

Alkalmazott mesterséges intelligencia (AMI)

<http://www.mit.bme.hu/oktatas/targyak/vimibb01>

2 ea.- (2019 ősz)

Problémamegoldás kereséssel – a problémára
vonatkozó információ felhasználása (heurisztika)

<http://mialmanach.mit.bme.hu/aima/ch04>



Előadó: Pataki Béla

BME I.E. 414, 463-26-79

pataki@mit.bme.hu,

<http://www.mit.bme.hu/general/staff/pataki>

A neminformált keresési stratégiák – általános (nem problémaszpecifikus) módszerek

b - elágazási tényező,

m - a keresési fa maximális mélysége,

d - a megoldás mélysége,

l - a mélység korlát.

Jellem- ző	SzK	EgyKK	MK	MKK	IMK	KK
Idő- igény	b^d	b^d	b^m	b^l	b^d	$b^{d/2}$
Tár- igény	b^d	b^d	bm	bl	bd	$b^{d/2}$
Opt.?	Igen (ha...)	Igen	Nem	Nem	Igen	Igen
Teljes?	Igen	Igen	Nem	Igen, ha $l \geq d$	Igen	Igen

**Az exponenciális tár-, illetve időigény komoly problémát jelent!
Jobb módszerek kellenek!**

Keresési stratégiák – 2

Heurisztikus, vagy más néven **informált keresés**

Díjazzuk az előrekeresést a célállapot irányába.

Ehhez kell valami elképzelés, hogy a cél:

- ***merrefelé***
- ***nagyjából milyen messzire fekszik.***

Ez az információ az un. **heurisztika**, **heurisztikus függvény** $h(n)$, amit:

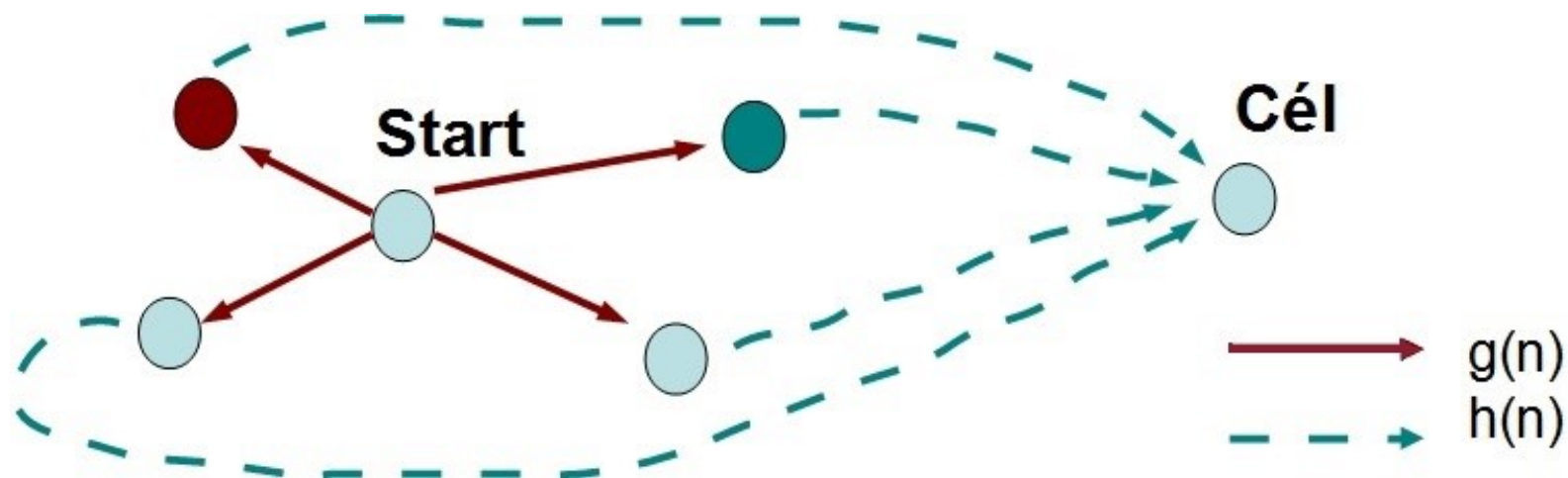
- a probléma minden n állapotára ki kell tudnunk számítani
- kifejezi az adott állapotból a célig előrehaladás becsült költségét
- ha pontos, akkor elvben fölöslegessé teszi a keresést (ha nagyon pontatlan, akkor viszont semmit sem segít)

Ez minden problémára más, problémaszpecifikus!

Jutalmazzuk a cél irányába történő keresést!

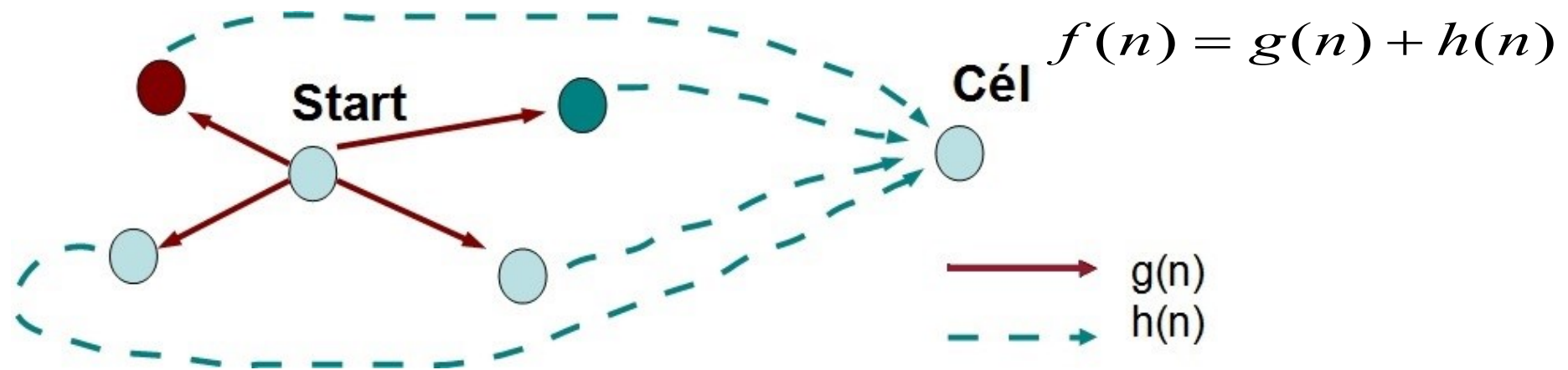
Ilyen keresés az ún. **heurisztikus**, vagy más néven **informált keresés**. Az ún. **heurisztika**, **heurisztikus függvény**, $h(n)$ becslést ad arra, hogy mekkora a hátralévő út legkisebb költsége. (Ezáltal becslést ad a teljes út legjobb költségére – $f(n)$ -re – is.)

$$f(n) = g(n) + h(n)$$



Tökéletes információ (heurisztika) $\Rightarrow$ előretartás elágazások nélkül (hiszen minden csomópontra pontosan tudjuk, hogy mibe kerül ezen az úton menni) $\Rightarrow$ lineáris tárigény = lineáris időigény!

Az un. **heurisztika**, **heurisztikus függvény**, $h(n)$ becslést ad a hátralévő út legkisebb elérhető költségére.



Jó heurisztikus függvénnnyel a tár- és időigény jelentősen csökkenthető, a csökkentés az adott problémától és a h függvény minőségétől függ.

Elfogadható heurisztika = Ha a h függvény soha nem becsüli felül a cél eléréséhez szükséges költséget (**optimista**: a cél közelebbinek, legalábbis nem távolabbinak tűnik, mint amilyen)

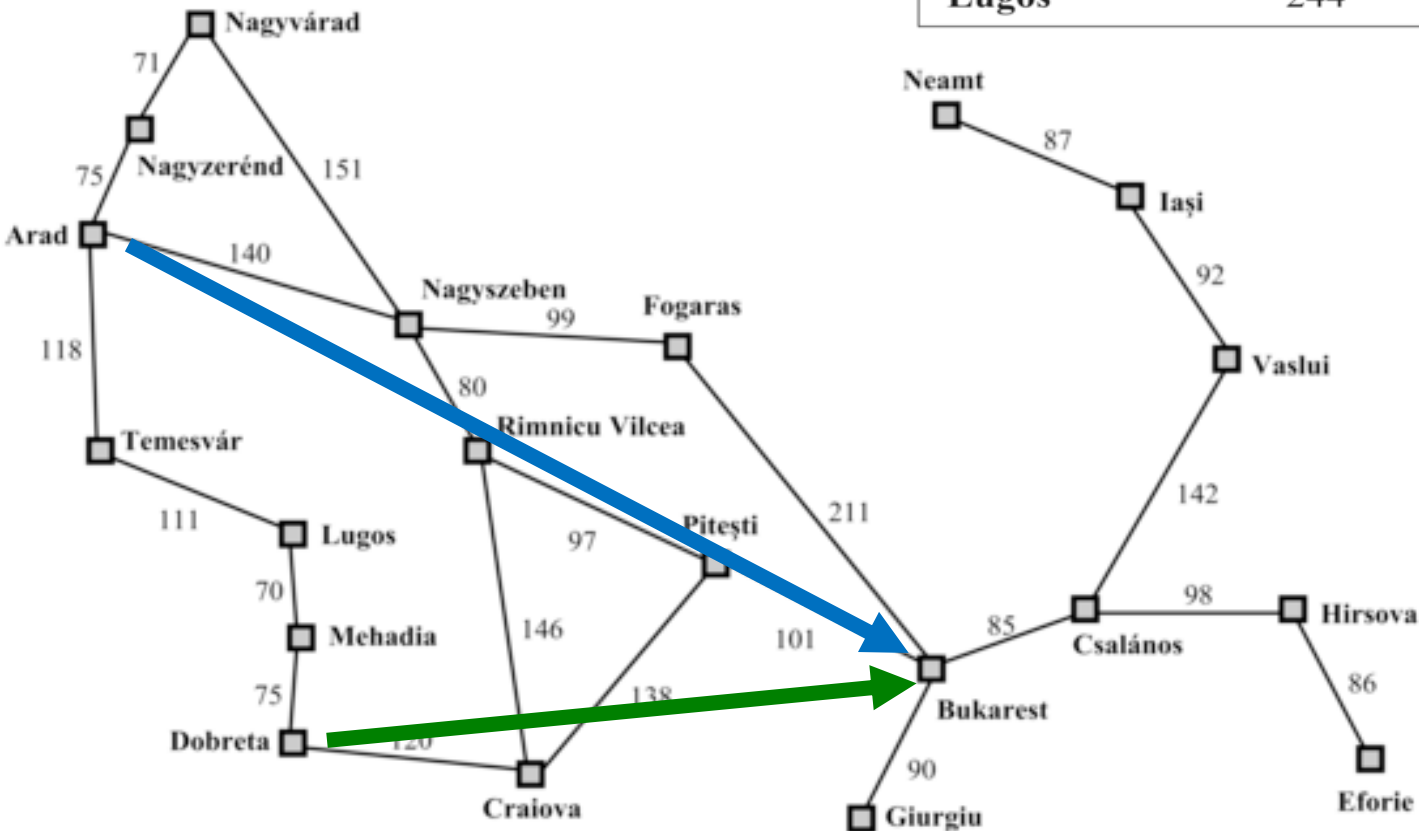
(Optimista heurisztika haszna: lásd Lázár Ervin A hazudós egér c. meséje - a Farkasnak és a Kosnak adott heurisztika)

Ha h elfogadható, akkor $f(n)$ sohasem becsüli túl az n -dik csomóponton át vezető legjobb megoldás valódi költségét

Legyen az útkeresési
feladatunkban a heurisztikus
függvény a légvonalban mért
távolság (h_{LMT})

Az igényeket teljesíti?
Mi mondható a hibájáról?

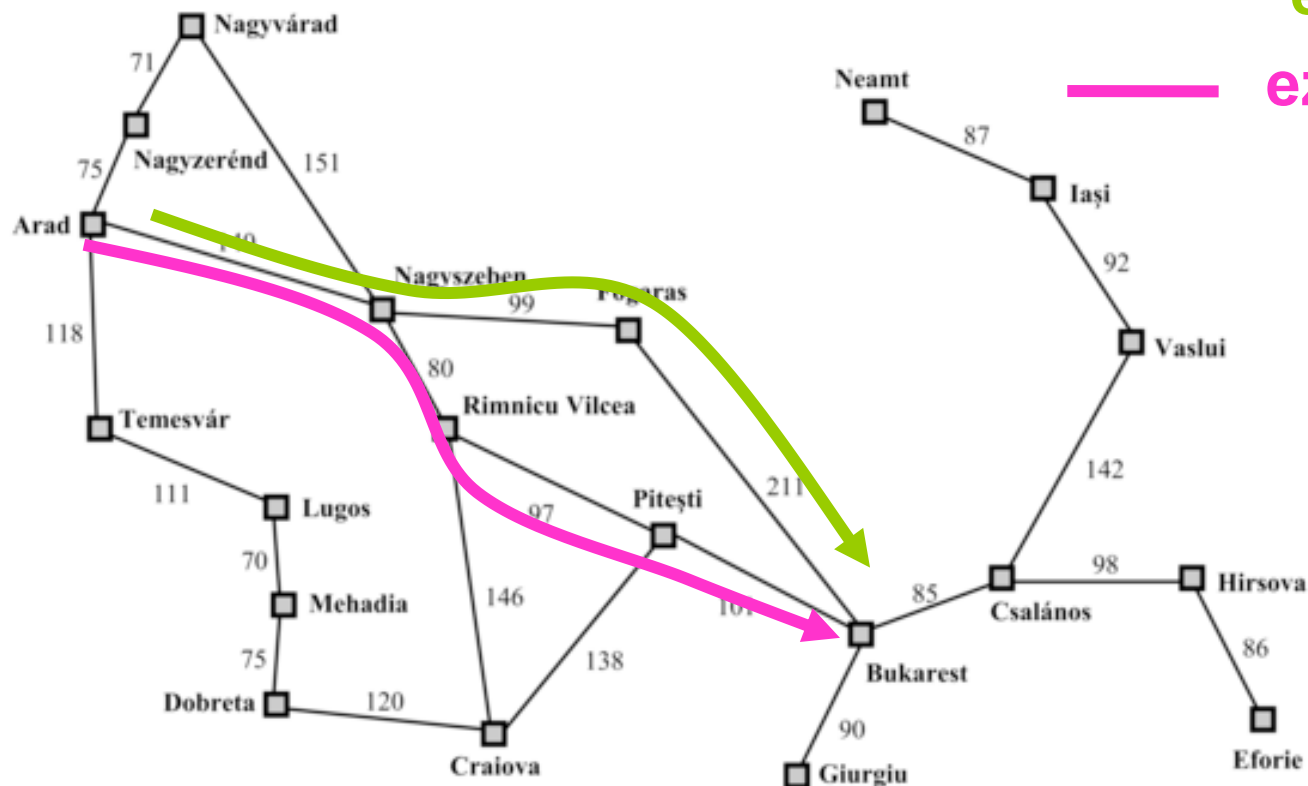
Arad	366	Mehadia	241
Bukarest	0	Neamt	234
Craiova	160	Nagyvárad	380
Dobreta	242	Pitești	100
Eforie	161	Rimniiu Vilcea	193
Fogaras	176	Nagyszeben	253
Giurgiu	77	Temesvár	329
Hirsova	151	Csalános	80
Iasi	226	Vaslui	199
Lugos	244	Nagyzerénd	374



Mohó keresés:

a célhoz legközelebbinek tűnő csomópont először (a legjobbnak becsültet először)

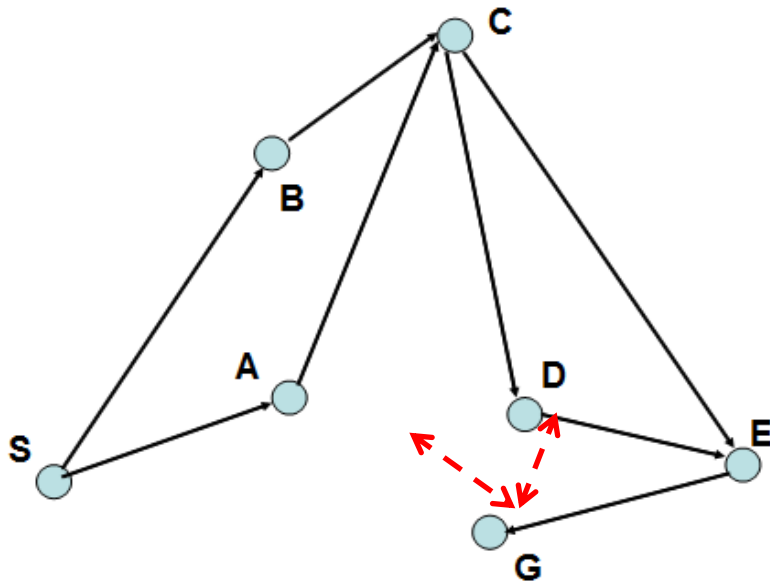
Stratégia: a következő lépésben azt a csp-t fejti ki, amelyhez rendelt probléma-állapotot a legközelebbinek ítéli a célállapothoz (legkisebb az n -dik csp-hoz rendelt $h(n)$ heurisztikus érték).



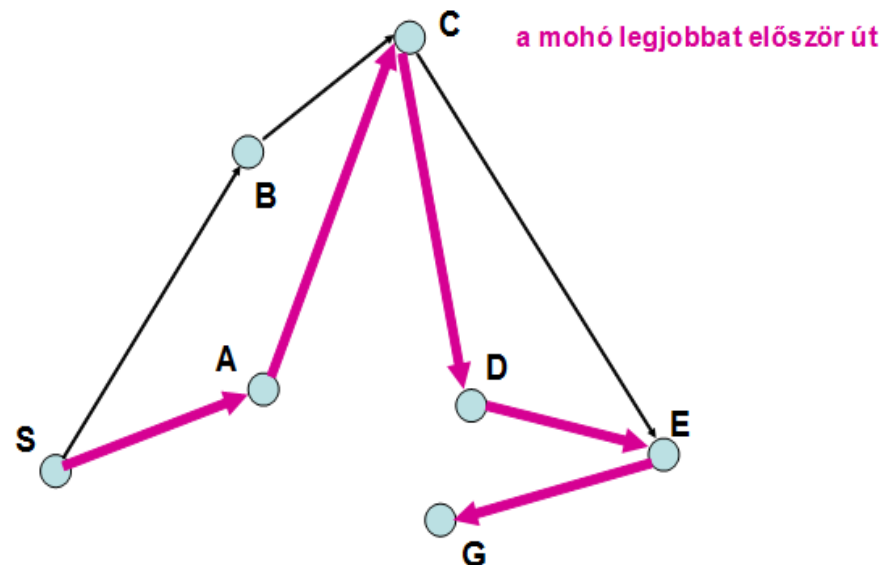
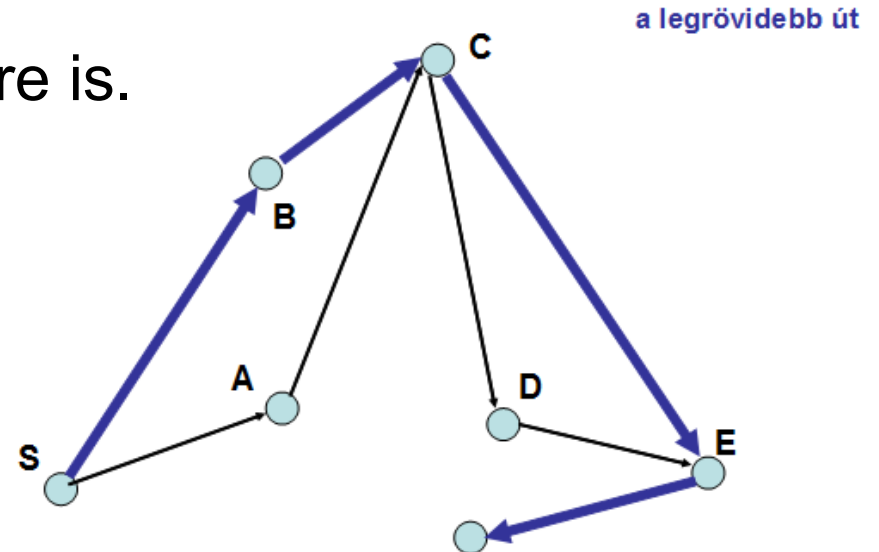
— ezt kaptuk

— ezt kellene kapni

Mohó algoritmus általában **gyorsan** megtalálja a megoldást, de **nem mindig az optimális** megoldást találja meg. A mohó keresés érzékeny a hibás kezdőlépésekre is.



Probléma: A és D légvonalban nagyon közel van a G célhoz, de az úthálózaton nem



Mohó keresés

mélységi keresésre hasonlít, egyetlen út végigkövetését preferálja a célíg, zsákutcából visszalép.

Ua. a problémák, mint a mélységi keresésnél: nem optimális, nem teljes (elindul egy végtelen úton, és ez esetben nem tér vissza új lehetőséget kipróbálni).

Az összes csomópontot a memóriában tartja: ezért a legrosszabb (worst-case) idő- és tárigény: $O(b^m)$ – ha m a problémátér mélysége

Persze jó heurisztikus függvénnel a tár- és időigény jelentősen csökkenthető, a csökkentés az adott problémától és a h függvény minőségétől függ.

Szóval a mohó keresés ígéretes, egyszerű, sokszor akár használják is, de mégsem igazán jó.

A* keresés: a teljes útköltség minimalizálása

(de facto standard az útkeresésben)

mohó: $\min \{h(n)\}$ a célhoz vezető útköltség becslőjét minimalizálja
nem teljes (nem optimális)

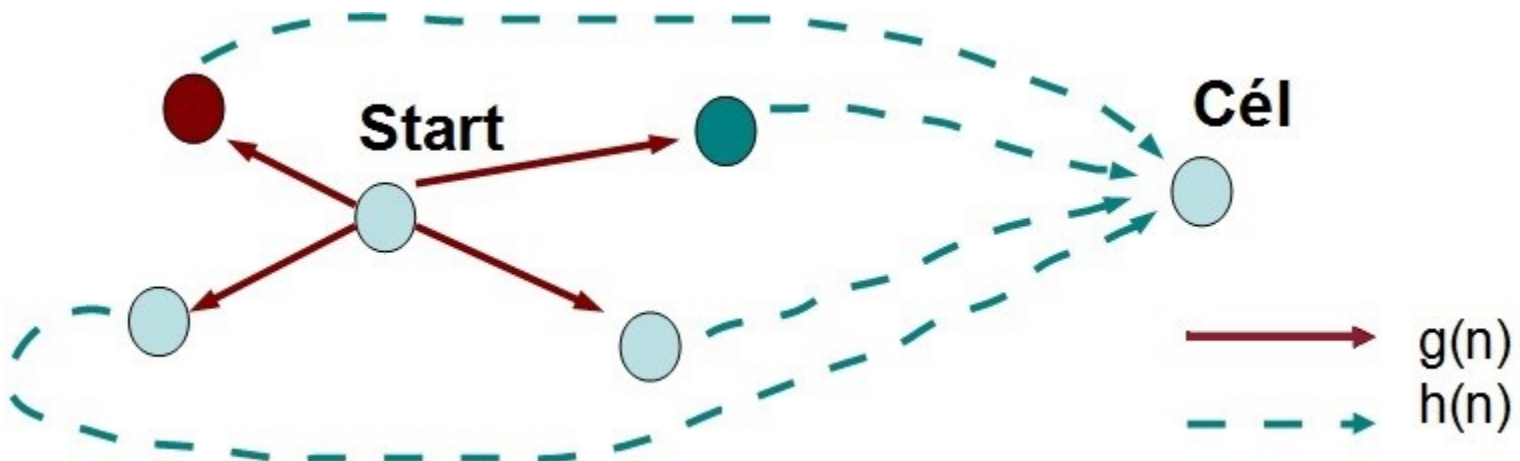
egyenletes költségű: $\min \{g(n)\}$ a megtett út költségét minimalizálja
optimális (egyben **teljes** is), de nagyon **rossz hatékonyságú**

a két stratégia ötvözése: $\min \{f(n)\} = \min \{h(n) + g(n)\}$

$g(n)$: a kiinduló cs-ponttól az n cs-pontig számított út **tényleges** költsége

$h(n)$: az n cs-ponttól a célba vezető legolcsóbb költségű út **becsült** értéke

$f(n)$: a kiinduló csp-tól az adott n csp-on át a célba vezető legolcsóbb költségű út **becsült** értéke



Pár percen belül kvíz!!!

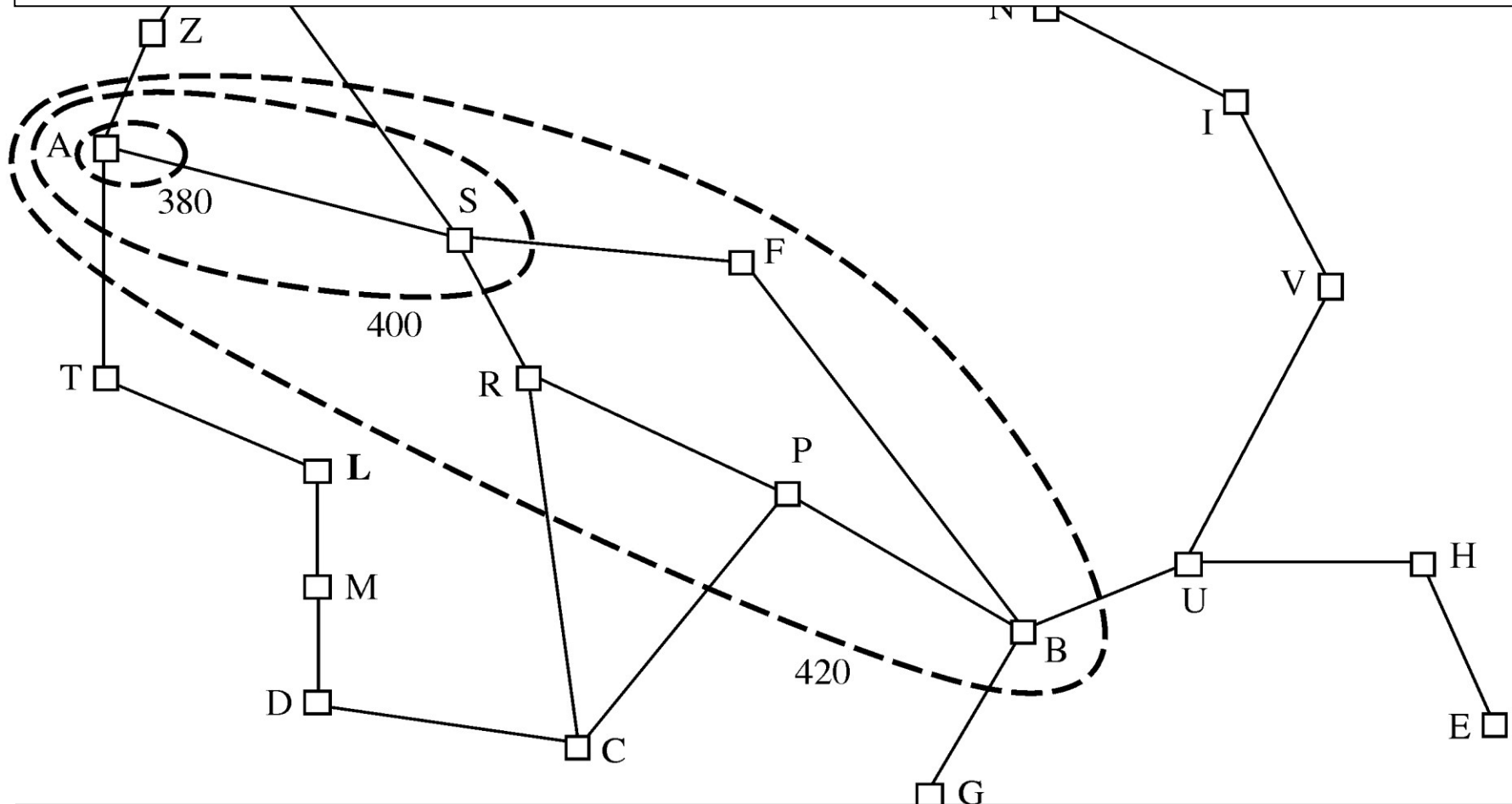
Ha h elfogadható, akkor $f(n)$ sohasem becsüli túl az n -dik csomóponton át vezető legjobb megoldás valódi költségét.

A* keresés:

az $f(n)=g(n)+h(n)$ függvényt alkalmazó legjobbat-először keresés, ahol h elfogadható heurisztika

Az A* teljes és optimális!

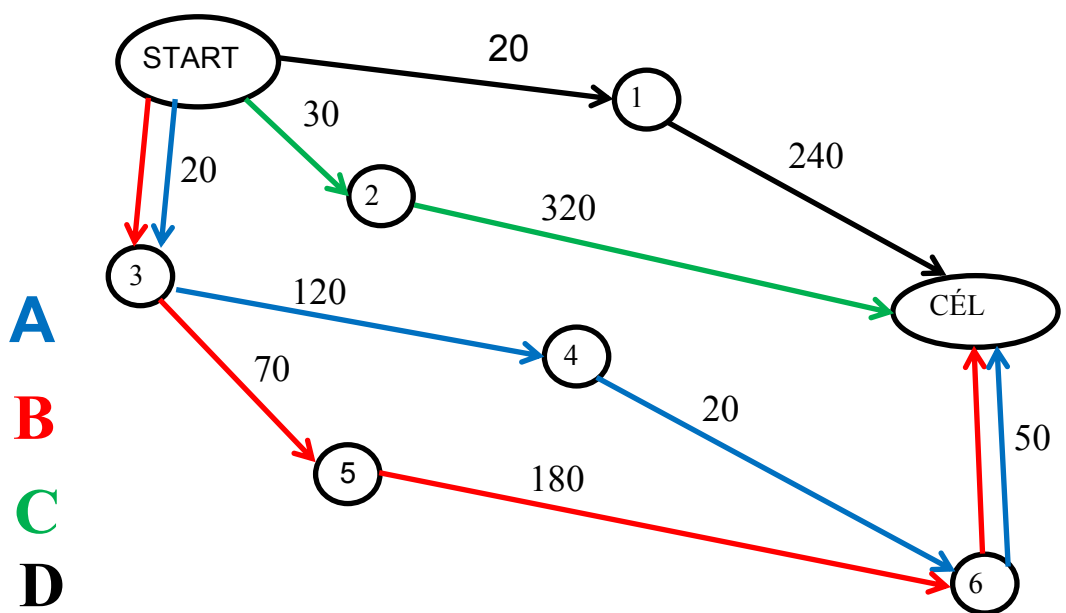
Egyenletes költségű keresés: olyan A^* keresés lenne, amelynél $h = 0$ minden csomópontra (ezért $g(n)$ szerint alakítjuk a sorrendet). Így a vizsgálandó csp-sávok a kiinduló csp. köré húzott többé-kevésbé koncentrikus „körök”. Pontosabb heurisztikus függvény esetén: az A^* keresésnél sávok a **cél-állapot felé nyúlnak, fókuszálódnak az optimális út körül.**



Kvíz

Az alábbi keresési feladatban A* keresést végzünk. Az élek mentén az állapotok „távolságát” (az állapotátmenethez tartozó tényleges költséget) tüntettük fel. Ahol két párhuzamos eltérő színű élt lát, az csak azt jelenti, hogy két potenciális megoldásnak is része az az állapotátmenet. A használt heurisztika:

START→CÉL	1→CÉL	2→CÉL	3→CÉL	4→CÉL	5→CÉL	6→CÉL	CÉL→CÉL
150	120	270	160	66	200	49	0



Melyik útvonalat találja meg az algoritmus? (Az A, B, C, D válaszokat az ábrán színnel jelöltük.)

Heurisztikus függvények létrehozása

Nagyon jól bemutatatható egy demóproblémán, a 8-as tili-toli logikai játékon:

- kb. 20 lépésben lehet átlagosan megoldani,
- $b \sim 3$,
- kimerítő keresés $\Rightarrow$ kb. $3^{20} = 3.5 \times 10^9$ állapot

Elfogadható heurisztikus függvény kell!

5	4	
6	1	8
7	3	2

Kiindulóállapot

1	2	3
8		4
7	6	5

Célállapot

Heurisztikus függvények létrehozása

Kvíz következik!

8-as tili-toli: kb. 20 lépés, $b \sim 3$, kimerítő keresés = kb. $3^{20} = 3.5 \times 10^9$ állapot

5	4	
6	1	8
7	3	2

Kiindulóállapot

1	2	3
8		4
7	6	5

Célállapot

5	4	
6	1	8
7	3	2

Kiindulóállapot

1	2	3
8		4
7	6	5

Célállapot

$h1$ = a rossz helyen lévő lapkák száma.

elfogadható: minden rossz helyen lévő lapkát legalább egyszer mozgatni kell (az ábrán látható állapotra értéke 7)

$h2$ = a lapkák céltól mért (vízsz. és függ.) távolságainak összege

(háztömb- vagy Manhattan-távolság)

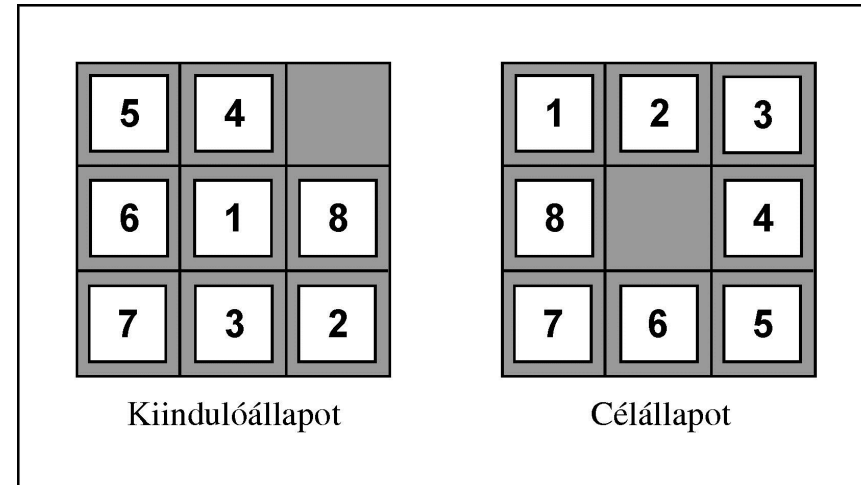
(az ábrán látható állapotra értéke $4+2+2+2+2+0+3+3=18$)

Heurisztikus függvények létrehozása

8-as tili-toli: kb. 20 lépés, $b \sim 3$, kimerítő keresés = kb. $3^{20} = 3.5 \times 10^9$ állapot

$h1$ = a rossz helyen lévő lapkák száma.

$h2$ = a lapkák céltól mért (vízsz. és függ.)
távolságainak összege:
(háztömb- vagy Manhattan-távolság)



Kvíz A $h1$ és $h2$ heurisztika esetén melyik állítás igaz?

- A. A $h1$ azonos vagy pontosabb becslés a $h2$ -nél
- B. A $h2$ azonos vagy pontosabb becslés a $h1$ -nél
- C. Időnként az egyik, időnként a másik pontosabb becslés
- D. Csak a $h1$ heurisztika elfogadható, mert $h2$ nem minden esetben optimista

Heurisztikus függvény pontossága és hatékonysága

A heurisztikus függvények minősítése (általában nem könnyű feladat a minősítés, a megoldások összehasonlítása – **skalár mérőszám kell!**): b^* **effektív elágazási tényező**

ha A^* által kifejtett összes csomópont száma N , a megoldás mélysége d , akkor b^* annak a d mélységű kiegyensúlyozott fának az elágazási tényezője, amely N csomópontot tartalmazna:

$$N = 1 + b^* + (b^*)^2 + \dots + (b^*)^d$$

(pl. 5 mélységben fekvő megoldás 52 cs-pont kifejtésével:

az effektív elágazási tényező 1.91)

$$1 + 1^1 + 1^2 + 1^3 + 1^4 + 1^5 = 6 < 52 < 63 = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5$$

Egy adott heurisztikus függvény által generált fa effektív elágazási tényezője általában nagyjából állandó egy adott problémaosztály számos egyedére.

A b^* kis számú problémahalmazon végzett kísérleti mérése jó becslés.

Egy jól megtervezett heurisztikus függvény effektív elágazási tényezője **1 körüli érték**. (Ideális lenne az 1.)

Heurisztikus függvény: pontosság és hatékonyság

a ***h1***, ***h2*** heurisztikus függvények tesztelése:

vajon a ***h2*** mindig jobb-e, mint a ***h1***? **Igen** (miért?).

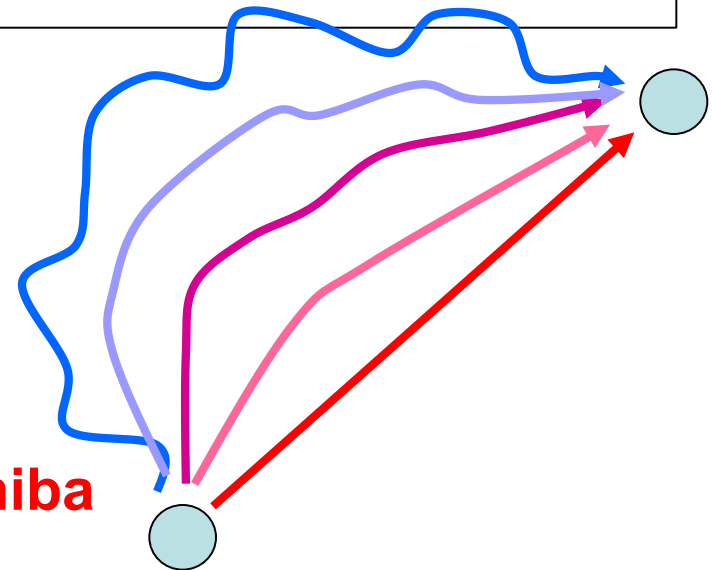
minden n csp-ra ***h2*** (n) $\geq$ ***h1*** (n):

h2 **dominálja** ***h1***-et, **dominancia $\Rightarrow$ hatékonyság**

a ***h2***-t használó A^* kevesebb csp-t fog kifejtetni, mint a ***h1***-et használó!

Mindig jobb, ha nagyobb értékeket adó heurisztikus függvényeket alkalmazunk, amíg nem becsüljük túl a valódi költséget.

-  **Tényleges**
-  **Elfogadható, kis hiba**
-  **Elfogadható, közepes hiba**
-  **Elfogadható, durva hiba**
-  **Elfogadható, nagyon durva hiba**

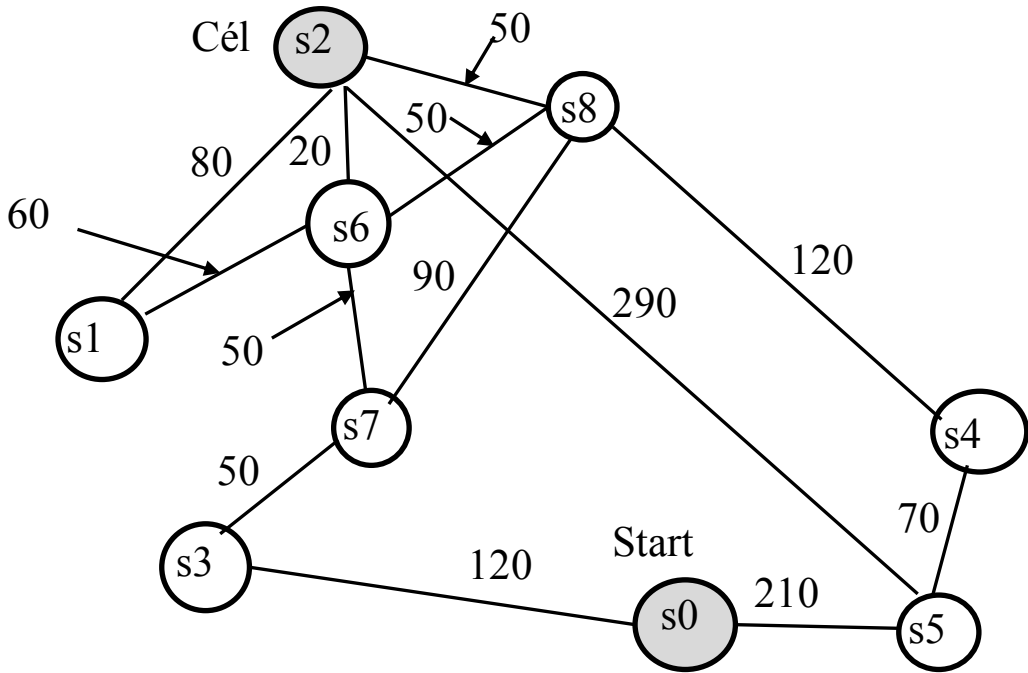


h1 és ***h2*** tesztelése (8-as kirakójáték) : 100-100 random problémapéldány, 2, 4, ..., 24 mélységű megoldással, ***A****, illetve a neminformált iteratívan mélyülő keresés

	Keres. ktg.			b*		
<i>d</i>	IMK	<i>A*(h1)</i>	<i>A*(h2)</i>	IMK	<i>A*(h1)</i>	<i>A*(h2)</i>
2	10	6	6	2.45	1.79	1.79
4	112	13	12	2.87	1.48	1.45
6	680	20	18	2.73	1.34	1.30
8	6384	39	25	2.80	1.33	1.24
10	47127	93	39	2.79	1.38	1.22
12	364404	227	73	2.78	1.42	1.24
14	3473941	539	113	2.83	1.44	1.23
16	-	1301	211	-	1.45	1.25
18	-	3056	363	-	1.46	1.26
20	-	7276	676	-	1.47	1.27
22	-	18094	1219	-	1.48	1.28
24	-	39135	1641	-	1.48	1.26

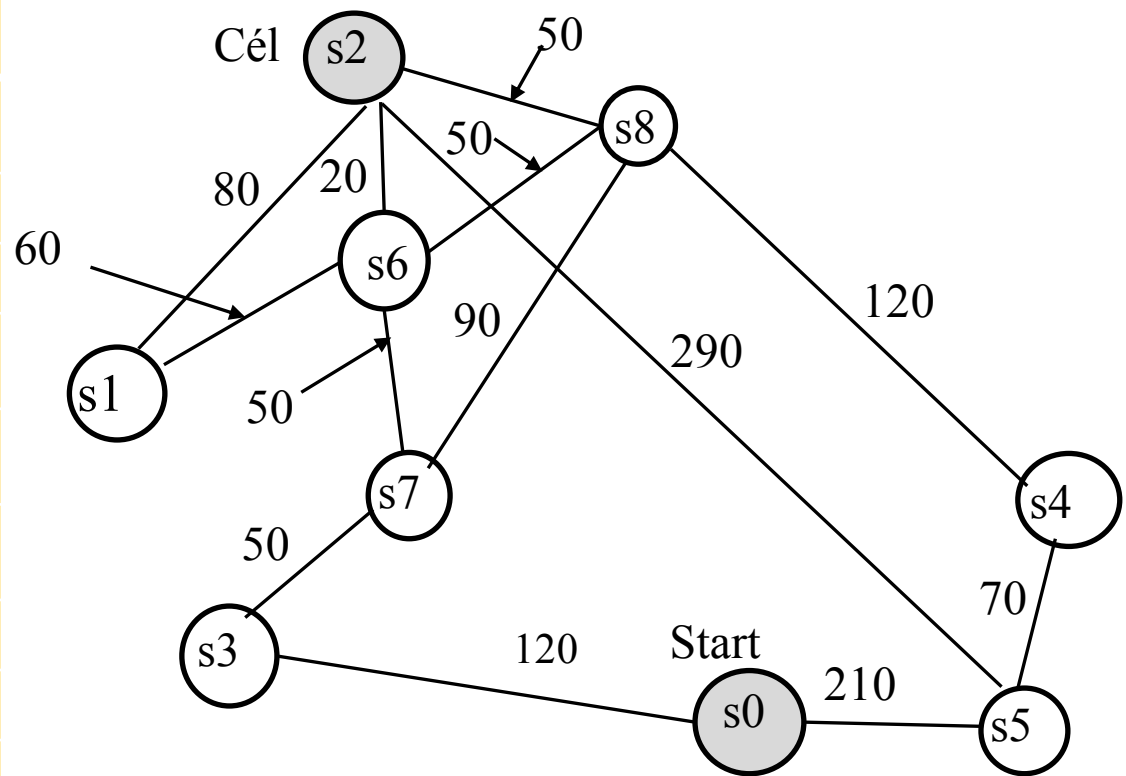
Régebbi zh példa: Az alábbi problémát A* kereséssel oldjuk meg, nem lépünk vissza abba az állapotba, ahonnan érkezünk. A mellékelt táblázat mutatja a heurisztikánk egyes állapotokhoz tartozó értékeit:

Állapot	$h(s_n)$
s0	210
s1	70
s2	0
s3	110
s4	155
s5	285
s6	18
s7	65
s8	50



Az ágens két listát épít, az elsőben azok a csomópontok szerepelnek, amiket már kifejtett, a másodikban azok, amelyekhez már eljutott, de még nem fejtette ki ezeket. Mindegyik listaelem 5 mezőből épül fel:
(szülőcsomópont, aktuális csomópont, állapot, eddig megtett út költsége, az akt. csomópont heurisztika értéke) például a gyökércsomópontra:
(-,cs0,s0,0,210).

Állapot	h(sn)
s0	210
s1	70
s2	0
s3	110
s4	155
s5	285
s6	18
s7	65
s8	50



Az ágens két listát épít, az elsőben azok a csomópontok szerepelnek, amiket már kifejtett, a másodikban azok, amelyekhez már eljutott, de még nem fejtette ki ezeket. Mindegyik listaelem 5 mezőből épül fel:

(szülőcsomópont, aktuális csomópont, állapot, eddig megtett út költsége, az akt. csomópont heurisztika értéke), például a gyökércsomópontra:
 (-,cs0,s0,0,210).

A második lépés után a következők vannak a két listán

Lista1={(-,cs0,s0,0,210), (cs0,cs1,s3,120,110)}

Lista2={(cs0,cs2,s5,210,285), (cs1,cs3,s7,170,65)}

Adja meg a következő lépés után kialakuló listát!

