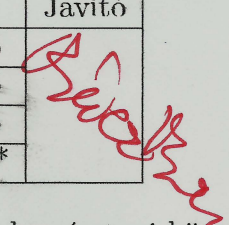


Jelek és rendszerek I.

HÁZI FELADAT VILLAMOSMÉRNÖK SZAKOS HALLGATÓK RÉSZÉRE

Név Seyler Lajos
Neptun kód EGWIB4
Házi feladat kódja irblea
Beadási határidők:
1. rész: 8. oktatási hét
2. rész: 8. oktatási hét
3. rész: 13. oktatási hét

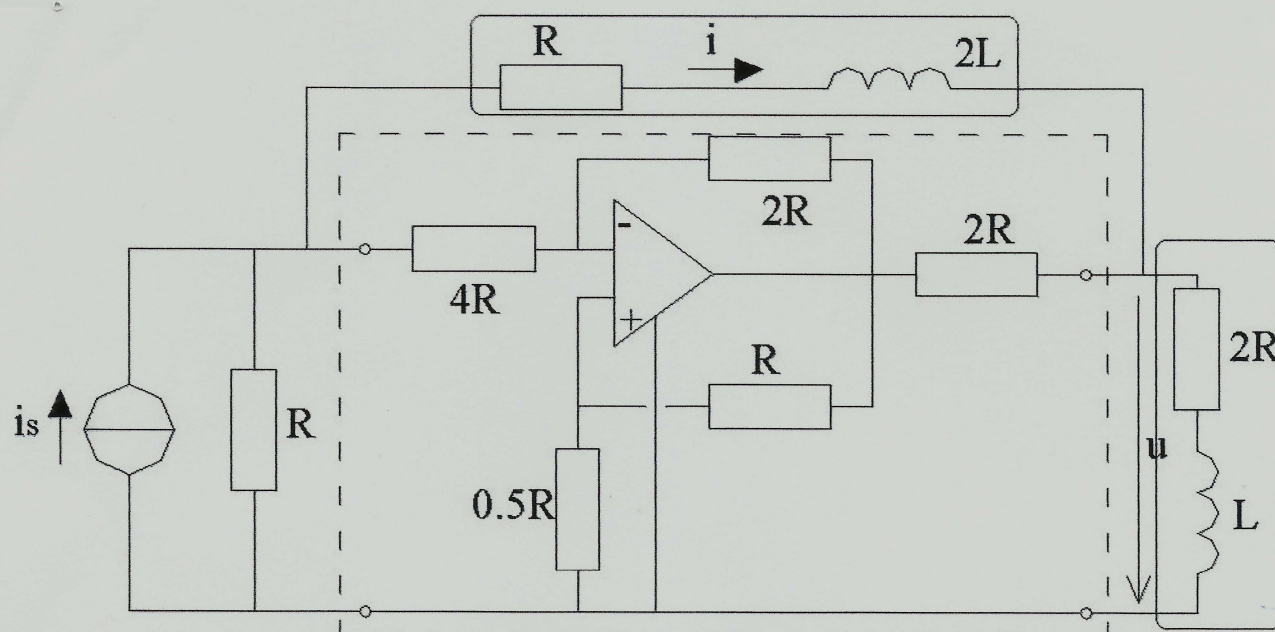
Megjegyzések: A feladatlapon a házi feladat beadásakor mellékelni kell. Ügyeljen az áttekinthető és világos külalakra! A teljes megoldást minden esetben részletesen le kell írni, **nem elegendő a végeredményeket közölni!** A numerikus számításokra és az ábrák elkészítésére természetesen alkalmazhat számítógépi programokat (MATLAB, DERIVE stb.), de **a megoldás elvi lépéseit** ekkor is **részletesen** ismertetni kell; valamint azt is, hogyan alkalmazta az adott programot, mik voltak a kiindulási adatok, és a program eredményeit hogyan használta fel. A házi feladat megoldása NEM kötelező, csak ajánlott. A megoldott házi feladatot EGY alkalommal, a megadott határidőig lehet beadni. A megoldást a gyakorlatvezető értékeli 1 – 5 pontig. Ez a pontszám a félévközi jegy részét képezi. **A be nem adott házi feladat 0 pontot** minősül. A #-vel jelölt feladatrészek megoldása nem kötelező, azonban a megoldásuk a tantárgy jobb elsajátítását segíti elő, gyakorlásul szolgál.

	1. alpont	2. alpont	3. alpont	4. alpont	Σ	Javító
1. feladat	1.5 / 2	1 / 1	2 / 2	—	4.5 / 5	
2. feladat	2 / 2	1 / 1	1 / 1	0.5 / 1	4.5 / 5	
3. feladat	/ 1,5	/ 1,5	/ 1	/ 1	/ 5	
					/ 5*	

* a házi feladat végső pontszáma a két legjobb részfeladat pontszámának számtani közepe.

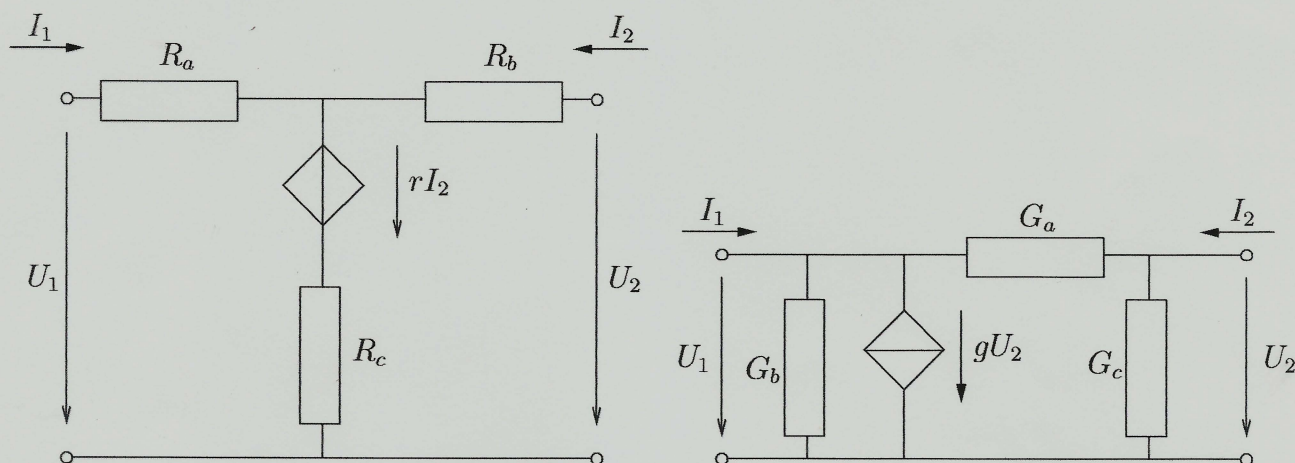
1. feladat

- 1.1 Határozza meg a szaggatott vonallal határolt kétkapu 3 lehetséges karakterisztikáját! (Részessítse előnyben az R, H, A karakterisztikákat!) (2 pont)
- 1.2 Állapítsa meg, hogy a kétkapu reciprok, szimmetrikus és passzív-e! (1 pont)



R	L	ω	T	A_0
$2M\Omega$	$1.5H$	$R/(4L)$	$(24L)/R$	12 mA

1.3 Határozza meg a kétkapu alábbi hibrid **T** helyettesítését vagy amennyiben ez nem lehetséges, úgy határozza meg az alábbi hibrid **Π** helyettesítést (2 pont)



2. feladat

2.1 Vegyen fel állapotváltozókat, és jelölje be referenciáirányukat az ábrába! Az ábrán megadott lineáris invariáns hálózat gerjesztése az áramforrás árama, válasza a bejelölt i áram. Adja meg a hálózat által reprezentált rendszer állapotváltozós leírásának normál alakját! Válasszon egy koherens egységrendszert, adja meg az állapotváltozós leírást ezekre az egységekre vonatkozó számértékekkel! A további feladatrészekben is használja ezt az egységrendszert! (2 pont)

- 2.2 Határozza meg az állapotváltozós leírásból a sajátértékeket! Döntse el, aszimptotikusan stabilis-e a rendszer! (1 pont)
- 2.3 Az időtartományban végzett analízissel határozza meg a hálózat által reprezentált rendszer impulzusválaszát (súlyfüggvényét), és vázolja fel az eredményt! Gerjesztés-válasz stabilis-e a rendszer? (1 pont)
- 2.4 Az időtartományban végzett analízissel határozza meg a hálózat által reprezentált rendszer ugrásválaszát (átmeneti függvényét), és vázolja fel az eredményt! (1 pont)
- 2.5 # Az időtartományban végzett analízissel határozza meg a hálózat által reprezentált rendszer válaszát, és vázolja az eredményt, ha a gerjesztés

$$A_0 \varepsilon(t - T)(1 - e^{-(t-0,5T)/T})$$

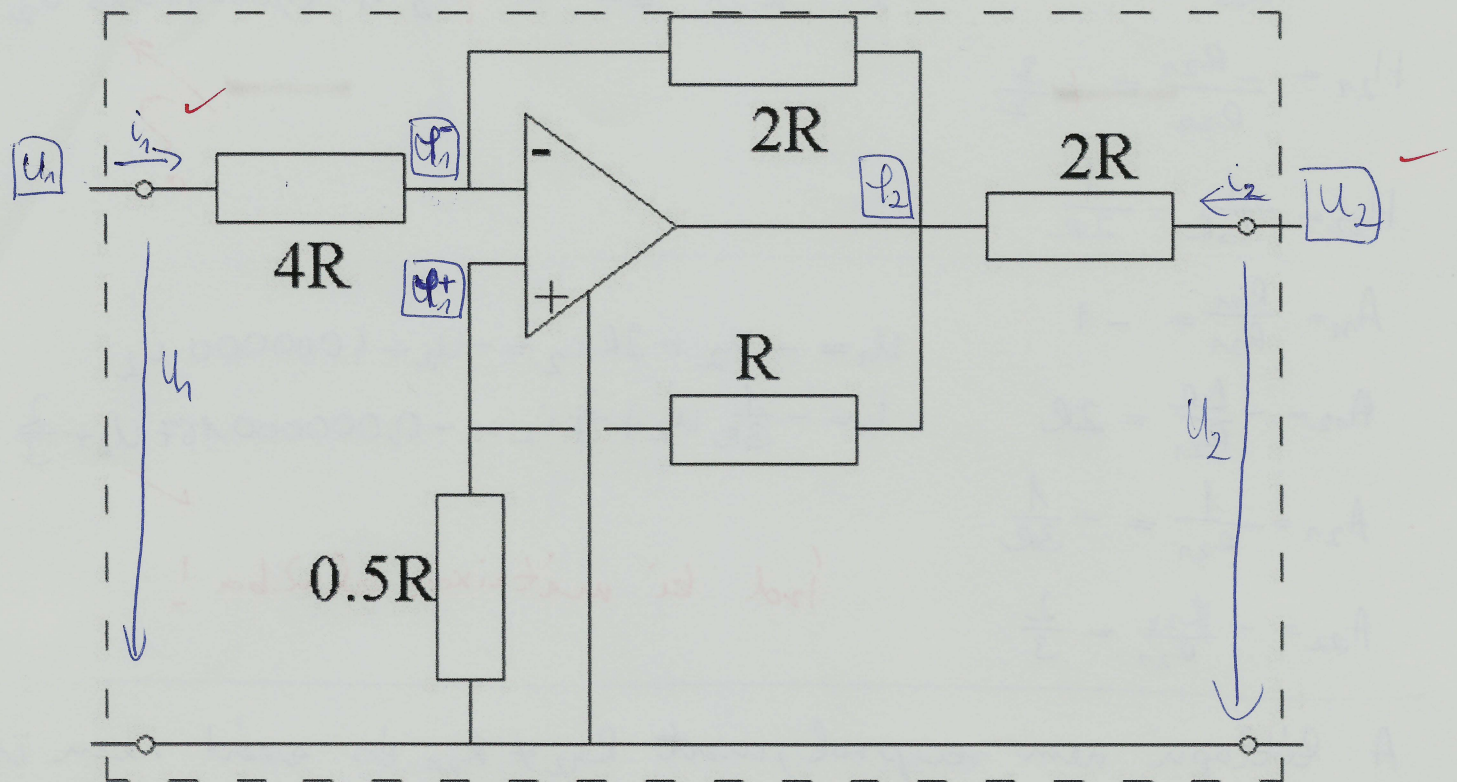
3. feladat

- 3.1 Az ábrán megadott lineáris invariáns hálózat gerjesztése az áramforrás árama, válasza a bejelölt i áram. Határozza meg a rendszer átviteli karakterisztikáját ($j\omega$ rendezett polinomjainak hányadosaként)! (1,5 pont)
- 3.2 Rajzolja fel az átviteli karakterisztika Bode- és Nyquist-diagramját! (A diagramok csak akkor fogadhatóak el, ha tetszőleges körfrekvenciához tartozó amplitúdó- és fázis-karakterisztika érték ezekről közelítőleg leolvasható.) A Nyquist-diagramon jelölje be a 3.3 pontbeli körfrekvenciához tartozó átviteli karakterisztika vektort, továbbá adja meg a mindkét diagramról leolvasott amplitúdó- és fáziskarakterisztika értéket! (1,5 pont)
- 3.3 Határozza meg a válasz csúcsértékét és kezdőfázisát, adja meg az időfüggvényt, ha a gerjesztés (1 pont)

$$A_0 \cos(\omega t - 15^\circ)$$

- 3.4 Határozza meg a válasz által kijelölt (az ábrában folytonos vonallal bekarikázott) kétpólus hatásos és meddő teljesítményét, valamint teljesítmény-tényezőjét! (1 pont)
- 3.5 # Határozza meg a kijelölt kétpólushoz csatlakozó hálózat **Thévenin** ekvivalensét, illetve amennyiben ezt nem lehetséges meghatározni, adja meg a másik ekvivalenst!

1. feladat



Csomóponti egyenletek:

$$[U_1]: i_1 = \frac{U_1 - \phi_1}{4R} \quad \checkmark$$

$$[U_2]: i_2 = \frac{U_2 - \phi_2}{2R} \quad \checkmark$$

$$[\phi_1]: \frac{\phi_1 - U_1}{4R} + \frac{\phi_1 - \phi_2}{2R} = 0 \quad \checkmark$$

$$[\phi_2]: \frac{\phi_1}{0.5R} + \frac{\phi_2 - \phi_1}{R} = 0 \quad \checkmark \rightarrow \phi_2 = 3\phi_1$$

$$\frac{\phi_1 - U_1}{4R} + \frac{\phi_1 - 3\phi_1}{2R} = 0$$

$$\phi_1 - U_1 + 2\phi_1 - 6\phi_1 = 0$$

$$\phi_1 = -\frac{U_1}{3} \rightarrow \phi_2 = -U_1$$

$$i_1 = \frac{1}{3} U_1$$

$$G_{11} = \frac{1}{3R}, G_{12} = 0, G_{21} = G_{22} = \frac{1}{2R}$$

$$i_2 = \frac{1}{2R} U_1 + \frac{1}{2R} U_2$$

$$R_{11} = \frac{G_{22}}{\Delta G} = 3R \quad \text{Ezt azonban tudod}$$

$$U_1 = 3R i_1 = 6000000 i_1$$

$$R_{12} = \frac{-G_{12}}{\Delta G} = 0$$

$$U_2 = -3R i_1 + 2R i_2 = -6000000 i_1 + 4000000 i_2$$

$$R_{21} = \frac{-G_{21}}{\Delta G} = -3R$$

$$R_{22} = \frac{G_{11}}{\Delta G} = 2R$$

$$H_{11} = \frac{\Delta R}{R_{22}} = 3R$$

$$H_{12} = \frac{R_{12}}{R_{22}} = 0$$

$$H_{21} = \frac{-R_{21}}{R_{22}} = +\frac{3}{2}$$

$$H_{22} = \frac{1}{\Delta R} = \frac{1}{2R}$$

$$A_{11} = \frac{R_{11}}{R_{21}} = -1$$

$$A_{12} = -\frac{\Delta R}{R_{21}} = 2R$$

$$A_{21} = \frac{1}{R_{21}} = -\frac{1}{3R}$$

$$A_{22} = -\frac{R_{22}}{R_{21}} = \frac{2}{3}$$

$$U_1 = 3R \cdot i_1 = 6000000 i_1$$

$$U_2 = -\frac{3}{2} i_1 + \frac{1}{2R} U_2 = +\frac{3}{2} i_1 + 0,00000025 U_2$$

?

$$U_1 = -U_2 + 2R i_2 = -U_2 + 4000000 i_2$$

$$i_1 = -\frac{1}{3R} U_2 + \frac{2}{3} i_2 = -0,000000167 U_2 + \frac{2}{3} i_2$$

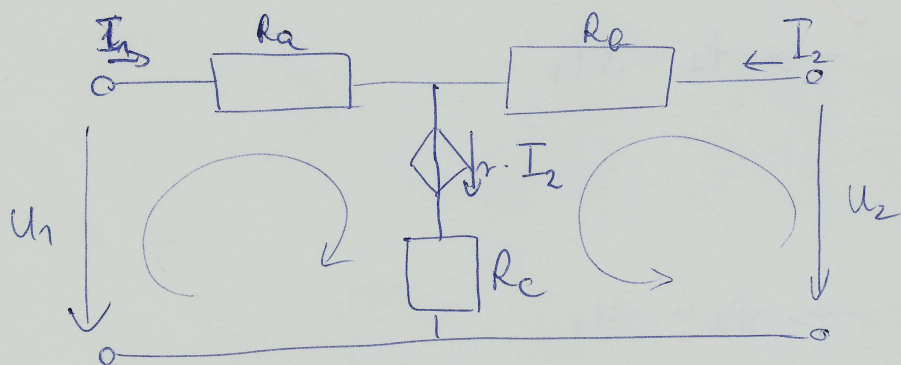
Írd ki mátrixos alakba!

A kétlapu nem reciprok, mert $R_{12} \neq R_{21}$ és ezért nem is szimmetrikus.

Passzív, mert $R_{11} \geq 0$, $R_{22} \geq 0$ és teljesül, hogy

$$4 \cdot R_{11} \cdot R_{22} \geq (R_{12} + R_{21})^2$$

$$4 \cdot 6000000 \cdot 4000000 \geq (0 + (-6000000))^2$$



Hurokegyenletek:

$$U_1 = (R_a + R_b) i_1 + (R_b + r) i_2$$

$$U_2 = R_b \cdot i_1 + (R_b + R_c + r) i_2$$

$$R_{11} = R_a + R_b$$

$$R_{12} = R_b + r$$

$$R_{21} = R_b$$

$$R_{22} = R_b + R_c + r$$

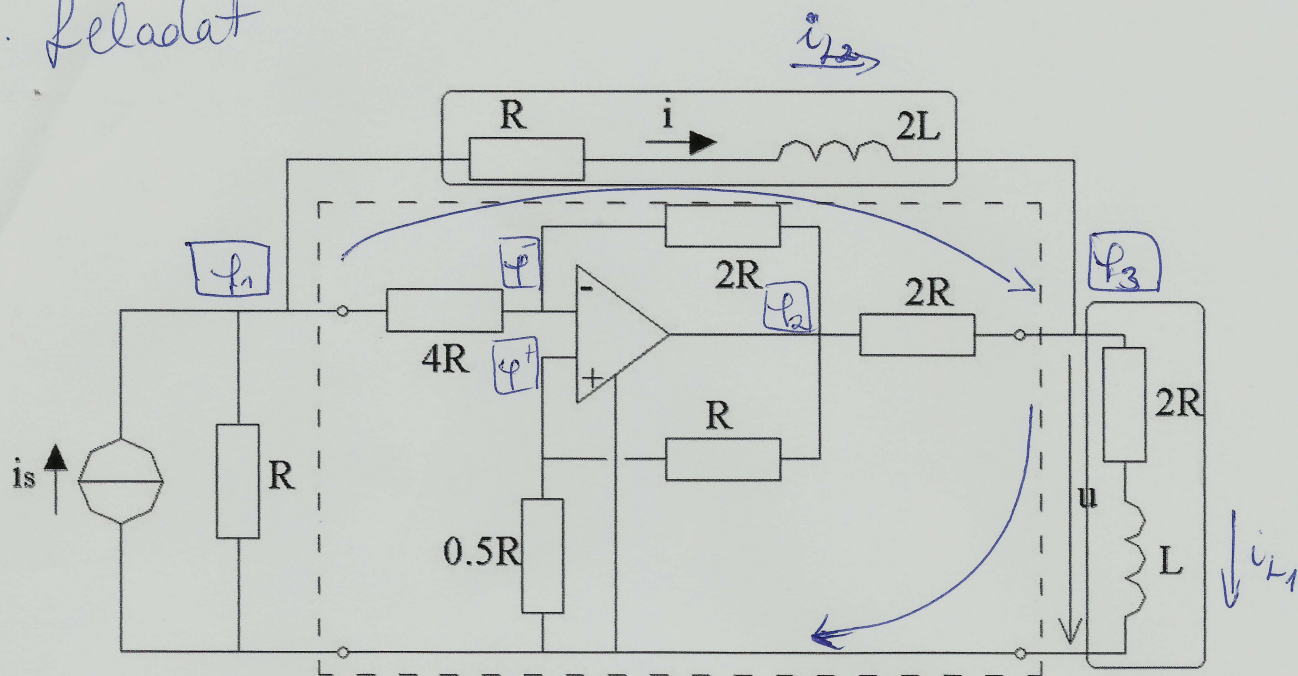
$$R_c = R_{21} - 3R = -6000000 \Omega$$

$$R_a = R_{11} - R_{21} = 6R = 12000000 \Omega$$

$$R_b = R_{22} - R_{12} = 2R = 4000000 \Omega$$

$$r = R_{12} - R_{21} = 3R = 6000000 \Omega$$

2. feladat



Csoóponti egyenletek:

$$\boxed{\varphi_1} \quad i_s = \frac{\varphi_1 - \varphi^-}{4R} + \frac{\varphi_1}{R} + i_{L2} \quad \checkmark$$

$$\boxed{\varphi_3} \quad i_{L2} = i_{L1} + \frac{\varphi_3 - \varphi_2}{2R} \quad \checkmark$$

$$\boxed{\varphi^-} \quad \frac{\varphi^- - \varphi_1}{4R} + \frac{\varphi^- - \varphi_2}{2R} = 0 \quad \checkmark$$

$$\boxed{\varphi_1^+} \quad \frac{\varphi_1^+}{\frac{R}{2}} + \frac{\varphi_1^+ - \varphi_2}{R} = 0 \quad \checkmark$$

$$\varphi_1 - \varphi_3 = R \cdot i_{L2} + 2L \cdot \dot{i}_{L2} \quad \checkmark$$

$$\varphi_3 = 2R \cdot i_{L1} + L \cdot \dot{i}_{L1} \quad \checkmark$$

Ezeket a MAPLE16 programmal oldottam meg.
 (A megoldás) Az 1-7-ig számozott parancsokkal a fenti egyenleteket írtam be a programba. A 8. parancs a φ_1 -t fejezi ki az 1. egyenletből, a 9. parancs a φ_1 -t a 2. egyenletből. Végül a 13. és 14. parancs kifejezni az állapotváltozós leírás normál alakját:

$$\dot{i}_{L2} = \frac{1}{L} \frac{R(-3i_{L2} + 3i_s + 4i_{L1})}{L}$$

$$\dot{i}_{L1} = \frac{1}{L} \frac{R(16i_{L1} - 11i_{L2} + 3i_s)}{L}$$

> restart; with(linalg) :

> e1 := i[s] = (phi[1]-phi[p]) / (4 * R) + phi[1] / R + i[L2];

$$e1 := i_s = \frac{1}{4} \frac{\phi_1 - \phi_p}{R} + \frac{\phi_1}{R} + i_{L2} \quad (1)$$

> e2 := (phi[m]-phi[1]) / (4 * R) + (phi[m]-phi[2]) / (2 * R) = 0;

$$e2 := \frac{1}{4} \frac{\phi_m - \phi_1}{R} + \frac{1}{2} \frac{\phi_m - \phi_2}{R} = 0 \quad (2)$$

> e3 := phi[p] / ((1/2) * R) + (phi[p]-phi[2]) / R = 0;

$$e3 := \frac{2 \phi_p}{R} + \frac{\phi_p - \phi_2}{R} = 0 \quad (3)$$

> e4 := phi[p] = phi[m];

$$e4 := \phi_p = \phi_m \quad (4)$$

> e5 := i[L2] = i[L1] + (phi[3]-phi[2]) / (2 * R);

$$e5 := i_{L2} = i_{L1} + \frac{1}{2} \frac{\phi_3 - \phi_2}{R} \quad (5)$$

> e6 := phi[1]-phi[3] = R * i[L2] + 2 * L * i[L2d];

$$e6 := \phi_1 - \phi_3 = R i_{L2} + 2 L i_{L2d} \quad (6)$$

> e7 := phi[3] = 2 * R * i[L1] + L * i[L1d];

$$e7 := \phi_3 = 2 R i_{L1} + L i_{L1d} \quad (7)$$

> phi[1] := solve(e1, phi[1]);

$$\phi_1 := \frac{1}{5} \phi_p - \frac{4}{5} R i_{L2} + \frac{4}{5} i_s R \quad (8)$$

> phi[m] := solve(e2, phi[m]);

$$\phi_m := \frac{1}{15} \phi_p - \frac{4}{15} R i_{L2} + \frac{4}{15} i_s R + \frac{2}{3} \phi_2 \quad (9)$$

> phi[p] := solve(e4, phi[p]);

$$\phi_p := -\frac{2}{7} R i_{L2} + \frac{2}{7} i_s R + \frac{5}{7} \phi_2 \quad (10)$$

> phi[2] := solve(e3, phi[2]);

$$\phi_2 := \frac{3}{4} R (i_{L2} - i_s) \quad (11)$$

> phi[3] := solve(e5, phi[3]);

$$\phi_3 := -\frac{1}{4} (8 i_{L1} - 11 i_{L2} + 3 i_s) R \quad (12)$$

> i[L2d] := solve(e6, i[L2d]);

$$i_{L2d} := \frac{1}{4} \frac{R (-9 i_{L2} + 3 i_s + 4 i_{L1})}{L} \quad (13)$$

> i[L1d] := solve(e7, i[L1d]);

$$i_{L1d} := -\frac{1}{4} \frac{R (16 i_{L1} - 11 i_{L2} + 3 i_s)}{L} \quad (14)$$

A két kapott egyenlet rendszere:

$$\begin{cases} i_{L1}' = -\frac{4R}{L} \cdot i_{L1} + \frac{11R}{4L} \cdot i_{L2} - \frac{3R}{4L} \cdot i_s \\ i_{L2}' = \frac{R}{L} \cdot i_{L1} - \frac{9R}{4L} \cdot i_{L2} + \frac{3R}{4L} \cdot i_s \end{cases} \quad \text{Az állapotváltozós leírás normál alakja}$$

Kohérens egységrendszer: M, R, H

$$A = \begin{bmatrix} -5,333 & 3,667 \\ 1,333 & -3 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad D = 0$$

MATLAB használata:

$$\gg a = [-5,333 \quad 3,667; 1,333 \quad -3]$$

$$\gg b = [-1; 1]$$

$$\gg c = [0 \quad 1]$$

- ez már a transzponált mátrix

$$\gg d = 0$$

Homogén megoldás

$$[m, la] = \text{eig}(a)$$

az m mátrixban meglapjuk a homogén megoldáshoz szükséges együtthatókat, az la mátrix főátlóján pedig a sajátértékeket tartalmazza

$$m = \begin{bmatrix} -0,3338 & -0,7072 \\ 0,3417 & -0,707 \end{bmatrix}$$

$$\lambda_1 = -0,667$$

$$\lambda_2 = -1,667$$

A rendszer aszimptotikusan stabilis, mert a sajátértékek valós része negatív.

$$x_h(t) = c_1 \cdot \underline{m}_1 \cdot e^{\lambda_1 t} + c_2 \cdot \underline{m}_2 \cdot e^{\lambda_2 t}$$

A c együtthatókat előbb Qapjuk meg.

Partikuláris megoldás

$$x' = Ax + Bu$$

$$0 = Ax + B \cdot 1$$

$$\gg x_p = \text{inv}(a) * (-b)$$

próbafigyelvény: konstans $\rightarrow x' = 0$

$$x_p = \begin{bmatrix} 0,06 \\ 0,36 \end{bmatrix}$$

Rendszeri feltételek

$$x(-0) = x(+0) = \underline{0} = e_1 \cdot m_1 + e_2 \cdot m_2 + x_p = \begin{bmatrix} m_1 & m_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \end{bmatrix} + x_p$$

$$e = \text{inv}(m) * (-x_p)$$

$$e = \begin{bmatrix} -0,2341 \\ +0,396 \end{bmatrix}$$

$$x_1(t) = e_1 \cdot m_1 \cdot e^{\lambda_1 t} + e_2 \cdot m_2 \cdot e^{\lambda_2 t} + x_p = -0,2341 \cdot (-0,9398) \cdot e^{-6,667t} + (-0,707) \cdot 0,396 \cdot e^{1,67t} + x_p = 0,22 \cdot e^{-6,67t} - 0,28 \cdot e^{1,67t} + 0,06$$

$$x_2(t) = e_1 \cdot m_1 \cdot e^{\lambda_1 t} + e_2 \cdot m_2 \cdot e^{\lambda_2 t} + x_p = -0,2341 \cdot 0,3417 \cdot e^{-6,667t} + 0,396 \cdot (-707) \cdot e^{1,67t} + x_p = -0,08 \cdot e^{-6,67t} - 0,28 \cdot e^{1,67t} + 0,36$$

Válasz kifejezése

$$\Rightarrow y_a = C * x_a$$

$$\Rightarrow x_a = m * \text{diag}(e)$$

$$\Rightarrow y_a = C * x_a$$

$$x_a = \begin{bmatrix} 0,22 & -0,28 \\ -0,08 & -0,28 \end{bmatrix} \checkmark$$

$$y_a = \begin{bmatrix} -0,08 & -0,28 \end{bmatrix} \checkmark$$

$$\Rightarrow y_p = C * x_p + d$$

$$y_p = 0,36 \checkmark$$

Ugrás válasz

$$g(t) = (-0,08 \cdot e^{-6,67t} - 0,28 \cdot e^{1,67t} + 0,36) \cdot \varepsilon(t)$$

Impulzus válasz *gondolat végig! jó de nem konzisztens!*

$$h(t) = (g(t) \cdot \varepsilon(t))' = g'(t) \cdot \varepsilon(t) + g(0) \cdot \delta(t) = (0,5336 \cdot e^{-6,67t} + 0,467 \cdot e^{1,67t}) \varepsilon(t) + 0 \delta(t)$$

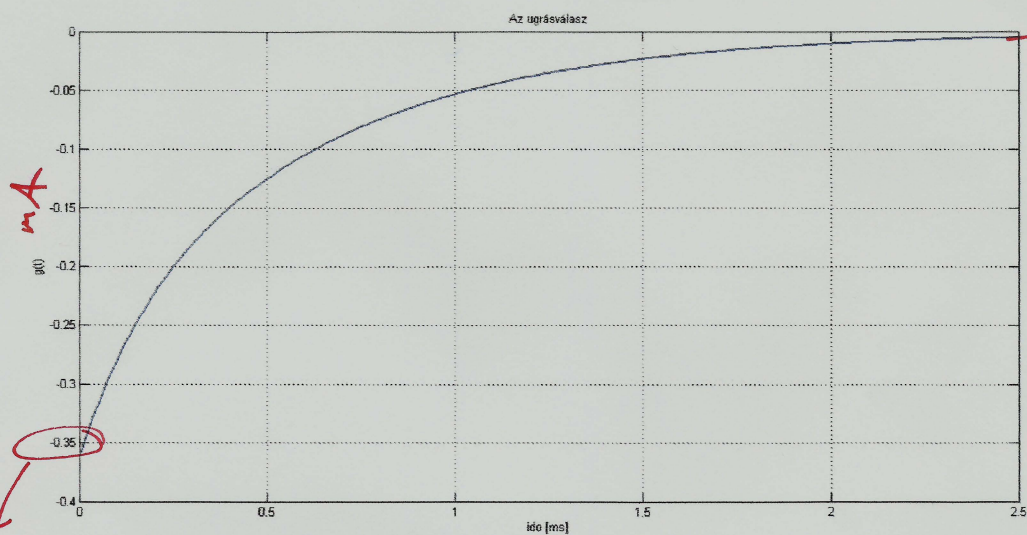
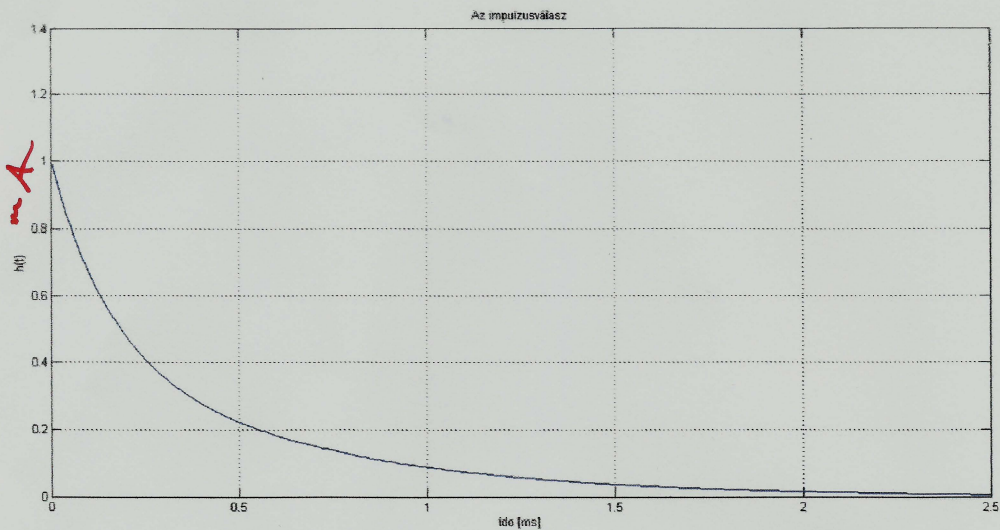
A rendszer Gerjesztés-Válasz stabilis akkor és csak akkor, ha az impulzusválasz abszolút integrálható: $\int_{-\infty}^{\infty} |h(t)| dt < \infty$

$$\int_{-\infty}^{\infty} |0,08 \cdot 6,67 \cdot e^{-6,67t} + 0,28 \cdot 0,467 \cdot e^{-1,67t}| dt = 0,36 \checkmark$$

Tehát a rendszer gerjesztés-válasz stabilis.

$$* = g'(t) \cdot \varepsilon(t) \dots$$

$$\hookrightarrow g(t) = \varepsilon(t) \{ \dots e^{-\dots t} \dots e^{-\dots t} + \dots \}$$



Folytonosság?
Elvált hiba!