

A számítástudomány alapjai

I. ZH 2005. április 1. 14.00

A rendelkezésre álló munkaidő 100 perc.

Kérjük, minden résztvevő **nevét**, **NEPTUN kódját**, valamint **gyakorlatvezetője nevét** a dolgozat minden lapjának jobb felső sarkában *olvashatóan és helyesen* tüntesse fel, ill. egy, a személyazonosságát igazoló fényképes okmányt készítsen elő.

Minden feladat helyes megoldása 10 pontot ér. A dolgozatok értékelése: 0-31 pont: 1, 32-43 pont: 2, 44-55 pont: 3, 56-67 pont: 4, 68-80 pont: 5. A puszta (indoklás nélküli) eredményközlésért nem jár pont. A megindokolt részeredményért arányos pontszám jár.

Írószeren és papírokon kívül semmilyen segédeszköz használata sem megengedett, így különösen tiltott az frott vagy nyomtatott jegyzet, a számológép ill. mobiltelefon használata, továbbá a dolgozatírás közbeni együttműködés.

A fenti szabályok megsértőivel szigorúan, a TVSZ szerint járunk el.

Feladatok

- ✓ Az $\{1, 2, \dots, 100\}$ számokat hányféleképpen lehet három 20-elemű, két 15-elemű és egy 10-elemű halmazba szétosztani? (Az említett hat halmaz tehát diszjunkt, és minden szám pontosan az egyik halmazba kerül bele.)
- Hány minimális súlyú feszítőfája van az ábrán látható gráf irányítatlan változatának, és mennyi a súlyuk?
- ✓ Legyen $G = (V, E)$ az a gráf, melyre $V = \{1, 2, \dots, 100\}$, és $ab \in E$ pontosan akkor, ha $a \neq b$ és $a - b$ osztható 4-gyel. Van-e a G gráfnak Euler-köre?
- 10 házaspár mindegyik tagjára igaz, hogy a a maradék 9 házaspár mindegyikének legalább egyik tagját ismeri. (Az ismeretség kölcsönös.) Bizonyítsuk be, hogy az említett 20 személy leültethető egy 20-személyes, kör alakú asztalhoz úgy, hogy mindenki ismerje a két mellette ülő személy mindegyikét.
- ✓ Legfeljebb hány élt húzhatunk be az alábbi ábrán látható gráf irányítatlan változatába az egyszerűség megtartásával úgy, hogy a keletkező gráf síkbarajzolható legyen?
- ✓ Az ábrán látható PERT problémára határozzuk meg a feladat végrehajtásához szükséges minimális időt és a kritikus tevékenységeket.
- ✓ Legyen $G = (V, E)$ az a gráf, melyre $V = \{1, 2, \dots, 100\}$, és $ab \in E$ pontosan akkor, ha $a \neq b$ és $a + b$ osztható 4-gyel. Határozzuk meg a $\nu(G)$, $\tau(G)$, $\alpha(G)$, $\rho(G)$ értékeket!
- ✓ Határozzunk meg az ábrán látható hálózatban egy maximális értékű folyamot, és igazoljuk, hogy a folyam valóban maximális.

