1	2	3	4	5	6	$\sum$

FelsMatInf_AlkAlg 0. vizsga 18-12-18 Neptun: ____________ **Név:** ______________________________

A vizsga feladatainak eredményeit mind erre az oldalra kell írni, de a mellékszámítások is beadandók! Minden papírlap jobb felső sarkán legyen rajta a név és a Neptun-kód! A feladatok megoldásához semmilyen segédeszköz nem használható! Sikeres a vizsga ha az elért pontok száma legalább 12.

1. Válaszoljunk az alábbi kérdésre, illetve egészítsük ki a mondatot valamely tétel vagy definíció alapján!

a) Van-e értelme üres vektorhalmaz lineáris kombinációjáról beszélni, és ha igen, mit értünk rajta?

b) *(2 pont)* Tudjuk, hogy x és y között $y = ax^2+bx+c$ alakú kapcsolat van, keressük az együtthatókat, amihez $n > 3$ mérést végzünk, melyek eredményei az (x_i, y_i) számpárok $(i = 1, \dots, n)$. A mérések pontatlanságai miatt nem létezik mindegyiket kielégítő másodfokú polinom. Írjuk fel azt az egyenletrendszert, melynek megoldásaként az a, b, c együtthatókra a legjobb becslést kapjuk.

c) Mi az $\mathbf{A}$ mátrix nullterének merőlegese ha $\mathbf{A}$ komplex mátrix?

$\mathcal{N}(\mathbf{A})^\perp =$

d) Tegyük fel, hogy $\mathbf{A}$ kongruens $\mathbf{B}$-vel, és $\mathbf{A}$ tehetetlensége $(3, 4, 5)$. Ismerjük-e $\mathbf{B}$ rangját, és ha igen, mennyi?

e) Adjunk meg egy olyan $\mathbf{B}$ mátrixot, melyre $\mathbf{A} = \mathbf{B}^2$, ahol az $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{4\times 4}$ sajátfelbontása $\mathbf{A} = \mathbf{C}\,\mathrm{diag}(9, 4, 1, 0)\mathbf{C}^{-1}$.

f) *(2 pont)* Az $\mathbf{A} \in \mathbb{C}^{8\times 8}$ mátrix két sajátértéke 1 és 2, és mindkettőnek 4 az algebrai multiplicitása, de az 1-nek 3, a 2-nek 1 a geometriai multiplicitása. Írjuk fel $\mathbf{A}$ Jordan-féle normálalakját.

2. Legyen $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n\times n}$. A mellékelt ábrán kössük össze irányított éllel azokat a csúcsokat amelyekhez tartozó állítások közt implikáció ($\to$) vagy ekvivalencia ($\leftrightarrow$) van. *(4 pont)*

① $\mathbf{A}$ szimmetrikus

② $\mathbf{A}$ normális

③ $\mathbf{A}$ diagonalizálható

④ $\mathbf{A}$ sajátértékei különbözőek

⑤ $\mathbf{A}$ ortogonálisan diagonalizálható

①

⑤ ②

④ ③

3. Adjuk meg az $\mathbf{A}$ mátrix Jordan-alakját és egy Jordan-bázisát, ahol *(5 pont)*

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

4. Határozzuk meg az $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ mátrix 1-, 2- és ∞-normáját! *(4 pont)*

5. Határozzuk meg az

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$$

mátrix szinguláris felbontását és annak felhasználásával a pszeudoinverzét! *(6 pont)*

6. Primitív-e az alábbi mátrix? (a választ indokoljuk néhány szóban és egy alkalmas gráffal) *(3 pont)*

$$\begin{bmatrix} 0 & 7 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 7 & 0 & 0 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & 7 & 0 \\ 7 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 7 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$