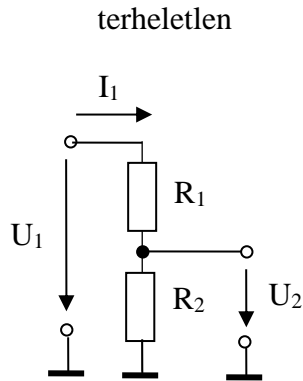


Lineáris, rezisztív hálózatelméleti modellek

Soros kapcsolás

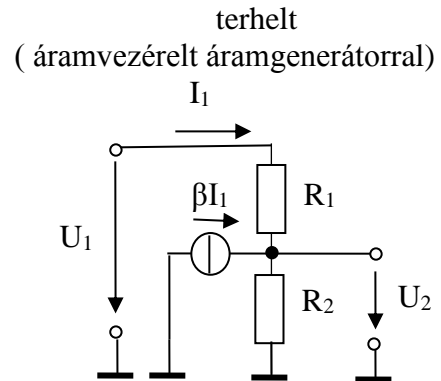
Feszültség osztó: lehet terheletlen (a két ellenálláson ugyan az az áram folyik) vagy terhelt (nem egyezik a két ellenállás árama)

Példa:



Bemenő ellenállás: $R_{be} = \frac{U_1}{I_1} = R_1 + R_2$

Feszültség(osztás) átvitel: $K = \frac{U_2}{U_1} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$

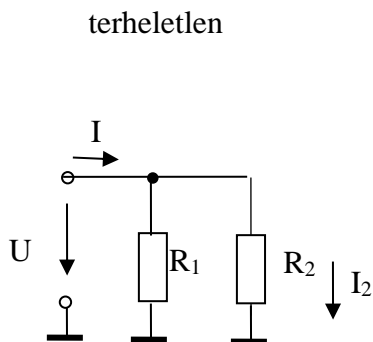


Bemenő ellenállás: $R_{be} = \frac{U_1}{I_1} = \frac{R_1 I_1 + R_2 (I_1 + \beta I_1)}{I_1} = R_1 + (1 + \beta) R_2$

Feszültség(osztás) átvitel: $K = \frac{U_2}{U_1} = \frac{R_2 (I_1 + \beta I_1)}{R_1 I_1 + R_2 (I_1 + \beta I_1)} = \frac{(1 + \beta) R_2}{R_1 + (1 + \beta) R_2}$

Párhuzamos kapcsolás, áram osztó

Példa:



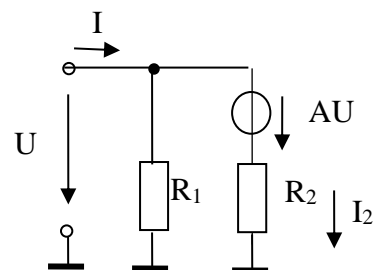
Bemenő ellenállás:

$$\frac{1}{R_{be}} = \frac{I}{U} = \frac{I_1 + I_2}{U} = \frac{\frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2}}{U} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

$$R_{be} = \frac{U}{I} = R_1 * R_2 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

Áramosztó: $K = \frac{I_2}{I} = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$

terhelt
(feszültség vezérelt feszültség generátorral)



$$\frac{1}{R_{be}} = \frac{I}{U} = \frac{I_1 + I_2}{U} = \frac{\frac{U}{R_1} + \frac{U - AU}{R_2}}{U} = \frac{1}{R_1} + (1 - A) \frac{1}{R_2}$$

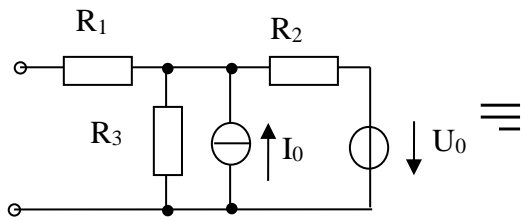
$$R_{be} = R_1 * \frac{R_2}{(1 - A)}$$

$$K = \frac{I_2}{I} = \frac{\frac{U - AU}{R_2}}{\frac{U}{R_1} + \frac{U - AU}{R_2}} = \frac{(1 - A) R_1}{R_2 + (1 - A) R_1}$$

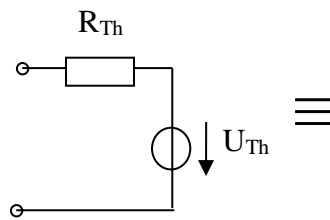
Lineáris kapu (kétpólus) Thevenin és Norton ekvivalense:

Példa:

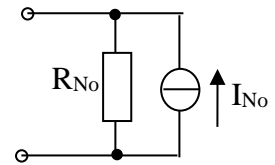
A kétpólusú áramkör:



Thevenin ekvivalens



Norton ekvivalens

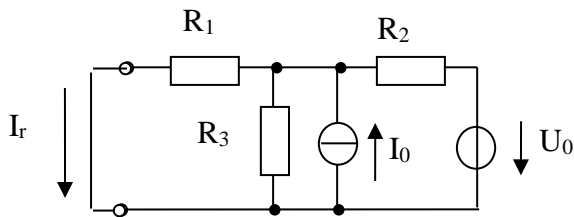


Paraméterei: $U_{Th} = U_{\ddot{u}}$, $I_{No} = I_r$, $R_{Th} = R_{No} = R$

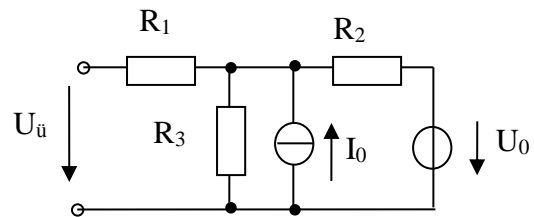
$$R_{Th} = R_{No} = \frac{U_{\ddot{u}}}{I_r}, \text{ vagy}$$

$$R_{Th} = R_{No} = R_{be} \Big|_{U_0 = 0, I_0 = 0, \text{dezaktiválás}} = R_1 + (R_2 * R_3)$$

$I_{No} = I_r$ rövidzárási áram:



$U_{Th} = U_{\ddot{u}}$ üresjárási feszültség:



Szuperpozíció elvét felhasználva:

$$I_r = I(U_0, I_0 = 0) + I(I_0, U_0 = 0) = \frac{R_3}{R_1 + R_3} \frac{U_0}{R_2 + R_1 * R_3} + \frac{R_2 * R_3}{R_1 + R_2 * R_3} I_0$$

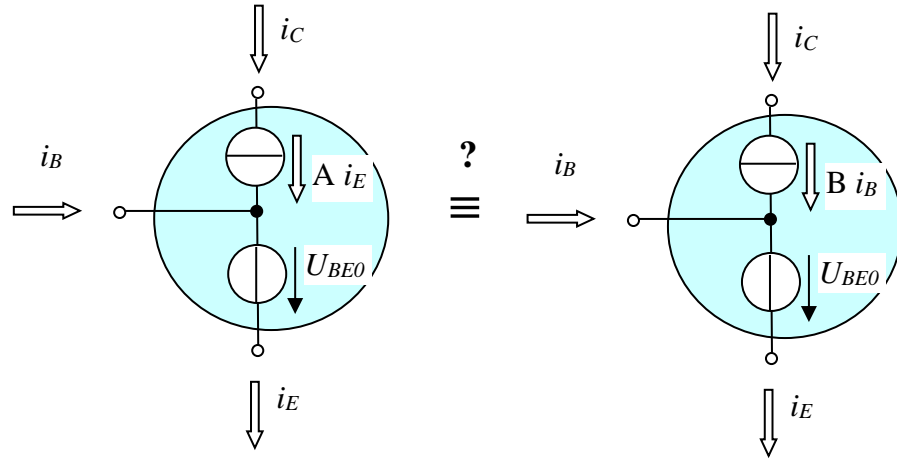
$$U_{\ddot{u}} = U(U_0, I_0 = 0) + U(I_0, U_0 = 0) = \frac{R_3}{R_2 + R_3} U_0 + (R_2 * R_3) I_0$$

$$R_{Th} = R_{No} = R_{be} \Big|_{\text{dezaktiválás}} = (R_1 + (R_2 * R_3))$$

Ellenőrzés: $R_{be} I_r = U_{\ddot{u}}$ azaz,

$$(R_1 + (R_2 * R_3)) \left(\frac{R_3}{R_1 + R_3} \frac{U_0}{R_2 + R_1 * R_3} + \frac{R_2 * R_3}{R_1 + R_2 * R_3} I_0 \right) = \frac{R_3}{R_2 + R_3} U_0 + (R_2 * R_3) I_0$$

Példa: Adott két hárompólusú lineáris hálózati modell, melyek azonos független feszültség forrást (U_{BE0}) és különböző vezérelt áramforrást tartalmaznak. A két modellben a független feszültség források (U_{BE0}) azonosak, a vezérelt áramforrások különböznek ($i_C = A i_E$ és $i_C = B i_B$). Az A és B áramerősítési paramétereikre vonatkozó mely feltételek esetén lesznek ekvivalensek, azaz kívülről megkülönböztethetlenné ezek a modellek?



Az áram egyenletek:

Nyilván mindkettőre igaz, hogy $i_E = i_B + i_C$

ezenkívül, itt: $i_C = A i_E$, itt pedig $i_C = B i_B$

Mindkét modell három áramára két-két egyenlet adott, így mindkét esetben az egyik áramot választva, az meghatározza a másik kettőt. Az összefüggéseket az alábbi két táblázatban foglalhatjuk össze:

	i_B	i_C	i_E
i_B	1	$(1-A)/A$	$1-A$
i_C	$A/(1-A)$	1	A
i_E	$1/(1-A)$	$1/A$	1

	i_B	i_C	i_E
i_B	1	$1/B$	$1/(1+B)$
i_C	B	1	$B/(1+B)$
i_E	$1+B$	$(1+B)/B$	1

Az ekvivalencia feltétele a két táblázatbeli összefüggések azonossága:

Tehát, pl.

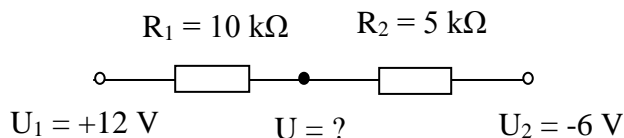
$A = B/(1+B)$ ill. $B = A/(1-A)$, stb.

A két modell feszültség egyenletei nyilván azonosak:

$u_{BE} = U_{BE0}$, $u_{CB} = \text{indefinit !}$ $u_{CE} = \text{indefinit !}$

Megjegyzés: A vizsgált két modell bipoláris rétegtranszisztor (BJT) legegyszerűbb, lineáris, kétparaméteres modelljei a tranzisztorok normál aktív üzemi tartományában.

Példa: Soros kapcsolás végein lévő (a közös föld-csomóponthoz képest értelmezett) feszültségektől egy belső pont feszültsége hogyan függ?



Kapásból felírható különböző elvű, konkrét (számszerű) megoldási lehetőségek:

$$1. \quad I = \frac{12 - (-6)}{10 + 5} = 18/15 \text{ mA}, \quad U = 12 - \frac{18}{15} \cdot 10 = 0 \text{ V} \quad \text{vagy} \quad U = -6 + \frac{18}{15} \cdot 5 = 0 \text{ V}$$

$$\text{vagy} \quad I = \frac{(-6) - 12}{10 + 5} = -18/15 \text{ mA}, \quad U = 12 + \left(-\frac{18}{15} \cdot 10\right) = 0 \text{ V} \quad \text{vagy} \quad U = -6 - \left(-\frac{18}{15} \cdot 5\right) = 0 \text{ V}$$

$$2. \quad \text{Az } \frac{12 - U}{10} = \frac{U - (-6)}{5} \text{ egyenlet megoldása: } \frac{U}{5} + \frac{U}{10} = \frac{12}{10} - \frac{6}{5} \rightarrow U = \frac{\frac{12}{10} - \frac{6}{5}}{\frac{1}{5} + \frac{1}{10}} = \frac{12 - 12}{10 + 5} = 0 \text{ V}$$

$$3. \quad U = \frac{5}{10 + 5} 12 + \frac{10}{10 + 5} (-6) = 4 - 4 = 0 \text{ V}$$

A megoldások általánosított (paraméteresen számolt) gondolatmenetei:

1. módszer:

Az egyik végpont feszültségéhez (a felvett áramiránytól függően) hozzáadjuk vagy levonjuk a hozzá közelebb álló ellenálláson eső feszültséget:

$$\text{Például: } I = \frac{U_1 - U_2}{R_1 + R_2}, \quad U = U_1 - R_1 I \quad \text{vagy} \quad U = U_2 + R_2 I$$

2. módszer: a soros kapcsolásra **csomóponti egyenlet** felírása

$$I_1 = I_2 \text{ azaz } \frac{U_1 - U}{R_1} = \frac{U - U_2}{R_2} \rightarrow U \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = \frac{U_1}{R_1} + \frac{U_2}{R_2}$$

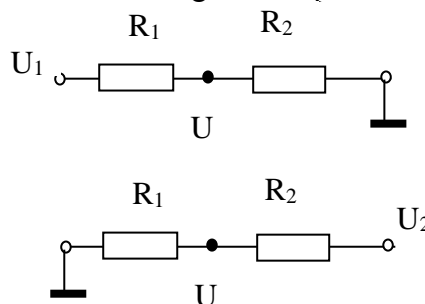
$$U = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U_1 + \frac{R_1}{R_1 + R_2} U_2$$

3. módszer: **szuperpozíció**

$U = K_1 U_1 + K_2 U_2$, ahol K_1 és K_2 két terheletlen feszültségosztó képlet:

$$K_1 = \frac{U}{U_1} \Bigg|_{U_2 = 0} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

$$\text{és } K_2 = \frac{U}{U_2} \Bigg|_{U_1 = 0} = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$



A három módszer, természetesen ugyan azt az eredményt adja.

Hogy ki, mikor, melyiket alkalmazza? Tessék gyakorolni és a megszerzett rutin alapján adott esetben a leggyorsabban célravezetőt választani, egy másik módszerrel pedig ellenőrizni lehet, nem számoltunk-e el valamit! Dimenziók, mértékegységek, nagyságrendek mindig ellenőrizendők!