ANALÍZIS 2. **II. PÓT-/JAVÍTÓ ZÁRTHELYI** **2013. május 9.**

Mérnök informatikus szak Munakidő: 90 perc

---

1. feladat (12 pont)

Határozza meg az alábbi függvénysor konvergenciatartományát!

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n} \cdot (3-2x)^n$$

2. feladat (29 pont = 8p+7p+7p+7p)

Határozza meg az alább megadott függévények adott x_0 pont körüli Taylor-sorát és annak konvergenciatartományát!

a) $f_1(x) = \ln(1+x), \quad x_0 = 0;$

b) $f_2(x) = \dfrac{1}{3+5x}, \quad x_0 = 2;$

c) $f_3(x) = \dfrac{1}{3+5x^2}, \quad x_0 = 0;$

d) $f_5(x) = e^{2x}\operatorname{ch}(2x), \quad x_0 = 1.$

3. feladat (16 pont=12p +4p)

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{ha } x \in [-\pi + 2k\pi, 2k\pi) \\ 1, & \text{ha } x \in [2k\pi, \pi + 2k\pi) \end{cases}, \qquad (k \in \mathbb{Z})$$

a) Határozza meg f Fourier-sorát! Írja fel a Fourier-sor első három nem nulla tagját!

b) Határozza meg a Fourier-sor $\Phi(x)$ összegfüggvényét!

4. feladat (22 pont=5p + 6p +5p +6p)

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x\sin(y)}{\sqrt{x^2+y^2}}, & \text{ha } (x,y) \neq (0,0); \\ 0, & \text{ha } (x,y) = (0,0); \end{cases}$$

a) Folytonos-e f az origóban? (Válaszát indokolja!)

b) Határozza meg f parciális deriváltjait az origón kívül!

c) A definíció alapján határozza meg f parciális deriváljait az origóban! (Ha valamelyik nem létezik, indokolja állítását!)

d) A definíció alapján határozza meg f-nek az origóban az $\mathbf{e} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix}$ irányban vett iránymenti deriváltját! (Ha nem létezik, indokolja állítását!)

5. feladat (14 pont =7p +7p)

$$f(x,y) = \frac{x(2y+1)}{e^y}$$

a) Hol létezik, és mennyi a függvény gradiense? (Állítását indokolja meg!)

b) Legyen $\mathbf{v} = \begin{bmatrix} 3 \\ -4 \end{bmatrix}$, és legyen $\mathbf{e}$ a $\mathbf{v}$-vel párhuzamos, azonos állású egységvektor. Határozza meg f-nek a $P = (2,0)$ pontban az $\mathbf{e}$ irányú iránymenti deriváltját!

6. feladat (7 pont)
Legyen g kétszer folytonosan deriválható egyváltozós valós függvény, és legyen

$$f(x,y) = g\big(2xy + y^2\big).$$

$$f'_x = ?, \qquad f'_y = ?, \qquad f''_{yy} = ?$$

Pótfeladatok (csak 40 pont eléréséhez javítjuk ki):

7. feladat (10 pont)

$$f(x,y) = \ln(2x + 3y^2)$$

Írja fel az f függvény grafikonját a $P(-1,1)$ pontban érintő sík egyenletét!

8. feladat (10 pont)
Írja fel az $f(x) = \sqrt{1+x}$ függvény origó körüli harmadrendű Taylor-polinomját elemi műveletekkel!