A HÁROMFÁZISÚ VEKTOROK MÓDSZERE

1. A háromfázisú vektorok matematikai bevezetése és fizikai értelmezése

1.1. A matematikai bevezetés

Az eddigiekben vizsgálódásaink matematikai eszköze a mátrixszámítás volt, amely egyenleteink tömör írásmódját, tiszta áttekintését és egyszerű kezelését tette lehetővé.

Az egységes gépelmélet másik kitűnő eszköze a háromfázisú vektorok módszere, amely a mátrixszámítással közvetlen matematikai kapcsolatba hozható, és szemléletessége, valamint eleganciája jelentős előnyöket nyújt.

Használatos gépeink többsége háromfázisú. Azaz három fázisárammal, fázis feszültséggel, fázisfluxussal vagy megfelelő vonali mennyiségekkel kell foglalkoznunk. E mennyiségek azonban a fázisok láncolása következtében nem függetlenek egymástól. Amint láttuk, a zérus sorrendű mennyiségek gyakran hiányoznak, és ha nem, akkor külön, függetlenül kezelhetők. Valamely háromfázisú mennyiség három fázismennyiségét tehát együttesen két adat határozza meg és így síkvektorral jellemezhető.

A mátrixos tárgyalásmódban gépeink álló- vagy forgórészét a kétfázisú összetevők valamelyikével - amelyeket most általánosan 1és 2-vel jelölünk - az

$$u_1 = Z_{11} i_1 + Z_{12} i_2$$
$$u_2 = Z_{21} i_1 + Z_{22} i_2$$

alakban írt feszültségegyenletekkel jellemezhettük. A kényelmesebb írás és a jobb áttekintés céljából azután azokat az

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix}$$

mátrixalakba írtuk, amely a gyorsírásszerű

$$[u] = [Z][i]$$

alakba tömöríthető.

Az oszlopmátrixokat *vektoroknak* is nevezik, mert azok elemei egy *n* dimenziós vektor összetevőinek tekinthetők. Az

$$[u] = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

kétdimenziós oszlopvektor így síkvektorként értelmezhető és ábrázolható.

Az elmondottakból adódik a gondolat, hogy a háromfázisú mennyiségeket egyetlen eredő mennyiségbe egy kétdimenziós vektorba foglaljuk össze. Így a mátrixok mellett egy másik — és a modern rendszerelméletben rendkívül elterjedt - lehetséges tárgyalásmód a vektoros, a „háromfázisú vektorok módszere. Mint alább látjuk, valójában nem is egy másik módszer ez, hanem ugyanannak a módszernek másik oldala, nézőpontja. Geometriailag a háromfázisú mennyiséget így síkvektorokkal ábrázolhatjuk, és komplex számokként értelmezhetjük. Ezekhez esetenként egy külön zérus sorrendű mennyiség, ill. egyenlet járulhat.

A most vázolt lehetőséget sugallja, ill. mutatja bármelyik 3/2 fázisú transzformáció, legkényelmesebben a C_1 fázistranszformáció, amelyet most hagyományos alakjában írunk fel. A háromfázisú mennyiségeket a kétfázisúakba vivő inverz transzformáció alakja:

$$[C_1]^{-1} = \frac{2}{3}\begin{array}{cccc} & a & b & c \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \alpha & 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \beta & 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{array}$$

A zérus sorrendű mennyiségek, mint láttuk, külön kezelhetők. Így kézenfekvő gondolat, hogy a merőleges koordinátatengelyekre képzelt kétfázisú α és β összetevőket egy síkvektor két komponensének tekintsük és az azokkal - a transzformációval - leírt háromfázisú mennyiségeket egyetlen eredő mennyiségbe, a komponensekből alkotott eredő síkvektorba foglaljuk össze.

Így a valós tengelyt α irányban felvéve, a β összetevőt pedig a képzetes tengely irányában mérve p1. az áramokra:

$$i_{valós} = i_\alpha = \frac{2}{3}(1 i_a - \frac{1}{2} i_b - \frac{1}{2} i_c) \qquad (1)$$

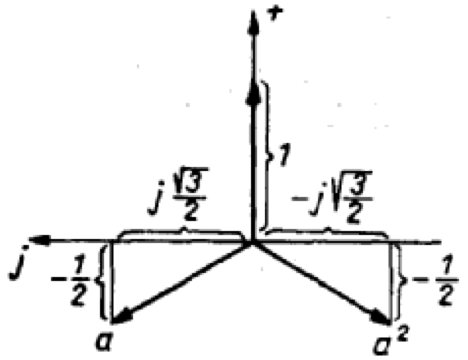
$$j i_{képzetes} = j i_\beta = \frac{2}{3}(0 j i_a + j\frac{\sqrt{3}}{2} i_b - j\frac{\sqrt{3}}{2} i_c)$$

Az eredő háromfázisú áramvektor ebből definíciószerűen:

$$i = i_{valós} + j i_{képzetes} = \frac{2}{3}\left[i_a + \left(-\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}\right) i_b + \left(-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}\right) i_c \right] \qquad (2)$$

Az i_b ill. i_c áramok szorzói a, ill. a^2 (1. ábra), és így a háromfázisú áramvektor definíciós egyenlete

$$i = \frac{2}{3}(i_a + a i_b + a^2 i_c) \tag{3}$$



1. ábra. A háromfázisú egységvektorok komplex alakja

Az eddigi eljárásunk és i definíciója tiszta matematikai tevékenység volt, így a három összefogott fázisjellemző tetszőleges olyan mennyiség lehet, amelyre a fentebbi C_1 transzformáció megengedett. Így i_a, i_b, i_c gépek tekercseinek áramain kívül lehetnek pl. háromfázisú távvezetékek vagy transzformátor áramai vagy áramirányítók áramai stb.

Érdekes megjegyeznünk, hogy a háromfázisú vektor a

$$[C_{13}]^{-1} = \frac{1}{3}\begin{array}{c|ccc} & a & b & c \\ \hline 0 & 1 & 1 & 1 \\ + & 1 & a & a^2 \\ - & 1 & a^2 & a \end{array}$$

háromfázisú szimmetrikus összetevő transzformáció pozitív sorrendű áramának a kétszerese és így a negatív sorrendű kétszeresének a konjugáltja. Ez nem meglepő, hiszen a szimmetrikus összetevő transzformáció is 3/2 fázisszámú jellegű transzformáció és C_1 és C_{12} rokonsága evidens. A háromfázisú vektorok és szimmetrikus összetevők kapcsolatával más vonatkozásban még találkozunk.

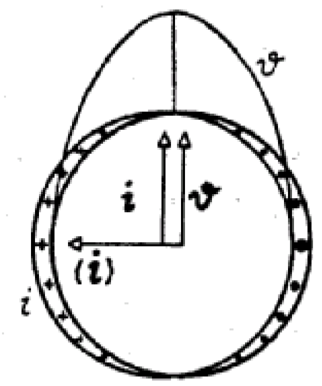
A tranziens jelenségek vizsgálatakor, amikor a fázismennyiségek pillanatértékek, vagyis valósak, így a negatív sorrendű összetevő (a 2-es szorzótól eltekintve) a háromfázisú vektor konjugáltja és akkor, amikor szükséges, egyszerűen nyerhető. A háromfázisú vektoros módszer tehát a szimmetrikus összetevők alkalmazásával, a „szimmetrikus összetevők pillanatértéke" módszerrel szemben két összetevő helyett csak „egyet" alkalmaz, és a számítások így lényegesen egyszerűsödnek.

A (3) definíció ebben az eredeti fogalmazásban tiszta matematikai műveletet, koordináta transzformációt jelent. A villamos forgógépekben azonban a háromfázisú vektoroknak szemléletes fizikai értelmezést is tulajdoníthatunk, ami gépeink belső viszonyainak kitűnő áttekintésére és pl. gép-áramirányító rendszer egyedülálló vizsgálatára, valamint más sajátos előnyökre vezet, amelyek következtében a módszer világszerte kezd elterjedni.

1.2. A fizikai bevezetés

A következőkben bemutatásra kerülő fizikai értelmezés, ill. fizikai bevezetés az alapja a vektoroknak a szűkebb, a villamos gépek elméletében használatos másik nevének, a térvektor elnevezésnek. A háromfázisú vektor név tehát az általánosabb. A térvektor elnevezést és értelmezést előbbi szűkebb területre vonatkozó alfajának tekinthetjük. Szokásos még a Park-vektor, újabban Rácz-vektor, eredővektor, és a félreérthető „szimmetrikus összetevők pillanatértéke" elnevezés is.

Vezessük most be a térvektorokat fizikai megfontolás alapján is, ilyen módon a háromfázisú vektorok villamos gépes fizikai értelmezését is bemutatva.



2. ábra. Szinuszos áram- és gerjesztéseloszlás térvektora

A gerjesztési görbe felrajzolásakor láttuk, hogy a légrés mentén az egyre táguló görbék által körülfogott áramok összege a gerjesztés. A 2. ábrán a kerület mentén folytonosan és szinuszosan eloszlónak képzelt áramok - áramréteg - esetében a gerjesztési görbe is térbeli szinusz alakú görbe. Ezt a térbeli gerjesztéseloszlást a pozitív maximum helyén rajzolt, a maximummal arányos nagyságú υ gerjesztési térvektorral jellemezhetjük. Mivel a kerület menti szinuszos árameloszlás legnagyobb értéke és a gerjesztés csak egy állandó tényezővel, a hatásos menetszámmal tér el egymástól, az árameloszlást is jellemezhetjük egy-egy pillanatban egy, a maximális áramérték helye helyett a maximális gerjesztés helyén rajzolt *i áramtérvektorral*. A mező is arányos υ-val, így a ***b*** indukció jellemzése hasonlóan történhet.

Egy fázistekercs áramának tetszőlegesen kiragadott pillanatértékéhez tehát a tekercs tengelyének irányában elhelyezkedő rögzített helyzetű, a pillanatérték nagyságával és előjelével megszabott hosszúságú és értelmű áram fázis-térvektor tartozik. Az egyes fázistekercsek tengelyeit a 0, 120º, ill. 240º térbeli szöggel elforgatott egységvektorok, tehát **1**, **a** és $\mathbf{a}^2$ jelölik ki.

Tetszőleges kiragadott pillanatban a három fázistekercs áramainak össze tartozó pillanatértékeihez tartozó áram fázis-térvektorait a tekercsek tengelyeiben, tehát az **1, a,** $\mathbf{a}^2$ irányokban - értelemre helyesen - felrajzolva és vektorosan összegezve a háromfázisú tekercselés térvektorát nyerjük.

Így a háromfázisú eredőáram az

$$1i_a + ai_b + a^2 i_c$$

a háromfázisú eredőgerjesztés az

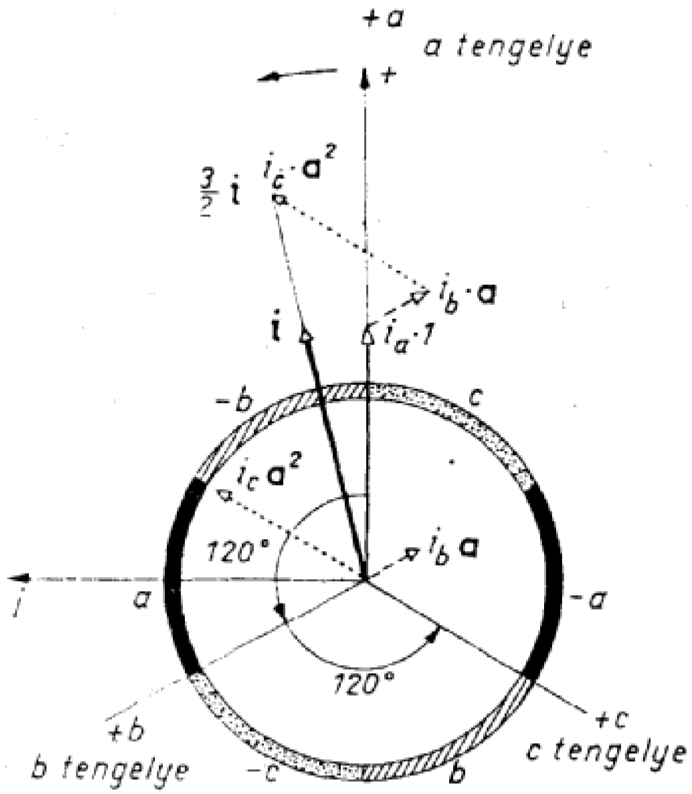
$$1\vartheta_a + a\vartheta_b + a^2\vartheta_c$$

kifejezéssel írható le. Itt a hangsúlyozás érdekében kivételesen, megállapodásunktól eltérően, **a**-nál és $\mathbf{a^2}$ –nél jeleztük azok vektorjellegét.

Az összegzést a 3. ábrán látjuk. Az eredő áramtérvektort - alább látható okokból célszerűen nem a három fázisvektor összegével hanem annak 2/3 részével jellemezzük:

$$i = \frac{2}{3}(i_a + ai_b + a^2 i_c)$$

Ez az áram háromfázisú vektora, Park-vektora vagy térvektora. A három fázisáramot egyetlen mennyiségben összefoglalva jellemeztük.



3. ábra. Aszimmetrikus állandósult állapot háromfázisú vektorának szerkesztése

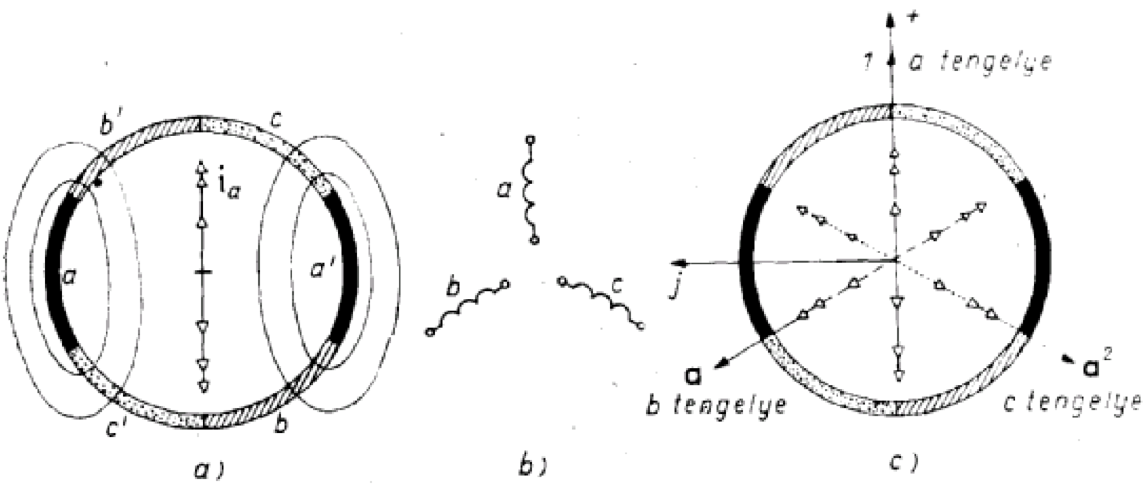
A Park-vektort a fázisáramok tetszőleges összetartozó pillanatértékeire egy adott kiragadott időpontra definiáltuk és rajzoltuk fel. Az tehát az áramok tetszőleges időbeli változásakor alkalmazható.

A fázisvektorok összegzésének feltétele a kerület menti szinuszos változás volt. Az eredő térvektorok alkalmazásának feltétele így definíciójuk értelmében - a szimmetrikus felépítésű háromfázisú tekercselés mellett az. egyes mennyiségek szinuszos kerület menti eloszlása. Ugyanez volt a feltétele a fázistranszformáció bevezetésének is.

A térvektor értelmezésének megkönnyítésére rajzoljuk fel néhány jellegzetes esetre az eredő háromfázisú vektor változását, végpontjainak geometriai helyét. Ezt úgy követhetjük a legkényelmesebben, ha az áramok időbeli változásának egymást elég sűrűn követő pillanataiban megszerkesztjük az eredővektort.

Tegyük ezt először a forgómező ismertetésekor már látott, időben állandósult szimmetrikus esetben, amikor az áramok szinuszos szimmetrikus három fázisú rendszert alkotnak.

Az egyes tekercseket időben változó nagyságú és irányú áramokkal táplálva azok mezeje külön-külön a térben helyben marad, mindig szinuszos térbeli eloszlású, de nagysága és iránya az áram pillanatértékeivel együtt változik. Így az egyes fázisok gerjesztés-, ill. árameloszlásai a kerület mentén rögzített helyen maradnak és így rögzített helyen marad az azokat jellemző térvektor is. Csupán e vektorok hossza, ill. értelme változik. A 4a ábrán v_a , ill. i_a vektorokat láthatjuk, ha a b és c fázistekercs árammentes és csak az a tekercsben folyik áram. A c ábrán az egyes fázisok áramvektorainak változását látjuk, ha azokat nem összegezzük.



4. ábra. Háromfázisú tekercselés fázistekercseinek lüktetőmezői

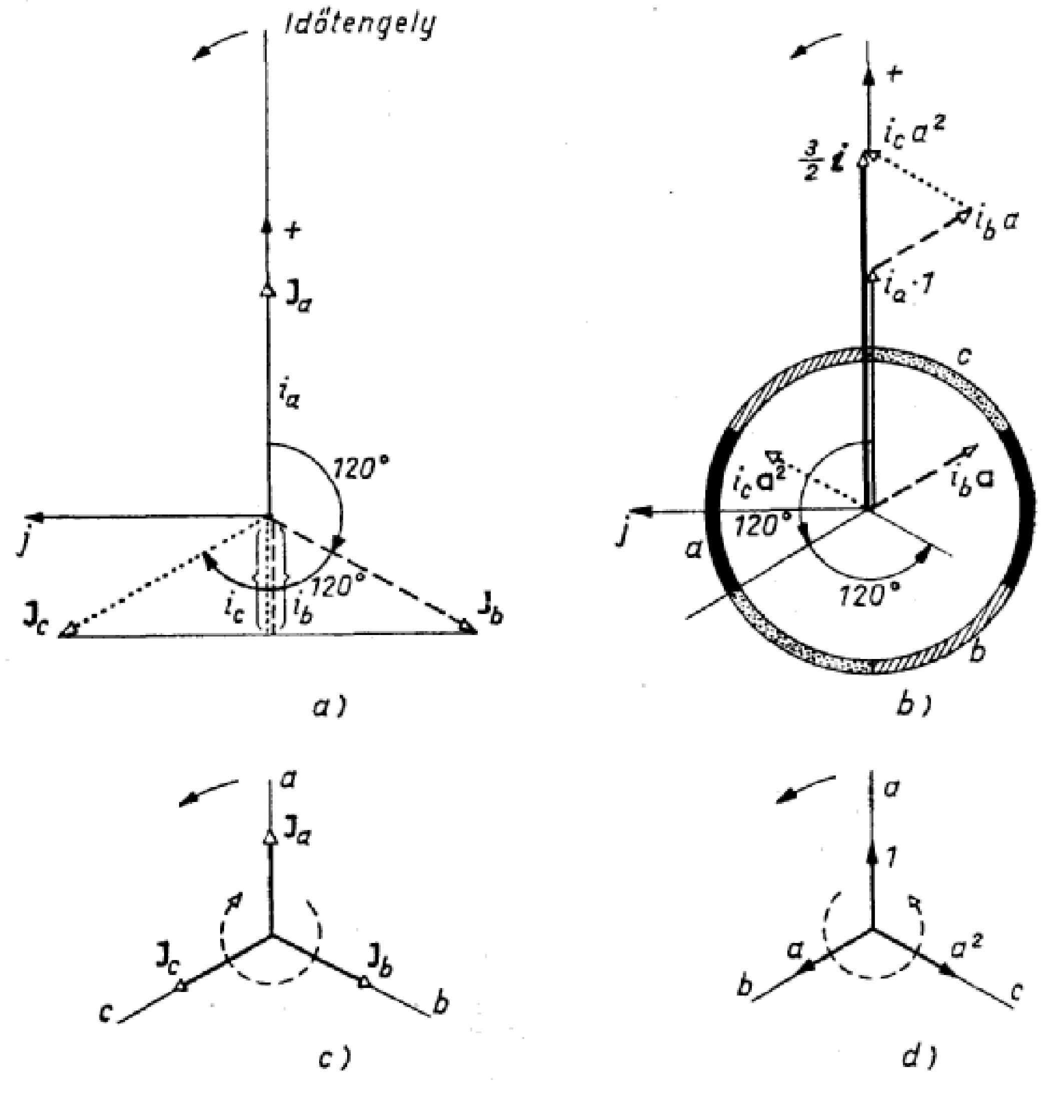
A háromfázisú tekercselés eredőgerjesztését az áramok tetszőleges időbeli váltakozásakor tetszőleges időpontban megkaphatjuk, ha a fázisok gerjesztéseit a kérdéses időpontban összegezzük. Az eredővektor végpontja által leírt görbét pontról pontra szerkeszthetjük meg, ha ezt az összegzést - célszerűen választott egymást követő időpontokban - elvégezzük.

Válasszuk elsőnek azt a pillanatot, amikor pl. az a fázis árama éppen maximum (5a ábra). Az i_a-t jellemző térbeli áramvektort az a tekercs tengelyében, pozitív irányban, maximális értékkel kell felrajzolnunk (b ábra). Az i_b áram pillanatértéke ekkor feleakkora és negatív előjelű. Vektorát tehát fél maximum nagyságban a h tekercstengelyére negatív irányban kell felrajzolni. Ugyanez vonatkozik a c tekercs térvektorának felrajzolására is. A tekercsek térbeli sorrendje itt is a forgásiránnyal egyező, míg az egymást követő idővektorok egymáshoz viszonyítva késnek, és így az időbeli ábrán a fázisok áramai egymást a forgásiránnyal ellentétes irányban követik (*c, d* ábrák).

A szimmetrikus állandósult állapotban az eredővektor állandó nagyságú, így végpontja kört ír le és eközben a vektor szögsebessége is állandó. Ezt a (14) képlet leszármaztatásával igazoljuk majd.

Az eredővektor akkor is megszerkeszthető, ha a tápláló áramrendszer pl. aszimmetrikus. Az előzővel megegyezően kiragadott pillanatban ekkor az eredő vektor általában nem esik az a tekercs tengelyébe (3. ábra), és a vektor végpontja nem kört, hanem ellipszist szélső esetben egyenest - ír le (6 *a, b* ábrák).

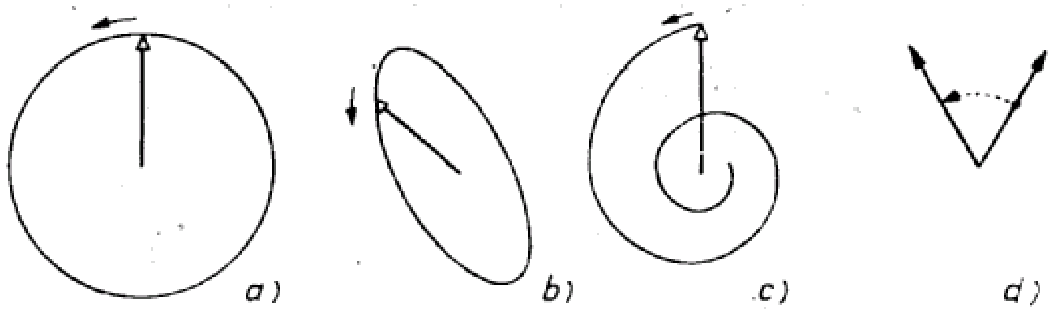
A három fázisáramot a Park-vektorral összefoglalva jellemeztük. Az eredő áramvektor minden pillanatban az eredőgerjesztés irányába mutat, ezért úgy képzelhető, hogy a három, térben 120°-ra eltolt gerjesztést az eredő irányába eső tengelyű, 3/2-ed effektív menetszámú, egyetlen, képzelt, forgó tekerccsel helyettesítettük, amelynek gerjesztése a térben ugyancsak szinuszos eloszlású. A hatásos menetszáni az elosztottal egyenértékű koncentrikus tekercs menetszáma.



5. ábra. A háromfázisú áramvektor szerkesztése szimmetrikus állandósult állapotban

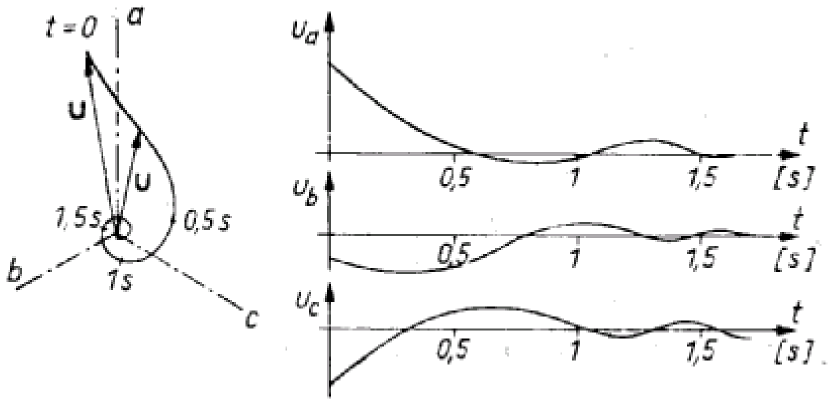
A Park-vektor azonban nemcsak időben szinuszos - állandósult - aszimmetrikus esetben alkalmazható. Definíciójakor - mind a matematikai, mind a fizikai bevezetéskor - csak a tekercsek térbeli szimmetriáját és a térbeli, gyakorlatilag szinuszos eloszlást kötöttük ki - valamint egyelőre a zérus sorrendű áram hiányát -,de az egyes fázisáramok időbeli változására semminemű kikötést nem tettünk. Azok tehát tetszőleges időbeli változásúak lehetnek, így szinuszosak, periodikusak felharmonikusokkal, tranziensek, sőt lehetnek egyenáramok vagy bármilyen más időbeli lefolyásúak.

A Park-vektor - ebben a még nem legáltalánosabb megfogalmazásban - a forgó tér vagy gerjesztés általánosabb alakja. A forgó vektor nagysága és sebessége is változhat itt - ekkor a 6c ábra zsugorodó vektorát nyerjük - sőt még ugrásai is lehetnek (d ábra), mint pl. vezérelt félvezető kapcsolóknál.



6. ábra. A háromfázisú áramvektor végpontjának pályája állandósult szimmetrikus (a), aszimmetrikus (b), tranziens (c) esetben. A háromfázisú vektor ugrásokat is végezhet kapcsolások hatására (d)

E pont második részében a háromfázisú vektorokat itt térvektorokat a forgógépek mennyiségeinek fizikai képei alapján szemléletes módon, szűkebb értelmezésben vezettük be. A Park-vektor azonban, mint a matematikai származtatásakor már láttuk, nemcsak térbeli mennyiségek összefüggéseire alkalmazható. A (3) szerinti, általánosabb, koordinátatranszformációra épülő definícióban az **1, a, a**^{2} egységvektorok irányai nem kapcsolódnak valamilyen térbeli elrendezés irányaihoz. Az általánosabb értelmezés alapján így a módszerrel háromfázisú transzformátorok, távvezetékek, fogyasztók, áramirányítók vagy bármilyen, a definíciónak megfelelő, összetartozó három mennyiséggel jellemzett berendezés vagy eszköz tanulmányozható.



7. ábra. A térvektor oszcillogramja szemléletesebb és áttekinthetőbb, mint fázismennyiségeké

A Park-vektorral jellemzett zsugorodó vektorok végpontjának a pályája a jelenséget szemléletesebben mutatja mint a szokásos idődiagramok (7. ábra). Megfelelő mérőkapcsolással a vektor oszcillografálható vagy koordináta-íróval felrajzolható. Ebben a felfogásban a térvektor nem cserélendő össze a komplex idővektorokkal, bár az állandósult állapot szélső esetében átmegy azokba.

1.3. A háromfázisú vektor mint transzformáció

A Park-vektor *vetületei* a fázistengelyekre a fázismennyiségek pillanatértékeit adják előjelre helyesen.
Így az

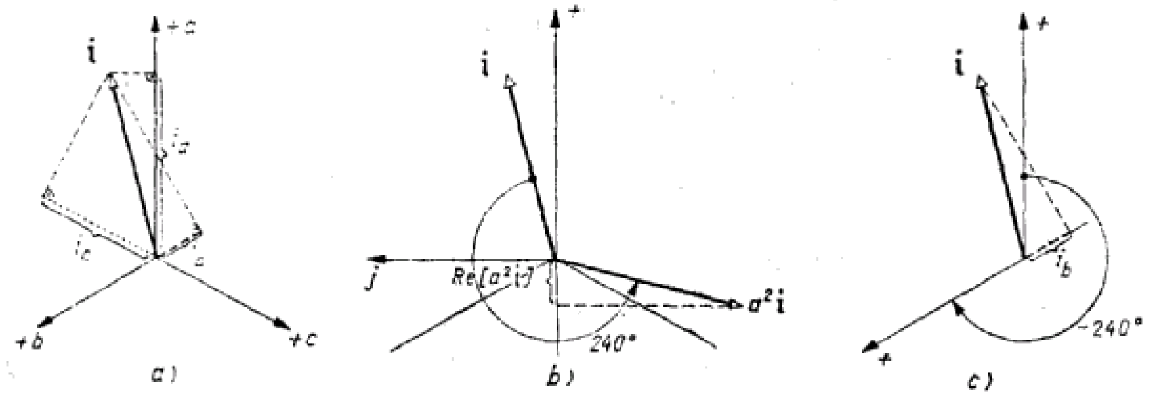
$$a = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \qquad a^2 = -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} \qquad i_a + i_b + i_c = 0$$

összefüggésekkel (9.8. ábra):

$$\mathrm{Re}[i] = \mathrm{Re}\left[\frac{2}{3}(i_a + ai_b + a^2 i_c)\right] = \frac{2}{3}(i_a - \frac{i_b}{2} - \frac{i_c}{2}) = i_a \tag{4a}$$

és hasonlóan

$$\mathrm{Re}[a^2 i] = i_b \qquad \mathrm{Re}[ai] = i_c \tag{4b,c}$$



8. ábra. A fázismennyiségek pillanatértékeinek szerkesztése a térvektor vetítésével (a). Az i fázisáram szerkesztése az áramvektor (b), ill. a koordináta-rendszer (c) elforgatásával

Utóbbiakról egyszerű behelyettesítéssel vagy olymódon is meggyőződhetünk, ha meggondoljuk, hogy pl. az i_b vetületképzés céljából $\mathbf{a}^2$-nek megfelelően, vagy a vektort (5b ábra) vagy az egész koordináta-rendszert ellenkező irányban 240°-kal elforgatjuk (5c ábra).

A vetületek képzése alapján érthető, miért volt célszerű a térvektor bevezetésekor a C_1^{-1} inverz transzformáció aszimmetrikus alakjának választása, ill. a fizikai bevezetéskor a 2/3 szorzó alkalmazása.

A térvektor síkvektor, amelyet két adat (pl. a két komponense vagy a nagysága és fázisszöge) meghatároz. Ez a három fázisáramot azáltal determinálja, hogy mint láttuk, azok nem függetlenek, hanem az

$$i_a + i_b + i_c = 0 \tag{5}$$

egyenlet köti őket össze.

Ha most elhagyjuk ezt az eddigi kikötésünket, és feltesszük, hogy zérus sorrendű áram is folyik, akkor a fázisáramok pillanatértékei

$$i_a = i_a' + i_0 \qquad i_b = i_b' + i_0 \qquad i_c = i_c' + i_0 \tag{6}$$

és mivel az előbbiek szerint $i_a' + i_b' + i_c' = 0$, így

$$i_a + i_b + i_c = 3i_0 \tag{7}$$

A térvektor a zérus sorrendű áramot nem tartalmazza, mert az az

$$i = \frac{2}{3}(i_a + ai_b + a^2 i_c) = \frac{2}{3}\left[(i_a' + i_0) + a(i_b' + i_0) + a^2(i_c' + i_0)\right] =$$
$$\frac{2}{3}\left[i_a' + ai_b' + a^2 i_c' + i_0(1 + a + a^2)\right] = \frac{2}{3}(i_a' + ai_b' + a^2 i_c') \tag{8}$$

összefüggés szerint abból kiesik. A zérus sorrendű áramot tehát külön kelt figyelembe venni.

A térvektorra vezető koordinátatranszformáció egyenletei tehát az összetevéskor - a fázismennyiségekből a vektormennyiségek irányában -

$$\left.\begin{array}{l} \frac{2}{3}\left(i_a - \frac{1}{2}i_b - \frac{1}{2}i_c\right) \\ j\frac{2}{3}\left(0 + \frac{\sqrt{3}}{2}i_b - \frac{\sqrt{3}}{2}i_c\right) \end{array}\right\} \frac{2}{3}\left(i_a + ai_b + a^2 i_c\right) = i$$

$$abc \rightarrow i \tag{9}$$

$$\frac{1}{3}(i_a + i_b + i_c) = i_0$$

ill. a felbontáskor — a vektorból a fázismennyiségekbe -

$$\begin{aligned} i_a &= \mathrm{Re}[i] + i_0 \\ i_b &= \mathrm{Re}[a^2 i] + i_0 \qquad i \rightarrow abc \\ i_c &= \mathrm{Re}[ai] + i_0 \end{aligned} \tag{10}$$

1.4. Az állandósult állapot

Az állandósult pozitív sorrendű szimmetrikus állapotban az áramvektor kifejezése definíciója alapján

$$i = \frac{2}{3}[I_+ \cos(\omega t + \varphi_+) + aI_+ \cos(\omega t + \varphi_+ - 120^\circ) + a^2 I_+ \cos(\omega t + \varphi_+ - 120^\circ)] \tag{11}$$

A fázisáramok itt egyenlő nagyságú, egymástól időben egyező szögekkel eltolt és a választott fázissorrenddel megegyező sorrendű, tehát tiszta pozitív sorrendű szimmetrikus áramrendszert alkotnak, Így a következőben + indexet alkalmazunk.

A koszinusz függvényeket exponenciális alakba átírva - amely pl. a második fázisra

$$\cos(\omega t + \varphi_+ - 120^\circ) = \frac{e^{j\omega t}e^{j\varphi}a^2 + e^{-j\omega t}e^{-j\varphi}a}{2} \tag{12}$$

alakú -, majd a szorzásokat elvégezve és $e^{j\omega t}$ ill. $e^{-j\omega t}$ szerint rendezve:

$$i = \frac{1}{3}I_+[e^{j\omega t}e^{j\varphi}(1 + a^3 + a^3) + e^{-j\omega t}e^{-j\varphi}(1 + a^2 + a^4) \tag{13}$$

Mivel $1 + a^3 + a^3 = 3$ és $1 + a^2 + a^4 = 0$

$$i = I_+ e^{j\varphi} e^{j\omega t} = I_{a+} e^{j\omega t} = \hat{I}_{a+}$$

$$i = I_{a+} e^{j\omega t} = \hat{I}_{a+} \tag{14}$$

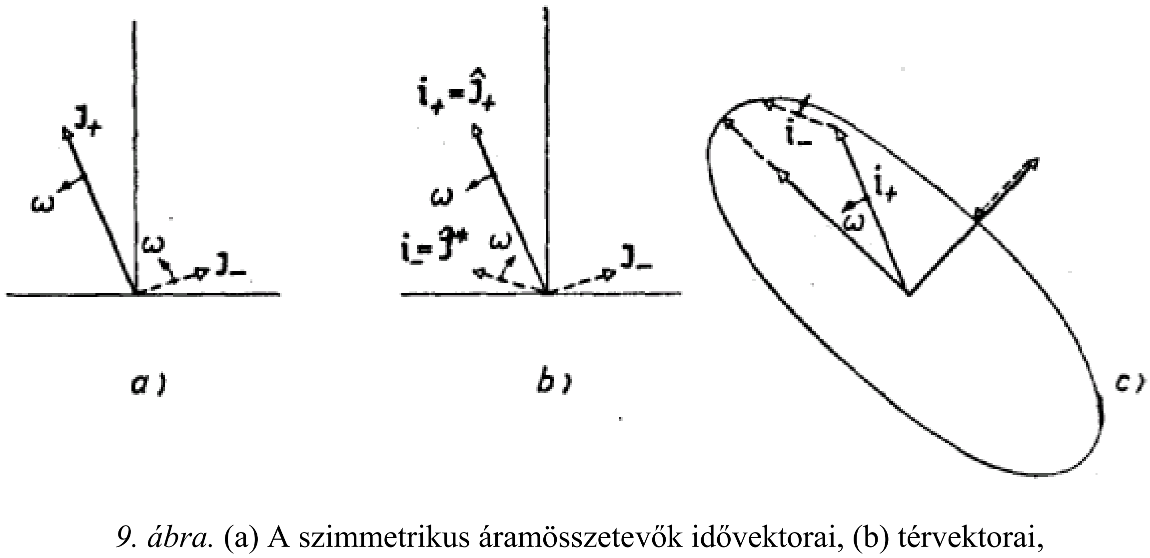
A szimmetrikus állandósult állapotban tehát a térvektor megegyezik a komplex idővektorral, ha tetszik, az a fázis komplexorává fajul el. A vektor állandó szögsebességgel forog, és végpontja kört ír le. Vetületei egy megfelelő időtengelyre az áram szinuszosan változó pillanatértékeit szolgáltatják. Ilyenkor a térvektorok ábrái és a szokásos időbeli vektorábrák megegyeznek, és így azokat egymás helyett lehet rajzolni, ill. az egyikből a másik nyerhető. Ez a „felcserélhetőség” azonban csak ebben a speciális üzemállapotban érvényes.

Tiszta negatív sorrendű szimmetrikus állandósult háromfázisú áramrendszer esetén a (12) kifejezésben az ellenkező fázissorrendnek megfelelően $\mathbf{a}^2$ és $\mathbf{a}$ helyet cserélnek, és így ebben az esetben az

$$i = I_- e^{-j\varphi} e^{-j\omega t} = I_{a-}^{*} e^{-j\omega t} = \hat{I}_{a-}^{*}$$

$$i = I_{a-}^{*} e^{-j\omega t} = \hat{I}_{a-}^{*} \tag{15}$$

összefüggésre jutunk. Negatív sorrendű szimmetrikus áramrendszer esetén a térvektor az a fázis negatív sorrendű idővektorának konjugáltjával egyenlő. A térvektor így I_a^* amplitúdóval a választott forgásiránnyal ellentétes irányban állandó szögsebességgel szinkron forog körbe.



9. ábra. (a) A szimmetrikus áramösszetevők idővektorai, (b) térvektorai, és (c) az eredőáram térvektor végpontjának ellipszis pályája

Hangsúlyoznunk kell, hogy a pozitív, ill. negatív sorrendű mennyiségek *idővektorai* a komplex időszámsíkon egyformán pozitív irányban, tehát egyezően forognak (9a ábra), és csak a *térvektorok* komplex térszámsíkján forog a negatív sorrendű térvektor a konjugált képzés következtében a pozitív sorrendű térvektorral ellenkező, negatív irányban (9b ábra).

Állandósult aszimmetrikus szinuszos - zérus sorrendű összetevőt nem tartalmazó - üzemállapotban az eredő térvektor a pozitív és a negatív sorrendű tér vektorok összege:

$$i = i_+ + i_- = \hat{I}_{a+} + \hat{I}_{a-}^{\;*} = I_{a+}e^{j\varphi}e^{j\omega t} + I_{a-}e^{-j\varphi}e^{-j\omega t} \tag{16}$$

A két szembeforgó vektor eredőjének végpontja ellipszist ír le (9c ábra), amelynek nagy tengelye $I_{a+} + I_{a-}$ a pozitív és negatív sorrendű áramvektorok amplitúdóinak összege, kistengelye pedig $I_{a+} - I_{a-}$ a pozitív és negatív sorrendű áramamplitúdók különbsége.

Ha a pozitív és negatív sorrendű összetevő egyenlő nagy, az ellipszis egyenessé), tehát a mező tiszta lüktetőmezővé fajul el, ha pedig I_+ vagy I_- zérus, akkor kört, tehát tiszta körforgó mezőt kapunk.