1. feladat (12 pont)
Határozza meg a következő kezdetiérték-probléma megoldását!

$$yy' = \frac{e^{-y^2}}{\sqrt{4+x^2}}, \qquad y(0) = 1.$$

2. feladat (4+6+10=20 pont)
a) Mikor beszélünk állandó együtthatós lineáris differenciálegyenlet esetén *belső rezonanciáról* illetve *külső rezonanciáról*?
b) Az $y''(x) + 6y'(x) + cy(x) = 5e^{-2x}$ egyenletben határozza meg a $c \in \mathbb{R}$ paraméter értékét úgy, hogy belső, illetve külső rezonancia legyen!
c) Adja meg az előző egyenlet általános megoldását $c = 5$ mellett!

3. feladat (3+6=9 pont)
a) Ismertesse a numerikus sorokra tanult hányados kritérium limesz nélküli alakját!
b) Konvergens-e a $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^{2n+1}}{(2n)!}$ sor?

4. feladat (4+5=9 pont)
Határozza meg a következő függvényeknek az adott középpont körüli Taylor-sorát és a sorok konvergenciatartományát!

$$a) \quad f(x) = e^{3x}, \quad x_0 = -2; \qquad\qquad b) \quad g(x) = \frac{1}{1+x}, \quad x_0 = 2.$$

5. feladat (4+3+3=10 pont)
Definiálja az $f(x,y)$ függvény totális deriváltját valamint x-szerinti parciális deriváltját az $\mathbf{r}_0 = (x_0, y_0)$ pontban! (Két definíció.) Mi a kapcsolat a totális derivált és a parciális deriváltak között? (Egy tétel.)

6. feladat∗ (3+6+9=18 pont)
a) Ismertesse egy rajzon a hengerkoordinátákat! Számolja ki a hengerkoordinátákhoz tartozó Jakobi-determinánsát! (Levezetéssel együtt!)
b)

$$I = \iiint_V (x^2 + y^2)\, dV = ?, \qquad V = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 \le 4,\ 0 \le z \le 5 - x^2 - y^2\}$$

7. feladat∗ (12 pont)
Hol és milyen típusú szélsőértéke van az $f(x,y) = x^3 + y^2 - 3x$ függvénynek?

8. feladat∗ (10 pont)

$$\oint_{|z-2|=3} \frac{\ln(z+3i)}{z(z-3i)} dz = ? \qquad \text{(Algebrai alakban!)}$$

A kört egyszer járjuk körbe pozitív irányban.

A ∗-al jelölt feladatokból legalább 15 pontot el kell érni!