6. gyakorlat

6.1. Feladat: (HN 38B-12) Kettős rést 600 nm hullámhosszúságú fénnyel világitunk meg és ezzel egy ernyőn interferenciát hozunk létre. Ezután igen vékony flintüvegből (n = 1,65) készült lemezt helyezünk csak az egyik résre. Ennek következtében az interferenciakép főmaximuma pontosan oda tolódik el, ahol az eredeti elrendezésben a tizedrendü maximum volt. Számitsuk ki ebből, hogy milyen vastag volt az üveglemez!

Megoldás: Legyen a rések távolsága d, az üveglemez vastagsága w! Az üveglemez behelyezése előtt az intenzitásmaximum a rések középvonalában volt, ami a zérus fáziskülönbséghez tartozik. Az üveglemez behelyezése után a zérus fáziskülönbségű hely poziciója eltolódik, mégpedig úgy, hogy az üveglemez fázistolását az üveglemezzel nem fedett résen áthaladó fény hosszabb útja kompenzálja. Ha az ernyő távolsága elég nagy, a két résen áthaladó fénysugarak párhuzamosaknak tekinthetőek. A tizedik maximumhoz tartozó α_{10} szög a flintüveg nélküli esetben így a

$$\Delta s^{\text{levegő}} = 10\,\lambda$$

$$d \cdot sin\,\alpha_{10} = 10\,\lambda \tag{6.1.1}$$

egyenletből kapható meg. A w vastagságú flintüveg behelyezése $\Delta\,\Phi$-vel megváltoztatja az illető résen áthaladó fényhullám fázisát. Hogy mennyivel azt úgy kaphatjuk meg, hogy kiszámoljuk mindkét résre a w úthosszhoz tartozó fázisokat és ezeket kivonjuk egymásból. Az üveglemezzel nem fedett rés esetén ezt a távolságot a fény a levegőben teszi meg, a másik résnél üvegben, ahol nagyobb az optikai úthossz[9]. :

$$\Delta\,\Phi_{\text{levegő}} = 2\,\pi\,\frac{w}{\lambda}$$

$$\Delta\,\Phi_{\text{üveg}} = 2\,\pi\,\frac{w}{\lambda_{\text{üveg}}} = 2\,\pi\,\frac{w \cdot n}{\lambda}$$

$$\Delta\,\Phi = \Delta\,\Phi_{\text{üveg}} - \Delta\,\Phi_{\text{levegő}} = 2\,\pi\,\frac{w \cdot (n-1)}{\lambda} \tag{6.1.2}$$

ami az optikai úthosszkülönbségekkel is kiszámítható:

$$\begin{aligned}
s_0 &= w && \text{optikai úthossz levegőben} \\
s_{\text{üveg}} &= n \cdot w && \text{optikai úthossz az üvegben} \\
\Delta\,s &= s_{\text{üveg}} - s_0 = w \cdot (n-1) && (6.1.3) \\
\Delta\,\Phi &= 2\,\pi\,\frac{\Delta\,s}{\lambda} = 2\,\pi\,\frac{w \cdot (n-1)}{\lambda} && (6.1.4)
\end{aligned}$$

[9] A két közegben a fény sebessége és hullámhossza más a frekvenciája ($\nu = c(n)/\lambda = c/(n \cdot \lambda)$) viszont nem.

Vegyük észre, hogy az optikai úthossz 6.1.3 képletében a hullámhossz nem szerepel.

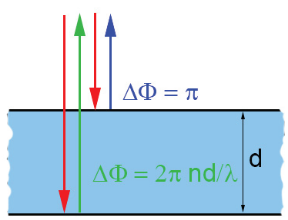
A flintüveggel a zéró fáziskülönbséghez tartozó szög meg kell egyezzen α_{10}-el:

$$\begin{aligned} \Delta\, s &= d \cdot sin\, \alpha_{10}\; (= 10\, \lambda) \\ w \cdot (n-1) &= 10\, \lambda \\ \underline{w} &= \frac{10\, \lambda}{n-1} = \frac{10 \cdot 6 \cdot 10^{-7}}{0,65} = \underline{9.23 \cdot 10^{-6}\, m} \end{aligned} \qquad (6.1.5)$$

A flintüveg lemez vastagsága tehát 0,00923 mm.

6.2. Feladat: (HN 38A-16) Adjuk meg annak a legvékonyabb szappanhártyának (n = 1,33) a vastagságát, amely a legnagyobb intenzitással a 400 nm hullámhosszúságú kék fényt veri vissza.

Megoldás: Legyen a szappanhártya levegőben. A beeső fény a 38-16a ábra szerint a szappanhártya mindkét felületén visszaverődik[10]. A két visszavert hullám interferenci-



21. ábra. A 38A-16 feladathoz

ája adja meg a teljes visszavert hullámot. Maximális akkor lesz a visszavert intenzitás, ha a két visszavert hullám optikai útjának különbsége a hullámhossz egész számú többszöröse ($\Delta\, s = m \cdot \lambda$), vagyis a fáziskülönbség $\Delta\, \Phi = 2\, \pi \cdot m$, ahol $m = 0, 1, 2, ...$ Figyelembe kell azonban azt is venni, hogy amikor a fényhullám optikailag sűrűbb közegről verődik vissza akkor egy $\lambda/2$ útkülönbségnek megfelelő π nagyságú fázisugrás történik mig az optikailag ritkább közeg határfelületéről visszaverődésnél nincs fázisugrás. Az ábra alapján

$$\Delta\, s_u = 2\, d\, n \quad \text{optikai útkülönbség a szappanhártyában} \qquad (6.2.1)$$

$$\Delta\, s_f = \frac{1}{2}\lambda \quad \text{fázisugrás} \qquad (6.2.2)$$

$$\Delta\, s = 2\, d\, n - \frac{1}{2}\lambda \quad \text{teljes optikai útkülönbség} \qquad (6.2.3)$$

$$\Delta\, \Phi = 2\, \pi\, \frac{\Delta\, s - \frac{1}{2}\lambda}{\lambda} \quad \text{teljes fáziskülönbség} \qquad (6.2.4)$$

[10]Az ábrán a beeső és visszavert hullámokat párhuzamos vonalak adják meg, a valóságban az ezekre a vonalakra merőleges hullámfelületek interferálnak.

Maximális amplitudó eléréséhez a teljes optikai útkülönbségnek $m\,\lambda$-val kell megegyeznie, vagyis (6.2.3)-t felhasználva

$$
\begin{aligned}
2\,d\,n \;-\; \frac{1}{2}\,\lambda &= m \cdot \lambda && (6.2.5)\\
d \;=\; \frac{(m+\frac{1}{2})\,\lambda}{2\,n} & \qquad m = 0, 1, 2, \cdots && (6.2.6)
\end{aligned}
$$

Behelyettesítve a hullámhosszat az első három lehetőség a maximális reflexió eléréséhez

$$
\begin{aligned}
d_0 &= \frac{\frac{1}{2}\,400 \cdot 10^{-9}}{2\,1,33} = 7,519 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{m} && (6.2.7)\\
d_1 &= \frac{\frac{3}{2}\,400 \cdot 10^{-9}}{2\,1,33} = 2,256 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{m} && (6.2.8)\\
d_2 &= \frac{\frac{5}{2}\,400 \cdot 10^{-9}}{2\,1,33} = 3,759 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{m} && (6.2.9)
\end{aligned}
$$

Tehát a legvékonyabb szappahártya, amelyik a legnagyobb intenzitással a 400 nm hullámhosszúságú kék fényt veri vissza $7,519 \cdot 10^{-8}$ m vastag.

6.3. Feladat: (HN 39-A2) Egy rést az 550 nm hullámhosszúságú fény világít meg és a réstől 3 m-re lévő ernyőn elhajlási kép alakul ki. Határozzuk meg a centrális maximum teljes szélességét, ha a rés (a) 0,2 mm és (b) 0,4 mm szélességű.

Megoldás: Egy résre

$$d \cdot sin\,\alpha = m \cdot \lambda \qquad m = 1, 2, 3, \cdots \qquad \text{minimumok} \qquad (6.3.1)$$

Jelöljük a hullámhosszat λ-val, az ernyő távolságát L-lel és a rés szélességét d-vel! A centrális maximum teljes W szélessége megegyezik az $m = 1$-hez tartozó minimumok távolságával, ami az első minimumokhoz tartozó $\alpha_{min,1}$ szöggel számolható ki:

$$
\begin{gathered}
\text{ahol } sin\,\alpha_{min,1} = \frac{\lambda}{d} \text{ és}\\
W = 2 \cdot L \cdot tg\,\alpha \qquad (6.3.2)
\end{gathered}
$$

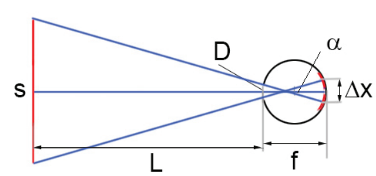
$$sin\,\alpha_{min,1} = \begin{cases} 2.75 \cdot 10^{-3} & (d = 0,2\,mm) \\ 1.38 \cdot 10^{-3} & (d = 0,4\,mm) \end{cases} \qquad (6.3.3)$$

Mivel $\alpha_{min,1}$ kicsi $sin\,\alpha_{min,1} \approx tg\,\alpha_{min,1} \approx \alpha_{min,1}$, így

$$W \approx 2 \cdot L \cdot sin\,\alpha_{min,1} = \begin{cases} 8.25 \cdot 10^{-3}\,m \\ 1.65 \cdot 10^{-2}\,m \end{cases} \qquad (6.3.4)$$

6.4. Feladat: (HN 39A-11) Egy bizonyos távolságra eltávolodott autó két hátsó lámpája éjszaka alig különböztethető meg egymástól, mint két különálló fényforrás. Becsüljük meg az autótól való távolságunkat, feltéve, hogy a lámpák közötti távolság 1,5 m és átlagosan 640 nm hullámhosszúságú fénysugarat bocsátanak ki, a megfigyelő szemének a pupillája pedig 6 mm átmérőjű. (Megjegyzés: különböző sűrűségű levegőrétegekben a fénytörés hatására a kép homályossá válik, így a távolság valójában kisebb a számitottnál.)

Megoldás: Az autólámpák elég messze vannak ahhoz, hogy pontszerűnek tekinthessük azokat és a belőlük kiinduló fény a megfigyelő szeméhez jó közelítéssel két, nem azonos szögben terjedő síkhullámként érkezzen. Ha a szemet egy D átmérőjű kör alakú diafragmával ellátott f fókusztávolságú lencsével modellezzük, az a síkhullámot egy $\Delta x = \alpha \cdot f$ méretű foltra képezi le, ahol $\alpha \approx sin\, \alpha = 1.22\frac{\lambda}{D}$. A két hátsó lámpa akkor különböztethető meg, ha a nekik megfelelő foltok a látókérgen éppen Δx távolságba esnek. A 6. ábrán piros vonal jelöli a lámpák távolságát és a szemen belül a pupilla véges mérete miatti Δx méretű foltokat. A foltok mérete és középpontjaik távolsága megegyezik. A 6. ábra alapján



22. ábra. A 39A-11 feladathoz

$$\begin{aligned} \Delta x &= f \cdot \alpha = f \cdot 1.22\frac{\lambda}{D} \\ S &= (L+f)\cdot\alpha \approx L\cdot\alpha \\ L \approx \frac{S}{\alpha} &= \frac{S\,D}{1,22\,\lambda} = \frac{1,5\cdot 0,006}{1,22\cdot 6,4\cdot 10^{-7}} = 1,15\cdot 10^{4}\,\mathrm{m}. \end{aligned} \tag{6.4.1}$$

Vagyis az autó távolsága 11.5 km.

6.5. Feladat: (HN 35B-17) Impulzuslézer 4 ns hosszúságú, 2 J energiájú fényimpulzusokat ad le. A fénynyaláb átmérője 3 mm.

(a) Számitsuk ki a kibocsátott fénynyaláb hosszát.

(b) Számitsuk ki a fénynyaláb energiasűrűségét (J/m^3 egységben).

(c) Mekkora a hullám E_o, elektromos térerősség komponensének az amplitúdója?

Megoldás: Jelölések: $t = 4 \cdot 10^{-9}s$, $\varepsilon = 2\,J$, $d = 3 \cdot 10^{-3}m$ és $A = \dfrac{d^2\,\pi}{4}$

(a) A fénynyaláb hossza $l = c \cdot t = 1,199m$.

(b) Energiasűrűsége $w = \dfrac{\varepsilon}{A\,l} = \dfrac{4\,\varepsilon}{l\,d^2\,\pi} = 2.360 \cdot 10^5\,\frac{J}{m^3}$

(c) E amplitudója:

A $\mathbf{S} = \dfrac{1}{\mu}\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ Poynting vektor megadja a terjedési irányra merőleges egységnyi felületen, időegység alatt átáramló energia mennyiségét. Vákumban $\mu \equiv \mu_o$. Az EM hullámokban **E** és **B** egymásra merőlegesek, továbbá $E = c\,B$ ezért $B = \dfrac{E}{c}$, vagyis

$$S = |\mathbf{S}| = \frac{1}{\mu_o}\,E \cdot B = \frac{E^2}{c\,\mu_o} \tag{6.5.1}$$

A lézer fényét elektromágneses síkhullámnak tekinhetjük, amiben a nyaláb keresztmetszetén t idő alatt ε energia áramlik át. Ez kifejezhető a Poynting vektor periodusidőre vett integráljával, vagy, ekvivalens módon, a Poynting vektor átlagának, a nyaláb keresztmetszetének és az időnek a szorzatával,azaz

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \; < S > \frac{d^2\pi}{4}\,t \\ &= \frac{1}{c\,\mu_o} < E^2 > \frac{d^2\pi}{4}\,t \end{aligned} \tag{6.5.2}$$

$$< E^2 > = \frac{4\,\varepsilon\,c\,\mu_o}{d^2\,\pi\,t} \tag{6.5.3}$$

Ha E harmonikus (színusz, vagy koszinusz) függvény, akkor négyzetének átlaga helytől függetlenül az amplitudójának éppen a fele[11]:

$$< E^2 > = \frac{1}{T}\int_0^T E_o^2\,sin^2(\omega\,t - k\,x)\,dt = \frac{1}{2}E_o^2 \tag{6.5.4}$$

Tehát (6.5.3)-ből

$$E_o = \sqrt{\frac{2 \cdot 4 \cdot \varepsilon\,c\,\mu_o}{d^2\,\pi\,t}} \tag{6.5.5}$$

$$= \sqrt{\frac{8 \cdot 2\,J \cdot 1.257 \cdot 10^{-6}\dfrac{V\,s}{A\,m} \cdot 2.998 \cdot 10^8\dfrac{m}{s}}{(3 \cdot 10^{-3})^2\,m^2\,3.1415}} = 2.309 \cdot 10^8\frac{V}{m}. \tag{6.5.6}$$

[11]

$$\begin{aligned} < E^2 > &= \frac{1}{T}\int_0^T E_o^2\,sin^2(\omega\,t - k\,x)\,dt = \frac{1}{T}\int_0^T E_o^2\,\frac{1 - cos2(\omega\,t - k\,x)\,dt}{2} \\ &= E_o^2\,\frac{1}{T}\left[\frac{t}{2}\right]_0^T - E_o^2\,\frac{1}{2T}\int_0^T cos2(\omega\,t - k\,x)\,dt = \frac{E_o^2}{2} - \frac{E_o^2}{4\,\omega\,T}\,[sin2(\omega\,t - k\,x)]_0^T \\ &= \frac{E_o^2}{2} - \frac{E_o^2}{4\,\omega\,T}\,(sin2(2\,\pi - k\,x) - sin(-2\,k\,x)) = \frac{E_o^2}{2} \end{aligned}$$

6.6. Feladat: (HN 35B-25) Egy 15 mW teljesitményű hélium-neon lézer kör keresztmetszetű fénynyalábot bocsát ki. A nyaláb átmérője 2 mm, a fény hullámhossza 632,8 nm.
(a) Mekkora a nyalábban az elektromos térerősség maximális értéke?
(b) Mekkora energia van a nyaláb 1 méteres szakaszában?
(c) Mekkora impulzusa van a nyaláb 1 méteres szakaszának?

Megoldás:
(a) Jelöljük P, d, λ, E_o-val rendre a teljesítményt, átmérőt, hullámhosszat és a térerősség amplitudóját!
Első megoldás: Poynting vektorral
Ez a feladat csak annyiban különbözik az előzőtől, hogy most a teljesítmény van megadva és nem a leadott teljes energia és az energialeadás ideje. Vagyis a 6.5.5 képletbe ε/t helyére kell P-t helyettesíteni:

$$\begin{aligned}
E_o &= \sqrt{\frac{2\cdot 4\cdot P\,c\,\mu_o}{d^2\,\pi}} = \\
&= \sqrt{\frac{8\cdot 15\cdot 10^{-3}\,W\cdot 1.257\cdot 10^{-6}\frac{V\,s}{A\,m}\cdot 2.998\cdot 10^{8}\frac{m}{s}}{(2\cdot 10^{-3})^2\,m^2\,3.1415}} \\
&= \underline{1.897\cdot 10^{3}\frac{V}{m}}
\end{aligned} \tag{6.6.1}$$

Második megoldás: Energiasűrűséggel
A $T = \dfrac{\lambda}{c}$ periódusidő alatt kisugárzott energia $w = P\cdot T$ és ez az energia egy $V = d^2\,\pi\,\lambda/4$ térfogatban oszlik el. Az átlagos energiasűrűség

$$\begin{aligned}
<w> &= \frac{\Delta w}{V} = \frac{4\,P\cdot T}{d^2\,\pi\,\lambda} = \frac{4\,P}{d^2\,\pi\,c} \\
<w> &= \frac{4\,P}{d^2\,\pi\,c}
\end{aligned} \tag{6.6.2}$$

Ugyanakkor vákumban

$$<w>=\frac{1}{2}\left(\varepsilon_o <E^2> + \frac{1}{\mu_o} <B^2>\right) \tag{6.6.3}$$

A lézer által kisugárzott fény egy EM síkhullám, tehát az elektromos és mágneses energasűrűség átlagai benne egyenlőek[12]

$$\varepsilon_o < E^2 >= \frac{1}{\mu_o} < B^2 > \tag{6.6.9}$$

$$\begin{aligned} < w > &= \varepsilon_o < E^2 > \\ &= \varepsilon_o E_o^2 \cdot < sin^2(k\,x - \omega\,t) > \\ &= \frac{1}{2}\varepsilon_o E_o^2 \end{aligned} \tag{6.6.10}$$

ahonnan, mivel $< w >= P \cdot T$

$$\begin{aligned} E_o &= \sqrt{\frac{2 \cdot 4 \cdot P}{d^2\,\pi\,\varepsilon_o\,c}} = \sqrt{\frac{8 \cdot 15 \cdot 10^{-3}\,W}{(2 \cdot 10^{-3})^2\,m^2\,3.1415\,8,85 \cdot 10^{-12}\,\frac{As}{V\,m}\,2,998 \cdot 10^8 \frac{m}{s}}} \\ &= \underline{1,897 \cdot 10^3\,\frac{V}{m}} \end{aligned} \tag{6.6.11}$$

(b) A nyaláb $l = 1\,m$ hosszúságú darabjában levő energia:

$$\varepsilon = P \cdot t_l = P \cdot \frac{l}{c} = 15 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{1}{2.998 \cdot 10^8} = 5.004 \cdot 10^{-11}\,J \tag{6.6.12}$$

(c) A fény impulzusa és energiája közötti kapcsolat:

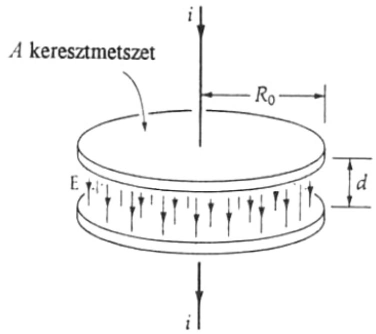
$$p = \frac{\varepsilon}{c} = 1.669 \cdot 10^{-19}\,kg\,m/s. \tag{6.6.13}$$

6.7. Feladat: (HN 35C-37) Síkkondenzátort i áramerősséggel töltünk (23. ábra).
(a) Mutassuk meg, hogy mialatt az elektromos térerösség növekszik, az **S** Poynting-vektor a lemezek közötti térben mindenütt a kondenzátor tengelye felé mutat. (A lemezek szélénél a térerősség inhomogenitásait figyelmen kivül hagyhatjuk.)

---

[12]Levezetés: $c\,B = E$, $c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_o\,\mu_o}}$, azaz $B = \sqrt{\varepsilon_o\,\mu_o}\,E$

$$\begin{aligned} < w > &= \frac{1}{2}\left(\varepsilon_o < E^2 > + \frac{1}{\mu_o} < B^2 >\right) &(6.6.4)\\ &= c\frac{1}{2}\left(\varepsilon_o < E^2 > + \varepsilon_o < E^2 >\right) &(6.6.5)\\ &= \varepsilon_o < E^2 >= \varepsilon_o < E_o^2 \cdot sin^2(k\,x - \omega\,t) > &(6.6.6)\\ &= \varepsilon_o E_o^2 \cdot < sin^2(k\,x - \omega\,t) > &(6.6.7)\\ &= \frac{1}{2}\varepsilon_o E_o^2 &(6.6.8) \end{aligned}$$



23. ábra. A 35C-37 feladathoz

(b) Ha a Poynting vektort a kondenzátort körbevevő hengerpalást mentén integráljuk, akkor a felület által bezárt térrészbe áramló energia nagyságát kapjuk meg. Mutassuk meg, hogy ez az energiaáram egyenlő a kondenzátor elektromos erőterében tárolt energia növekményével. (Ebben az értelemben, a kondenzátor energiája nem az áramvezető huzalokon keresztül, hanem a környező térből „érkezik".)

Megoldás:

(a)

$$\mathbf{S} = \frac{1}{\mu_o}\mathbf{E} \times \mathbf{B} \tag{6.7.1}$$

Ha $\mathbf{E}$ változik, akkor ennek hatására önmagukba záródó mágneses erővonallakkal jellemezhető $\mathbf{B}$ tér indukálódik a

$$\frac{1}{\mu_o}\oint \mathbf{B}\, d\,\mathbf{s} = \int \varepsilon_o \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}\, d\mathbf{A} \tag{6.7.2}$$

egyenlet szerint. Az indukált mágneses tér merőleges az elektromos tér változására és egy adott r távolságban a kondenzátor tengelyétől mindenhol ugyanakkora nagyságú. Amennyiben $d\mathbf{s}$-et $\mathbf{H}$-val párhuzamosnak választjuk a baloldali integrál:

$$\frac{1}{\mu_o}\oint \mathbf{B}\, d\mathbf{s} = 2\,\pi\, r\, \frac{1}{\mu_o}\, B. \tag{6.7.3}$$

A jobboldali integrált a baloldali integrálás zárt görbéjére illeszkedő tetszőleges felületre kell venni. Legyen ez a felület a kondenzátorlemezekkel párhuzamos körlap. Mivel a lemezek között mind $\mathbf{E}$, mind $\frac{d\,\mathbf{E}}{d\,t}$ homogén és lefelé mutat, vagyis párhuzamos a felület normálvektorával, ez az integrál is egyszerűen kiszámítható:

$$\int \varepsilon_o \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}\, d\mathbf{A} = \varepsilon_o \frac{d\,E}{d\,t} \cdot r^2\,\pi \tag{6.7.4}$$

Behelyettesítve 6.7.2 egyenletbe

$$2\,\frac{1}{\mu_o}\,B = \varepsilon_o\, r\, \frac{d\,E}{d\,t} \tag{6.7.5}$$

$$B = \frac{1}{2} \mu_o \, \varepsilon_o \, r \, \frac{d\,E}{d\,t} \tag{6.7.6}$$

Az **E** vonalak az ábrán lefelé mutatnak. Az **E** nő, ezért $\Delta\,\mathbf{E}$ változása azonos irányú vele, vagyis a mágneses erővonalak a lemezek síkjával párhuzamos, a pozitív lemez irányából nézve az óramutató járásával megegyező irányú, körök. **S** iránya minden pontban mind **E**-re, mind **B**-re merőleges, így a kondenzátor tengelye felé (befelé) mutat. **S** integrálja a kondenzátort körülvevő hengerpalástra [13] megadja az energiaáramlás fluxusát:

$$\begin{aligned} \Phi(\varepsilon) &= \oint \mathbf{S}\, d\,\mathbf{A} = 2\,\pi\, r\, d \cdot |\mathbf{S}| = 2\,\pi\, r\, d \cdot E \cdot \frac{1}{\mu_o} B \\ &= 2\,\pi\, r\, d \cdot E \cdot \frac{1}{2} \varepsilon_o\, r\, \frac{d\,E}{d\,t} \\ &= \varepsilon_o\, r^2\, \pi\, d\, E\, \frac{d\,E}{d\,t} \end{aligned} \tag{6.7.7}$$

Mivel ez a kondenzátor belseje felé mutat a kondenzátor energiája időegységenként ennyivel növekszik.

$$\Delta\varepsilon_C(\Delta\, t) = \Phi(\varepsilon)\,\Delta\, t = \varepsilon_o\, r^2\, \pi\, E\, \frac{d\,E}{d\,t}\,\Delta\, t\, d \tag{6.7.8}$$

A kondenzátor energiájának kis $\Delta\, t$ idő alatti növekedését az árammal is kiszámolhatjuk:

$$\begin{aligned} \Delta\varepsilon_C(\Delta\, t) &= \Delta\, q \cdot U_C = i \cdot \Delta\, t \cdot U_C && (6.7.9) \\ &= i \cdot \Delta\, t \cdot E \cdot d = i \cdot E \cdot \Delta\, t \cdot d && (6.7.10) \end{aligned}$$

Az i áram azonban a lemezek között nulla. Nagysága azonban megegyezik a $j_{elt} = \varepsilon_o \frac{d\,E}{d\,t}$ *eltolási áramsűrűség*

$$i_{elt} = j_{elt}\, A = \varepsilon_o\, \frac{d\,E}{d\,t} \cdot A \tag{6.7.11}$$

fluxusával, az i_{elt} *eltolási árammal*, ahol $A = r^2\,\pi$. Behelyettesítve:

$$\begin{aligned} \Delta\varepsilon_C(\Delta\, t) &= \varepsilon_o\, \frac{d\,E}{d\,t} \cdot r^2\, \pi\, E \cdot \Delta\, t \cdot d \\ &= \varepsilon_o\, r^2\, \pi\, E\, \frac{d\,E}{d\,t}\, \Delta\, t\, d \end{aligned} \tag{6.7.12}$$

Láthatjuk, hogy 6.7.8 és 6.7.12 valóban megegyeznek. A feladat állítását ezzel igazoltuk.

Házi feladat (gyakorlásra):
38/ 3, 8, 10, 19, 24, 32, 41
39/ 1, 4, 7, 14, 23, 27, 31
35/ 2, 4, 8, 13, 15, 22

[13] A $d\,A$ felületelem irányát a tengely felé mutató irányba vesszük fel.