ANALÍZIS(1) **VIZSGADOLGOZAT II. rész** **2000. december 20.**
Műszaki Informatika szak B kurzus Munkaidő: 60 perc
BME, Természettudományi Kar, Matematika Intézet, Analízis Tanszék

---

1. feladat (15 pont)

Mondja ki és bizonyítsa be a numerikus sorokra vonatkozó hányadoskritérium limeszes alakját!

2. feladat (10 pont)

$$a_n \sim b_n$$

Mi a kapcsolat ekkor $\sqrt[n]{a_n}$ és $\sqrt[n]{b_n}$ között? Állítását bizonyítsa be!

3. feladat (22 pont)

Adjon két különböző elégséges feltételt elegendően sokszor differenciálható függvénynél lokális szélsőérték létezésére!
Az egyik tételt bizonyítsa be! (A szükséges részt is bizonyítsa be!)

4. feladat (15 pont)

$$f(x) \;=\; -7x^5 \;+\; a\,x^4 \;+\; b\,x \;+\; c \qquad\qquad a, b, c \in \mathbb{R}$$

Van-e valós gyöke f-nek? Indokoljon!

5. feladat (15 pont)

$x(t) = 2t + \pi \cos \pi t, \qquad y(t) = (t-1)^3 + \cos \pi t$

a) Mutassa meg, hogy a fenti paraméteres egyenletrendszer a $t_0 = 1$ paraméterű x_0 pont egy környezetében meghatároz egy $y = f(x)$ függvényt!
b) Milyen lokális tulajdonsága van ennek az f függvénynek az x_0 pontban?

6. feladat (23 pont)

a) Adjon szükséges és elégséges feltételt Riemann integrálhatóságra!
b) Bizonyítsa be, hogy folytonos függvény Riemann integrálható.