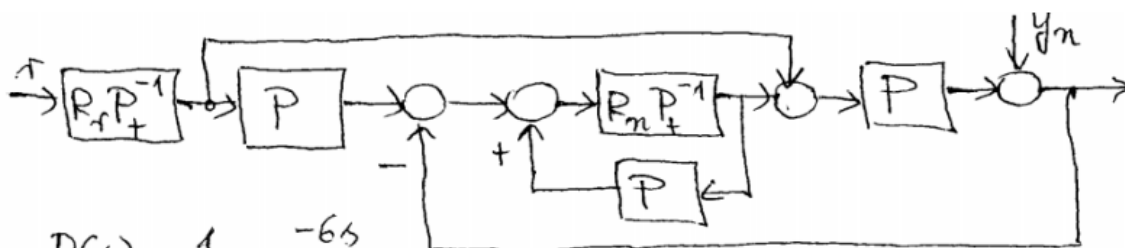
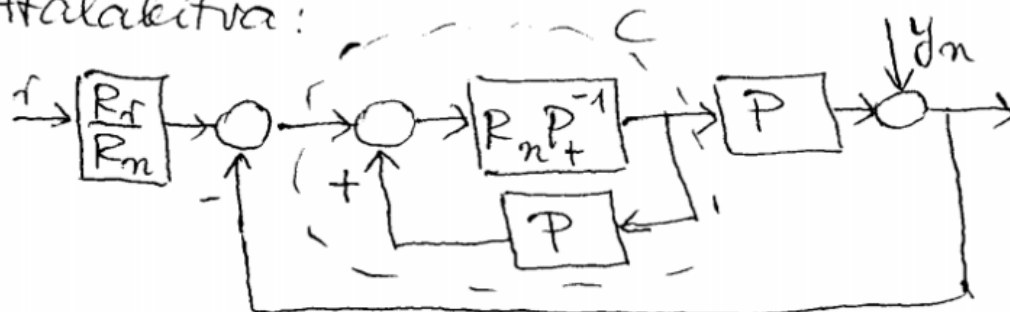
Youla paraméter

$$Q = \frac{C}{1+CP}; P = P_+P_- \quad \text{Legyen: } Q = P_+^{-1}$$

Sűrűvel kiegyenlítve:



Átalakítva:



$$P(s) = \frac{1}{1+4s} e^{-6s};$$

$$P_+ = \frac{1}{1+4s};$$

$$P_- = e^{-6s}$$

$$R_r = \frac{1}{1+2s}; \quad R_n = \frac{1}{1+0.5s}$$

$$R_r P_+^{-1} = \frac{1+4s}{1+2s}; \quad R_n P_+^{-1} = \frac{1+4s}{1+0.5s}$$

Állapotirányíthatóság

Elmozdítható-e valamennyi állapotváltozó egymástól függetlenül a kezdeti állapotából egy előre megadott végállapotba.

Egy rendszer csak akkor állapotirányítható, ha a kanonikus koordináták pólusai különböznek.

Írányíthatósági mátrix: $M_c = [b \quad Ab]$

Állapotirányítható, ha $\det(M_C) \neq 0$.

Kálmán feltétel

$M_C = [b \quad Ab \quad \dots \quad A^{n-1}b]$ hipermátrix rangja n kell legyen, ekkor állapotirányítható.

Kimeneti irányíthatóság

Ha $C^T M_C$ mátrix rangja 1.

Megfigyelhetőség

A kimenő jelből vissza tudunk következtetni valamennyi állapotváltozó kezdeti értékére egymástól függetlenül.

Megállapítása az állapotegyenlet kanonikus alakjából

A sajátértékei különbözőek. C minden oszlopvektora (eleme) nullától eltérő.

Kálmán feltétel

$$M_0 = \begin{bmatrix} C^T \\ C^T A \\ C^T A^{n-1} \end{bmatrix} \text{ rangja } n$$

Megfigyelhető, ha

Gyökhelygörbe (168.old)

A gyökhelygörbe a zárt rendszer pólusait adja meg, miközben a nyitott szabályozási rendszerben valamelyik paraméter, rendszerint a hurokerősítés 0 és végtelen között változik.

Ha a gyökök a bal oldali félsíkra esnek, a rendszer stabilis. A kritikus körerősítésnél a gyökhelygörbe metszi az imaginárius tengelyt. Azon körerősítéseknél, ahol a gyökhelygörbe átkerül a jobb oldali félsíkra, a rendszer labilissá válik.

Mikor van szakasza a valós tengelyen?

A valós tengelyen ott van gyökhelygörbe szakasz, ahol az adott ponttól jobbra páratlan a nyitott kör pólusainak és zérusainak összege.

Z P	0		1	
	Átviteli függvény	Gyök helygörbe	Átviteli függvény	Gyök helygörbe
1	$\frac{K}{s}$		$K \frac{1+sT_1}{1+sT_2}$ $T_1 > T_2$	
	$\frac{K}{1+sT}$		$K \frac{1+sT_1}{1+sT_2}$ $T_2 > T_1$	
2	$\frac{K}{(1+sT_1)(1+sT_2)}$		$\frac{K(1+sT_2)}{(1+sT_1)(1+sT_3)}$	
	$\frac{K}{1+s2\xi T+s^2T^2}$		$\frac{K(1+sT_1)}{1+s2\xi T+s^2T^2}$	
3	$\frac{K}{(1+sT_1)(1+sT_2)(1+sT_3)}$		$\frac{K(1+sT_4)}{(1+sT_1)(1+sT_2)(1+sT_3)}$	
	$\frac{K}{(1+s2\xi T_1+s^2T_1^2)(1+sT_2)}$		$\frac{K(1+sT_2)}{(1+s2\xi T_1+s^2T_1^2)(1+sT_3)}$	

Mi az érzékenységi függvény és mit mutat meg?

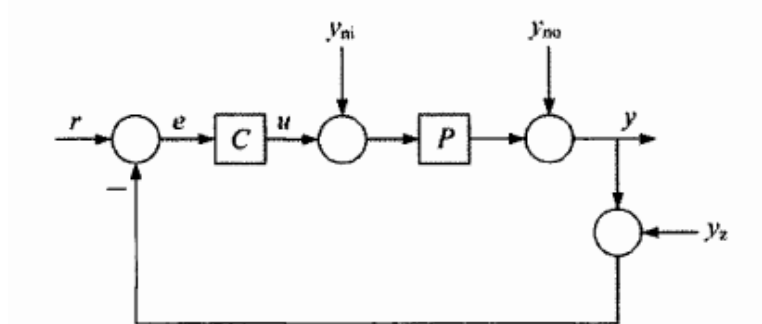
$$S = \frac{1}{1 + CP} = \frac{\Delta T/T}{\Delta P/P}$$

Megmutatja, hogy a szakasz relatív megváltozása mennyire befolyásolja az eredő átviteli függvény relatív megváltozását.

Kiegészítő érzékenységi függvény:

$$T = \frac{CP}{1 + CP}; \quad S + T = 1$$

Adja meg egy szabályozási rendszer belső stabilitásának definícióját!



5.1. ábra Szabályozási rendszer blokkvázlata

Bármelyik gerjesztésre a rendszer stabilan válaszol, tranziensei lecsengenek.

$$T_t = \begin{bmatrix} \frac{CP}{1+CP} & \frac{P}{1+CP} \\ \frac{C}{1+CP} & \frac{1}{1+CP} \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

Egy zárt szabályozási kör belső stabilis, ha a T_t mátrix stabilis, azaz valamennyi eleme stabilis.

Adja meg a hasonlósági transzformáció összefüggéseit! (112.old)

$$\tilde{A} = TAT^{-1} \quad ; \quad \tilde{b} = Tb \quad ; \quad \tilde{c}^T = c^T T^{-1} \quad ; \quad \tilde{d} = d$$

$\tilde{X} = TX$

Transzformációs mátrix megadása kanonikus átalakításhoz

T^{-1} oszlopvektorai A sajátvektorai kell legyenek.

Fázistartalék vagy fázistöbblet (186.old)

Rajzoljuk fel a felnyitott rendszernek a pozitív frekvencia értékekhez tartozó NYQUIST diagramját. Határozzuk meg a NYQUIST diagramnak az egységsugarú körrel való metszéspontját. A metszésponthoz tartozó körfrekvenciát vágási körfrekvenciának nevezzük és ω_c -vel (*cut-off frequency*) jelöljük. Kössük össze egy egyenessel az origót és metszéspontot. Ennek az egyenesnek a negatív valós tengellyel bezárt szögét fázistartaléknak vagy fázistöbbletnek nevezzük (5.26. ábra).

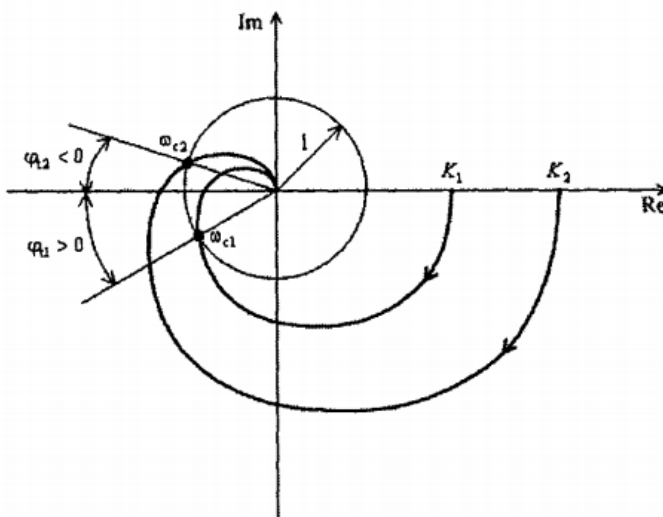
$$\varphi_t = \varphi(\omega_c) + 180^\circ = \arg L(j\omega_c) + 180^\circ \quad (5.34)$$

Ha a fázistöbblet pozitív, a rendszer stabilis. Ha fázistöbblet zérus, a rendszer a stabilitás határán van. Ha a fázistöbblet negatív, a rendszer labilis.

Tehát

$$\begin{aligned} \varphi_t > 0 & \text{ Stabilis rendszer} \\ \varphi_t = 0 & \text{ Határhelyzet} \\ \varphi_t < 0 & \text{ Labilis rendszer} \end{aligned} \quad (5.35)$$

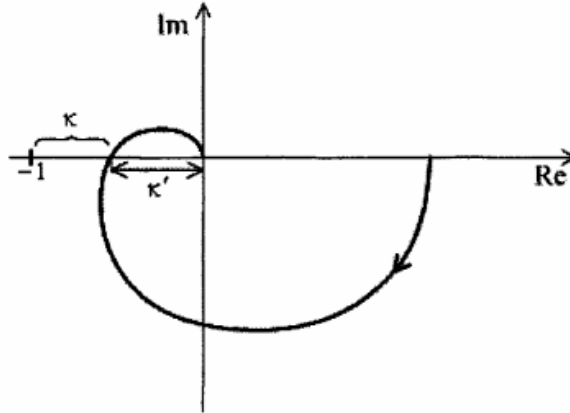
A fázistöbblet, mint egyetlen mérőszám alapján akkor ítéld meg a rendszer stabilitását, ha a NYQUIST diagram csak egyszer metszi az egységsugarú kört.



5.26. ábra A fázistöbblet értelmezése

Erősítési tartalék

Határozzuk meg a NYQUIST diagramnak a negatív valós tengellyel való metszését és ezen pontnak a $-1 + j0$ ponttól való $\kappa = |1 + L(j\omega_{180})|$ távolságát (5.27. ábra). Nyilvánvaló, hogy a $\kappa > 0$ esetre az egyszerűsített NYQUIST kritérium stabilitási tartományát kapjuk. Az erősítési tartalék, mint egyetlen mérőszám alapján akkor ítéldhetjük meg a rendszer stabilitását, ha a NYQUIST diagram csak egyszer metszi a negatív valós tengelyt.



5.27. ábra Az erősítési tartalékok értelmezései

A κ' ún. módosított erősítési tartalékot az 5.27. ábrán látható $\kappa' = L(j\omega_{180}) = 1 - \kappa$ metszékkel definiáljuk. Ha $\kappa' < 1$, a rendszer stabilis. Ha $\kappa' = 1$, a rendszer a stabilitás határán van. Ha $\kappa' > 1$, a rendszer labilis. Tehát

$\kappa' < 1$ Stabilis rendszer

$\kappa' = 1$ Határhelyzet

$\kappa' > 1$ Labilis rendszer

(5.36)

Modulus tartalék (188.old)

Az ρ_m modulus tartalék a $-1 + j0$ pont és a NYQUIST diagram távolsága, tehát a $-1 + j0$ középpontú - a diagramot még érintő - legkisebb kör sugara (5.30. ábra). A modulus tartalék szemléletesen mutatja, milyen messze van a rendszer legkevésbé stabilis pontja a stabilitás határától. A modulus tartalékra ésszerű előírás, hogy lehetőleg legyen $\rho_m > 0.5$.

A ρ_m modulus tartalékot NYQUIST stabilitási tartaléknak is hívják. Igen fontos összefüggés, hogy ρ_m megegyezik az érzékenységi függvény (lásd a 6. Fejezetet) maximális abszolút értékének a reciprokával:

$$\rho_m = \frac{1}{\max_{\omega} |S(j\omega)|} = \min_{\omega} |S^{-1}(j\omega)| = \min_{\omega} |1 + L(j\omega)| \quad (5.37)$$

A ϕ_t , κ , ρ_m tartalékok analóg fogalmak, hiszen mindegyik valamilyen módon a $-1 + j0$ ponttól való távolságot kívánja garantálni.

Késleltetési tartalék (188.old)

A késleltetési tartalék megadja a holtidőnek azt a $T_{\min}$ legkisebb értékét, amelyet a felnyitott körbe sorosan beiktatva a zárt rendszer a stabilitás határára kerül. A késleltetési tartalék a radiánban mért fázistöbbletből az alábbi összefüggéssel számítható ki:

$$T_{\min} = \frac{\varphi_t}{\omega_c} \quad (5.38)$$

ahol ω_c a vágási körfrekvenciát jelöli.

A stabilitási tartalékok alapján nemcsak a stabilitást dönthetjük el, hanem azt is megállapíthatjuk, „milyen messze van” a rendszer a stabilitás határától.