

1. feladat (15 pont)

a) Adja meg a következő fogalmak definícióját!

a1) $\lim_{x \rightarrow 2+0} f(x) = -\infty$

a2) Valós egyváltozós függvény alsó közelítő összege.

Adja meg a jelölések tartalmát is!

b) Bizonyítsa be, hogy

$$(\sin x)' = \cos x \quad x \in \mathbb{R}$$

2. feladat (10 pont)

Hol és milyen típusú szakadása van az

$$f(x) = \frac{\sin |x - 2|}{x^2 - 2x}$$

függvénynek?

3. feladat (24 pont)

$$f(x) = \begin{cases} \operatorname{ch} \frac{1}{x}, & \text{ha } x \geq 1 \\ \operatorname{arctg} \frac{1}{x-1}, & \text{ha } x < 1 \end{cases}$$

a) Adja meg $f'(x)$ értékét, ahol az létezik!

Vázlatosan ábrázolja a függvényt! (f'' vizsgálata nem kell!)

b) $\sup_{x \in D_f} \{f(x)\} = ?$ $\inf_{x \in D_f} \{f(x)\} = ?$

$\max_{x \in D_f} \{f(x)\} = ?$ $\min_{x \in D_f} \{f(x)\} = ?$

c) Indokolja meg, hogy $(-\infty, 1)$ -en létezik az inverfüggvény!

Adja meg az inverzfüggvényt és annak értelmezési tartományát!

4. feladat (23 pont)

a) *(10 pont) $\int \frac{1}{x^3 + 2x^2} dx = ?$

b) $a_n = \frac{1}{n^3 + 2n^2}$

Indokolja meg, hogy az alábbi sorok konvergensek!

b1) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$

b2) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n a_n$

Mindkét sor esetén adjon becslést az $s \approx s_{100}$ közelítésnél elkövetett hibára!**5. feladat (18 pont)**

a) * $\int \frac{2x + 3}{\sqrt{x^2 + 2x + 5}} dx = ?$

b) * $\int_1^3 \ln(2x - 1) dx = ?$

6. feladat (10 pont)

a) * Definiálja az alábbi fogalmakat!

$a_n = O(b_n); \quad a_n = o(b_n)$

b) * Bizonyítsa be, hogy

$\ln(\sqrt[3]{n} + 1) = o(n^2)$

*Pótfeladat (csak az elégségeshez):***7. feladat (10 pont)**

a) $a_n = \frac{n^2 + (-1)^n n^2}{3n^2 + 5n + 3}$

$\limsup a_n = ? \quad \liminf a_n = ?$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} x^4 \ln x^2 = ?$

A *-gal jelölt feladatokból legalább 15 pontot el kell érni!