

1. Legyen $f(n) = 3 \log_2(n^n) + 8\sqrt{n} + 10n^2$. Adjon meg egy megfelelő c konstans és n_0 küszöbértéket és ezekkel mutassa meg, hogy $f(n) = O(n^2)$!

2. (a) Adja meg a topologikus sorrend definícióját!

(b) Hogyan lehet mélységi bejárás (DFS) segítségével topologikus sorrendet találni egy DAG-ban? Csak az eljárást kell leírni, indokolni nem kell a helyességét, a DFS algoritmust nem kell részletesen leírni.

(c) Mennyi a b) pontban adott eljárás lépésszáma, ha a gráf éllistával adott?

3. Adja meg, hogy az órán tanult 3SZÍN \leftarrow MAXFTL Karp-redukciónál mi lesz a képe a 3 pontú teljes gráfnak!

4. Éllistájával adott egy irányított G gráf, melynek minden csúcsa vagy piros vagy fehér. Adott továbbá két kijelölt csúcs a gráfban: egy piros s és egy fehér t csúcs. Adjon algoritmust, ami $O(n + e)$ lépésben megtalálja a legkevesebb élből álló olyan utat s -ből t -be (vagy jelzi, hogy nincs ilyen) melyen felváltva következnek a csúcsok színei (azaz egy fehér után mindig egy piros, egy piros után pedig mindig egy fehér jön).

5. Tekintsük a következő eldöntési problémát:

Input: egy pozitív egész N szám

Kérdés: Igaz-e, hogy N bármely két osztójának különbsége legalább 20?

Igazolja, hogy ez a döntési probléma co NP-ben van!

6. Legyen $S \in \{0, 1\}^*$ egy n hosszú szó. Egy $S[j]S[j+1] \dots S[i]$ részszó súlya jelentse azt, hogy mennyivel több 1 van benne, mint 0 (a súly lehet negatív is, ha több a 0). Az S szöveghez definiáljuk azt a T tömböt, melyben a $T[i]$ értéke az $S[i]$ -vel végződő, nem üres részszavak súlya közül a legnagyobb. Adjon $O(n)$ lépésszámú algoritmust a T tömb kitöltésére! Hogyan és hány lépésben lehet a kitöltött T tömb alapján meghatározni az S -beli részszavak súlyai közül a maximálisat?

7. Adott az a_1, a_2, \dots, a_n számsorozat. Ebből néhány tagot akarunk úgy kiválasztani, hogy ne legyen közöttük két szomszédos eleme a sorozatnak, és a kiválasztott elemek négyzetösszege maximális legyen.

Írja fel egészértékű programozási feladatként ezt a problémát! (A probléma megoldására nem kell algoritmust adni.)

8. Egy különböző egész számokat tároló 2-3-fa gyökerében két útjelző van, a 101 és a 117. Legfeljebb hány elemet tárolhat a fa?

* S i . edik karakterénél

$S_1, S_2, \dots, S_i, S_{i+1}$

—————
TR