Fizika 1X, vizsga (2012.01.06)

Teszt

1	A Coulomb-törvény szerint a pozitív töltések taszítják egymást.	**I**
2	A hang terjedési sebessége megadja, hogy egyik helyről a másikra milyen sebességgel jutnak el a levegőt alkotó gázrészecskék.	**H**
3	A sebesség abszolút értékének időszerinti integrálja megadja az elmozdulást.	**H**
4	A harmonikus rezgőmozgást végző tömegpontra ható erők eredője mindig az egyensúlyi helyzet felé mutat.	**I**
5	Kis csillapítású sebességgel arányos csillapított rezgőmozgás esetén nem periodikus a mozgás; de ha lineáris rugót tartalmaz, akkor egyenlő időközönként lesz nulla a kitérés.	**I**
6	Az inercia (tehetetlenségi) erők két test kölcsönhatásának eredményeként jelentkeznek.	**H**
7	Tömegpontrendszer perdülete állandó, ha a pontrendszerre időben változatlan forgatónyomaték hat.	**H**
8	Elektrosztatikus térbe helyezett fémtest esetén az elektrosztatikus tér erővonalai merőlegesek a fémtest felületére.	**I**
9	Állandó térfogaton az ideális gáz hőmérsékletét 300 °C-ról 600 °C-ra növelve nyomása megkétszereződik.	**H**
10	Egy tömegpontrendszer ösisszimpulzusa állandó, ha a ráható külső erők eredője nulla.	**I**
11	Kismértékben eltérő frekvenciájú hullámok találkozásakor tapasztaljuk a lebegés jelenségét.	**I**
12	Adiabatikus folyamat során a gázzal közölt hőmennyiség nulla.	**I**
13	Egy zárt rendszer entrópiája nem növekedhet.	**H**
14	Termodinamikai egyensúly esetén egy rendszer minden alrendszerében azonos a hőmérséklet és az entrópia.	**H**
15	Az elektrosztatikus tér egységnyi pozitív töltésen végzett munkája csak a munkavégzés kezdeti- és végpontjától függ.	**I**

Feladatok

$\boxed{1.}$ Mekkora sebesség tartozik az **r** = $3t^3$ **i** + $2t^2$ **j** - 5t **k** helyvektorú mozgáshoz a t = 2s pillanatban?

MEGOLDÁS:

A sebesség az elmozdulás időszerinti első deriváltja:

$$\underline{v} = \frac{d\underline{r}}{dt} = 9t^2\underline{i} + 4t\underline{j} - 5\underline{k}$$

Ha behelyettesítjük ebbe a t = 2s-t, akkor a megkapjuk a 2s-beli sebességvektort:

$$\underline{v} = 9 \cdot 4\underline{i} + 4 \cdot 2\underline{j} - 5\underline{k} = 36\underline{i} + 8\underline{j} - 5\underline{k}$$

A sebesség nagysága a sebességvektor hossza (abszolút értéke):

$$v = |\underline{v}| = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2} = \sqrt{36^2 + 8^2 + 5^2} = \sqrt{1296 + 64 + 25} = \sqrt{1385} \approx 37,216\frac{m}{s}$$

$\boxed{2.}$ Függőleges falról a rá merőlegesen 10 m/s sebességgel érkező 1 kg tömegű labda 9 m/s sebességgel pattan vissza. A kölcsönhatás során a fal átlagosan 95 N erőt fejtett ki. Mekkora volt a kölcsönhatás időtartama?

MEGOLDÁS:

<u>Adatok:</u> m = 1 kg; v_1 = 10 m/s; v_2 = -9 m/s; $F_{átlag}$ = 95 N.

A második sebesség előjele azért negatív, mert ellentétes irányú, mint a kezdeti sebesség. Először számoljuk ki, hogy mennyit változik a labda impulzusa. Ehhez annyit kell tudni, hogy a labda impulzusát számolhatjuk úgy, hogy a tömegét megszorozzuk a sebességével. Az impulzusváltozás abszolút értéke:

$$|\Delta I| = |I_2 - I_1| = |m \cdot v_2 - m \cdot v_1| = |-9-10|\,kg\frac{m}{s} = 19\,kg\frac{m}{s}$$

(Ha belegondolunk, először elvesztette a kezdeti 10 kgm/s lendületét, majd utána kapott 9 kgm/s lendületet ellentétes iránnyal.) Tehát a labda lendülete az ütközés következtében 19 kgm/s-mal változik. Mivel ismerjük az erő átlagos értékét a kölcsönhatás alatt, ebből ki tudjuk számolni az időt:

$$F_{átlag} = \frac{|\Delta I|}{\Delta t} \qquad => \qquad \Delta t = \frac{|\Delta I|}{F_{átlag}} = \frac{19}{95} \approx 0,2\,s\,.$$

Tehát a kölcsönhatás időtartama kb. 0,2s:

$\boxed{3.}$ Egy **v** = -3**i** + 6**j** – 2**k** (m/s) sebességű test az **F** = 9**i** + 6**j** – 7**k** (N) hatására mozog. Mekkora az erőhatás pillanatnyi teljesítménye?

MEGOLDÁS:

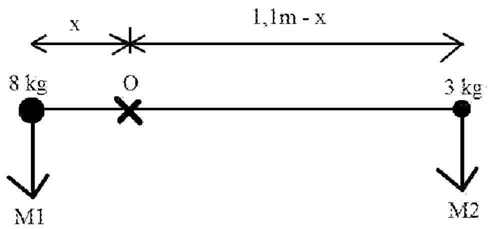
A teljesítmény az erő és a sebesség skalárszorzata:

$$P = \underline{F} \cdot \underline{v} = -3 \cdot 9 + 6 \cdot 6 + (-2) \cdot (-7) = -27 + 36 + 14 = 23\,W$$

$\boxed{4.}$ Súlytalan, 110 cm hosszú, elhanyagolható tömegű merev rúd két végén 8 kg-os, ill. 3 kg-os golyók vannak. A rendszer súlyponti tengely körül 5,28 J energiával forog. Mekkora a perdülete?

MEGOLDÁS:

Először határozzuk meg a súlyponti tengely helyét. Ebben segít a következő ábra:



Azt a pontot kell meghatároznunk a tengelyen, ahol a forgatónyomatékok előjeles összege zérus. Legyen a 8 kg-os test által kifejtett forgatónyomaték nagysága M_1, a másik test forgatónyomatékának nagysága M_2. Mivel ellentétes irányú a két forgatónyomaték, ezért M_1-nek ugyanakkorának kell lennie, mint M_2. Már csak azt kell tudni, hogy forgatónyomaték nagyságát úgy számoljuk, hogy az erőt megszorozzuk az erőkarral. Azaz:

$$\begin{aligned} M_1 &= M_2 \\ 8g \cdot x &= 3g(1{,}1 - x) \\ 8x &= 3{,}3 - 3x \\ 11x &= 3{,}3 \\ x &= 0{,}3(m) \end{aligned}$$

Most, hogy tudjuk, hogy hol a tengely, ki tudjuk számolni a rendszer tehetetlenségi nyomatékát:

$$\Theta = \Theta_1 + \Theta_2 = m_1 \cdot r_1^2 + m_2 \cdot r_2^2 = 8 \cdot (0{,}3)^2 + 3 \cdot (0{,}8)^2 = 8 \cdot 0{,}09 + 3 \cdot 0{,}64 = 2{,}64\left(kgm^2\right)$$

Most felhasználhatjuk, hogy tudjuk a forgási energiát, mert belőle és a tehetetlenségi nyomatékból kiszámolhatjuk a szögsebességet:

$$E_{forgási} = \frac{1}{2}\Theta\omega^2 \;\Rightarrow\; \omega^2 = \frac{2E_{forg.}}{\Theta} = \frac{10{,}56}{2{,}64} = 4 \;\Rightarrow\; \omega = 2\left(\frac{1}{s}\right)$$

Innentől mindent ismerünk, ami a perdület számításához kell:

$$L = \Theta\omega = 2{,}64 \cdot 2 = 5{,}28\left(\frac{kgm^2}{s}\right)$$

$\boxed{5.}$ Egy gőzmozdony 20 m/s sebességgel közeledik a megfigyelőhöz. A mozdonyvezető a mozdony sípjának alaphangját 300 Hz rezgésszámúnak hallja. Mennyivel változik a síphang felharmonikusainak frekvenciája a nyugvó megfigyelő szerint, ha n>=1 egész? (c=330 m/s)

MEGOLDÁS:

Ez a feladat a Doppler-effektus. A megfigyelő által észlelt frekvenciát a következő képlettel lehet kiszámítani (ha a forrás és a megfigyelő közelednek egymáshoz):

$f = f_0\left(\frac{c + v_{megfigyelő}}{c - v_{forrás}}\right)$, ahol $\mathbf{f_0}$ a hangforrás tényleges frekvenciája.

A mi példánkban a forrás mozog, a megfigyelő áll, tehát:

$$f = f_0\left(\frac{c}{c - v_{forrás}}\right) = 300\left(\frac{330}{330 - 20}\right) \approx 319{,}35(\mathrm{Hz})$$

Tehát a felharmonikusok frekvenciája kb. $n \cdot 19$ Hz-cel változik a megfigyelő szerint.

$\boxed{6.}$ Mólnyi mennyiségű egyatomos gázzal mennyi hőt kell közölni állandó nyomáson, hogy belső energiája 900 J-lal növekedjék?

MEGOLDÁS:

A termodinamika első főtételéből indulunk ki:

$\Delta U = Q - W$, azaz egy gáz belső energiájának megváltozása megegyezik a neki átadott hőmennyiség, és az általa a környezetén végzett munka különbségével. (Azaz hőt adunk neki, attól nő az energiája, de munkát végezhet a környezetén, amitől csökken.)

Izobár folyamatnál a hőmennyiség kiszámítható így:

$Q_{izobár} = n \cdot C_P \cdot \Delta T$, ahol **n** a gáz anyagmennyisége, $\mathbf{C_P}$ az állandó nyomáson mért fajhő, $\mathbf{\Delta T}$ pedig a hőmérsékletváltozás.

A gáz belső energiájának megváltozását kétféleképpen is felírhatjuk:

$\Delta U = \frac{f}{2} n \cdot R \cdot \Delta T = n \cdot C_V \cdot \Delta T$, ahol **f** a gázmolekulák szabadságfoka (egyatomos gáznál 3), **R** az univerzális gázállandó, értéke 8,314 J/molK, $\mathbf{C_V}$ pedig az állandó térfogaton mért fajhő.

Ebből: $C_V = \frac{f}{2} R = \frac{3}{2} \cdot R$

A kétféle fajhő között fennáll a következő összefüggés (amiből a másik fajhő számolható):

$$C_P - C_V = R \quad \Rightarrow \quad C_P = R + C_V = R + \frac{3}{2} R = \frac{5}{2} R$$

A hőmennyiség kiszámításához már csak a hőmérsékletváltozást kéne megtudnunk, ezt a belső energia képletéből fogjuk meghatározni:

$$\Delta U = \frac{f}{2} n \cdot R \cdot \Delta T$$

$$900\,J = \frac{3}{2} \cdot 1 \cdot 8{,}314 \cdot \Delta T = 12{,}471 \cdot \Delta T$$

$$\Delta T = \frac{900}{12{,}471} \approx 72{,}167(K)$$

Ezek alapján a szükséges hőmennyiség:

$$Q = n \cdot C_P \cdot \Delta T = 1 \cdot \frac{5}{2} \cdot 8{,}314 \cdot 72{,}167\,J \approx 1499{,}99\,J \approx 1500\,J$$

7. Egy Carnot-gép 400 K és 300 K hőmérséklet között működik. Mekkora a hőerőgép által végzett munka, ha 600 J hőt vesz fel a magasabb hőmérsékletű hőtartályból?

MEGOLDÁS:

Ehhez a feladathoz két dolgot kell tudni. Az első, hogy a Carnot-gép nagyvonalakban úgy működik, hogy először hőt vesz fel a magasabb hőmérsékletű tartányból, ezután végez valamennyi munkát, majd hőt ad le az alacsonyabb hőmérsékletű tartályba. A végzett munka a felvett és leadott hő különbsége, azaz:

$$W = Q_{felvett} - Q_{leadott}$$

Ezen kívül a felvett és leadott hőmennyiség aránya megegyezik a hőtartályok hőmérsékletének arányával, azaz:

$$\frac{Q_{felvett}}{Q_{leadott}} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{400\,K}{300\,K} = \frac{4}{3}$$

Ebből:

$$Q_{leadott} = \frac{3}{4} Q_{felvett} = \frac{3}{4} \cdot 600\,J = 450\,J$$

Tehát a végzett munka:

$$W = Q_{felvett} - Q_{leadott} = 600\,J - 450\,J = 150\,J$$

8. m = 1 kg levegőt adiabatikusan térfogatának hatodrészére komprimálunk, majd ezen a térfogaton a nyomását 1,5-szeresére növeljük. Határozza meg az entrópia változást a folyamat alatt! ($M_{levegő}$ = 29 g/mol)

MEGOLDÁS:

Először nézzük, hogy lehet kiszámolni az entrópia megváltozását:

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T}$$

Namost: a feladat szövegében leírt folyamat két részfolyamatból áll. Az első részfolyamat adiabatikus, ami azt jelenti, hogy nem történik hőközlés (Q = 0), így ilyenkor az entrópia nem változik. A második rész már picit neccesebb, kell hozzá pár képlet. A második részfolyamat izochor, vagyis állandó térfogaton megy végbe. Ilyen folyamatoknál a hőközlés:

$Q = n \cdot C_V \cdot \Delta T$, ahol **n** az anyagmennyiség, **C_V** az állandó térfogaton mért fajhő, **ΔT** a hőmérsékletváltozás.

Mivel a gáz térfogata nem változik, ezért a gáz munkavégzése nulla lesz. Tehát a belső energia megváltozása megegyezik a hőmennyiséggel:

$$\Delta U = Q = n \cdot C_V \cdot \Delta T \;\Rightarrow\; C_V = \frac{1}{n} \cdot \frac{\Delta U}{\Delta T}$$

Ez alapján a fajhő kiszámolható úgy, hogy a gáz belső energiájának megváltozását elosztjuk a hőmérsékletváltozással, és az eredményt elosztjuk az anyagmennyiséggel:

$\Delta U = \frac{f}{2} \cdot n \cdot R \cdot \Delta T \Rightarrow \quad C_V = \frac{1}{n} \cdot \frac{\Delta U}{\Delta T} = \frac{1}{n} \cdot \frac{f}{2} \cdot n \cdot R = \frac{f}{2} \cdot R$, ahol **U** a gáz belső energiája, **f** a gázmolekulák szabadsági foka (jelen esetben 5, mert a levegőt kétatomos gázmolekulák alkotják), **R** pedig az univerzális gázállandó, értéke: 8,314 J/molK.

Most pedig nézzük az entrópia megváltozását. Ehhez az izochor folyamatokra jellemző hőközlést kell beírni az entrópia képletébe:

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} = \int_{T_1}^{T_2} \frac{n \cdot C_V \cdot \delta T}{T} = n \cdot C_V \int_{T_1}^{T_2} \frac{1}{T} \delta T = n \cdot C_V \cdot \ln \frac{T_2}{T_1}$$

Ha most ebbe beírjuk a fajhőre korábban kapott összefüggést:

$$\Delta S = n \cdot C_V \cdot \ln \frac{T_2}{T_1} = n \cdot \frac{f}{2} \cdot R \cdot \ln \frac{T_2}{T_1}$$

Az anyagmennyiséget nem tudjuk, de számolható úgy, hogy a gáz tömegét elosztjuk a moláris tömegével:

$$n = \frac{m}{M} \;\Rightarrow\; \Delta S = \frac{m}{M} \cdot \frac{f}{2} \cdot R \cdot \ln \frac{T_2}{T_1}$$

Már csak a két hőmérséklet arányát nem tudjuk, de ez könnyen kiszámolható. Izochor folyamatnál teljesül a következő (a gáz állapotegyenletéből levezethető):

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \quad \Rightarrow \quad \frac{T_2}{T_1} = \frac{p_2}{p_1} = 1,5$$

Innentől mindenünk megvan az entrópia megváltozásának kiszámolásához:

$$\Delta S = \frac{m}{M} \cdot \frac{f}{2} \cdot R \cdot \ln \frac{T_2}{T_1} = \frac{1}{0,029} \cdot \frac{5}{2} \cdot 8,314 \cdot \ln 1,5 \approx 290,61 \frac{J}{K}$$