

# Minta

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
7	4	3	1	5	7	7	4	1	3

1. Boole-algebrán minden  $a, b$ -re:

$(\bar{a} \bar{b} + a) + (\bar{a} b + b) = a b + \bar{a} \bar{b}$	(a)	1: (a) és (b)	5: csak (b)
$= a + b a$	(b)	2: csak (a) nem	6: csak (b) és (c)
$= b + a \bar{b} + a$	(c)	3: (a) és (c)	7: (c) nem
$= \bar{a} b + a + b$	(d)	4: mind	8: csak (d) nem

2. 2-azonosság az alábbiak közül

$(p \wedge q \Rightarrow r) \Rightarrow (p \Rightarrow (q \Rightarrow r)) = 1$	(a)	1: csak (a) nem	5: mind
$(p \Rightarrow q) \Rightarrow (\neg p \Rightarrow \neg q) = 1$	(b)	2: csak (b) és (c)	6: csak (b)
$(p \Rightarrow 0) \Rightarrow \neg p = 0$	(c)	3: csak (b) és (d)	7: csak (c)
$((p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow \neg p)) \Rightarrow \neg p = 1$	(d)	4: csak (a) és (d)	8: csak (d) nem

3.  $\mathbb{Z}_2$  műveleteivel 2-n:

$(p \vee q) \wedge (q \Rightarrow \neg p) = p q + (1+q)(1+p)$	(a)	1: (a) és (b)	5: csak (a)
$= p + q + (1+p q) p q$	(b)	2: (b) és (c)	6: csak (b)
$= p q + p q$	(c)	3: (b) és (d)	7: csak (c)
$= (1+q) + (1+p)$	(d)	4: egyik sem	8: csak (d)

4.  $\mu \stackrel{\circ}{=} (\eta \Rightarrow (\varphi \vee \psi)) \Rightarrow ((\eta \Rightarrow \varphi) \wedge (\eta \Rightarrow \psi))$ ,  $\nu \stackrel{\circ}{=} (\eta \Rightarrow (\varphi \wedge \psi)) \Rightarrow ((\eta \Rightarrow \varphi) \vee (\eta \Rightarrow \psi))$

$\neg \mu$ és $\nu$ kielégíthető	(a)	1: csak (a)	5: csak (a) nem
$\neg \mu$ tautológia és $\nu$ kielégíthető	(b)	2: csak (b)	6: csak (b) nem
$\mu$ és $\nu$ tautológia	(c)	3: csak (c)	7: csak (c) nem
$\mu$ és $\neg \nu$ kielégíthető	(d)	4: csak (d)	8: csak (d) nem

5. **X**: Kettő közülünk igazat mondanak. **Y**: Kettő közülünk hazudnak. **Z**: A többiek hazudnak.

<b>X</b> és <b>Z</b> hazudik	(a)	1: (a) és (b)	5: csak (a)
<b>X</b> és <b>Y</b> hazudik	(b)	2: (a) és (c)	6: csak (b)
<b>Y</b> hazudik és <b>Z</b> igazat mond	(c)	3: (c) és (d)	7: csak (c)
Pontosan kettő mondanak igazat	(d)	4: (a) és (d)	8: csak (d)

6.  $Prop_X$ -en:  $\Sigma \stackrel{\circ}{=} \{\varphi \wedge \psi, \neg \eta \vee \neg \varphi\}$ .

$\Sigma \vdash \varphi \Rightarrow (\psi \Rightarrow \varphi)$	(a)	1: csak (a) és (c)	5: csak (b) nem
$\Sigma \vdash \varphi \vee \psi$	(b)	2: csak (a) és (d)	6: csak (c) nem
$\Sigma \vdash \eta \Rightarrow (\neg \varphi \vee \neg \psi)$	(c)	3: csak (b) és (d)	7: csak (d) nem
$\Sigma \vdash \varphi \wedge \neg \psi$	(d)	4: csak (a) és (b)	8: mind

7.  $X \stackrel{\circ}{=} \{x, y, z\}$ ,  $\Sigma \stackrel{\circ}{=} \{\neg x \wedge \neg y, z \Rightarrow x \vee y\}$ ,  $\Gamma \stackrel{\circ}{=} \{x \vee \neg y, x \Rightarrow y\}$ ,  $\Delta \stackrel{\circ}{=} \{x \wedge \neg y, x \Rightarrow y\}$ .  $Prop_X$ -en:

$\Sigma$ konzisztens és $\Gamma$ teljes	(a)	1: (a) és (b)	5: csak (a)
$\Sigma$ -nek pontosan egy modellje van	(b)	2: (b) és (c)	6: csak (a) nem
$\Delta$ -nak pontosan egy modellje van	(c)	3: (b) és (d)	7: csak (b)
$\Gamma$ teljes és $\Gamma \not\vdash F$	(d)	4: sem (b) sem (c)	8: csak (b) nem

8.  $\mu \stackrel{\circ}{=} (\forall x)(\varphi \Rightarrow \psi) \Rightarrow ((\forall x)\varphi \Rightarrow (\forall x)\psi)$ ,  $\nu \stackrel{\circ}{=} (\exists x)(\varphi \Rightarrow \psi) \Rightarrow ((\exists x)\varphi \Rightarrow (\exists x)\psi)$

$\neg \mu$ és $\nu$ kielégíthető	(a)	1: csak (a)	5: (a) és (b)
$\mu$ nem kielégíthető és $\nu$ nem érvényes	(b)	2: csak (b)	6: (b) és (c)
$\mu$ és $\nu$ érvényes	(c)	3: csak (c)	7: (c) és (d)
$\mu$ és $\neg \nu$ kielégíthető	(d)	4: csak (d)	8: (d) és (a)

9.  $\mathcal{L} \stackrel{\circ}{=} \langle \rangle$ .  $Pred_{\mathcal{L}}$ -en:  $\Sigma \stackrel{\circ}{=} \{(\forall x)(\neg x < x), (\forall x)(\forall y)(\forall z)(x < y \wedge y < z \Rightarrow x < z)\}$ ,

$$\mu \stackrel{\circ}{=} (\exists x)(\forall y)(x \neq y \Rightarrow x < y) \Rightarrow (\exists x)(\forall y)(\neg y < x), \quad \eta \stackrel{\circ}{=} (\exists x)(\forall y)(\neg y < x) \Rightarrow (\exists x)(\forall y)(x \neq y \Rightarrow x < y)$$

$\neg \mu$ nem független és $\eta$ független $\Sigma$ -től	(a)	1: csak (a)	5: sem (a) sem (b)
Sem $\mu$ sem $\eta$ nem független $\Sigma$ -től	(b)	2: csak (b)	6: sem (a) sem (c)
$\mu$ független és $\neg \eta$ nem független $\Sigma$ -től	(c)	3: csak (c)	7: sem (a) sem (d)
Mind $\mu$ mind $\eta$ független $\Sigma$ -től	(d)	4: csak (d)	8: egyik sem

10.  $Pred_{\mathcal{L}}$ -en:  $\Sigma \stackrel{\circ}{=} \{(\exists x)(\varphi \Rightarrow \psi), (\forall x)\varphi\}$ .

$\Sigma \vdash (\exists x)\psi$	(a)	1: csak (a) és (d)	5: csak (d)
$\Sigma \vdash \neg(\forall x)\neg\varphi$	(b)	2: csak (b) és (c)	6: csak (c) nem
$\Sigma \vdash \neg(\exists x)\neg\psi$	(c)	3: csak (a) és (b)	7: csak (d) nem
$\Sigma \vdash (\exists x)\neg\psi$	(d)	4: csak (a)	8: sem (a) sem (d)