

1. feladat (10+6=16 pont)

$$f(x, y) = \arcsin(x^2 y), \quad P\left(\frac{1}{2}, 2\right)$$

a) Írja fel az f függvény grafikonját a P pontban érintő sík egyenletét!

b) Milyen \mathbf{e} egységvektor esetén maximális a $\frac{df(P)}{d\mathbf{e}}$ iránymenti derivált? Mekkora ez a maximum?

2. feladat (16 pont)

$$f \in C^2(\mathbb{R}), \quad g(x, y) = \frac{f(x^2 + 3y)}{y}$$

Írja fel g másodrendű parciális deriváltjait az (x, y) pontban ($y \neq 0$)!

3. feladat (17 pont)

$$f(x, y) = (2x - y)^2 + 4x^3 - 6y$$

Hol és milyen jellegű lokális szélsőértékei vannak az f függvénynek?

4. feladat (17 pont)

Az integrálok sorrendjének felcserélésével számolja ki az

$$I = \int_{x=-2}^0 \int_{y=-x}^2 e^{y^2} dy dx + \int_{x=0}^4 \int_{y=\frac{x}{2}}^2 e^{y^2} dy dx$$

integrál értékét! Készítsen rajzot is az integrálási tartományról!

5. feladat (17 pont)

$$T: \begin{cases} x \leq 0 \\ 0 \leq y \end{cases} \quad I = \iint_T \frac{1}{(x^2 + y^2)^{\frac{1}{2}} + (x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}} dT = ?$$

Tanács: síkbeli polár-koordinátákkal dolgozzon!

6. feladat (17 pont)

Legyen V a

$$z = 3, \quad z = 5 - \sqrt{x^2 + y^2}$$

egyenletű felületekkel határolt korlátos térrész!

$$I = \iiint_V 2z dV = ?$$

IMSC feladat (12 IMSC pont)

Határozza meg az

$$x^2 + y^2 + z^2 \leq 1 \quad \text{gömb és az} \quad \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + y^2 \leq \frac{1}{4} \quad \text{henger}$$

közös részének V térfogatát!