Jelek és rendszerek 1. 2018. június 12. Megoldások

1.

a. $H_{12} \neq -H_{21}$, ezért nem reciprok, így nem is lehet szimmetrikus $\boxed{1}$ } $\Sigma 1$

b.

$$u_1 = R_1 \cdot i_1 + \mu_1 \cdot u_2 \text{ és } \qquad u_2 = R_2 \cdot i_2 + \mu_2 \cdot u_1 \qquad \boxed{1}$$

rendezve hibrid karakterisztikára

$$u_1 = R_1 \cdot i_1 + \mu_1 \cdot u_2$$

$$i_2 = -\frac{\mu_2}{R_2}(R_1 i_1 + \mu_1 u_2) + \frac{1}{R_2}u_2 = -\frac{\mu_2 R_1}{R_2} \cdot i_1 + \frac{1-\mu_1\mu_2}{R_2} \cdot u_2$$

adódik, hogy

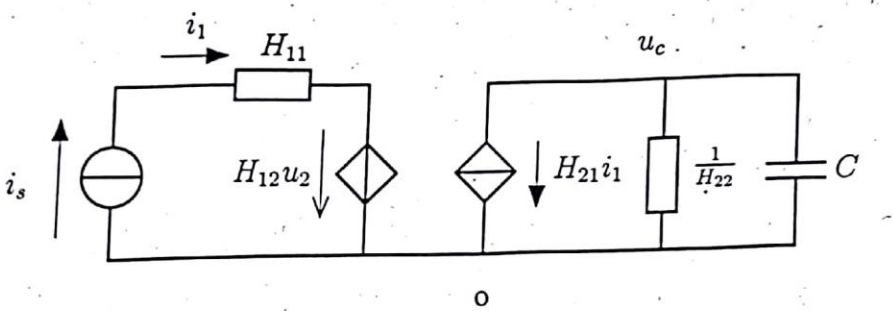
$$\left.\begin{array}{c}\boxed{R_1 = H_{11} = 2\Omega} \\ \boxed{\mu_1 = H_{12} = -0{,}2}\end{array}\right\} \boxed{1}$$

$$-\frac{\mu_2 R_1}{R_2} = 2{,}2 \text{ és } \frac{1-\mu_1\mu_2}{R_2} = 0{,}5$$

$$\boxed{\mu_2 = -\frac{2{,}2}{0{,}5R_1 + 2{,}2\mu_1} = -1{,}528}; \boxed{R_2 = -\frac{\mu_2 R_1}{2{,}2} = 1{,}389\,\Omega} \qquad \boxed{2}$$

$\Sigma 4$

c. Pl. természetes helyettesítő kapcsolással (kΩ, V, mA, μF egységekben)



$\boxed{1}$

$$U_c(j\omega C + H_{22}) + H_{21}I_s = 0 \qquad \boxed{1}$$

$$H(j\omega) = -\frac{H_{21}}{H_{22} + j\omega C} = \frac{-4{,}4}{1000 + j\omega}\,\text{k}\Omega, \qquad [\omega] = \text{krad/s} \qquad \boxed{3}$$

$\Sigma 5$

d.

$$\omega = 0 : \overline{I}_{s,0} = 1; \overline{H}_0 = \frac{1}{1+0} = 1; \ \boxed{1} \text{ és } \omega = \omega_0 = 1; \overline{I}_{s,\omega_0} = 1; \overline{H}_{\omega_0} = \frac{1}{1+2j} = \frac{1-2j}{\sqrt{5}} = 0{,}4427 \cdot e^{-j1{,}107} \ \boxed{1}$$

$(-63{,}4°)$

$$\text{válasz időfüggvénye}: \boxed{y(t) = [1 + 0{,}4472 \cdot \cos(\omega_0 t - 1{,}107)]\,V} \qquad \boxed{3}$$

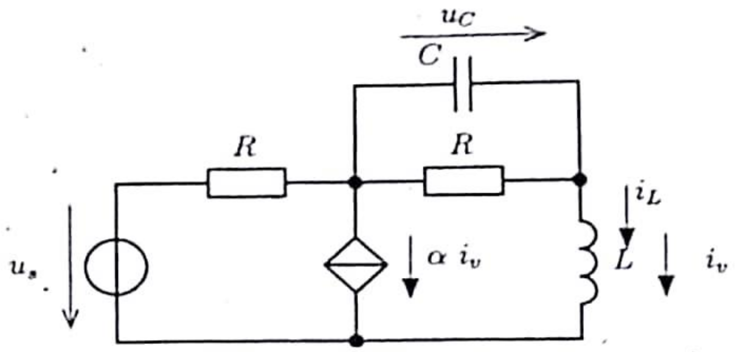
$\Sigma 5$

iMSC) $H_{11} = 2 = \geq 0, H_{22} = 0{,}5 \geq 0, \left(\frac{H_{12}+H_{21}}{2}\right)^2 \leq H_{11}H_{22}$

$$(H_{12} + 2{,}2)^2 \leq 4 \rightarrow -2 \leq H_{12} + 2{,}2 \leq 2 \Rightarrow \boxed{-4{,}2 \leq H_{12} \leq 4{,}2}$$

2.

a.



$\boxed{1}$ Σ 1

b.

$$i_v = i_L \quad \rightarrow \quad \boxed{i_v = \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} u_C \\ i_L \end{pmatrix} + 0 \cdot i_s} \qquad \boxed{1}$$

további egyenletek

$$C \cdot u_C' + \frac{L\, i_L' + u_c - u_s}{R} + \alpha i_L + \frac{u_C}{R} = 0 \qquad \boxed{1}$$

$$i_L + \frac{-u_C}{R} + (-C \cdot u_C') = 0 \qquad \boxed{1}$$

innen

$$u_C' = -\frac{1}{RC} u_C + \frac{1}{C} \cdot i_L; \qquad i_L' = -\frac{1}{L} u_C - \frac{R(1+\alpha)}{L} i_L + \frac{1}{L} u_s$$

$$\boxed{\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} u_C \\ i_L \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{RC} & \frac{1}{C} \\ -\frac{1}{L} & -\frac{R(1+\alpha)}{L} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} u_C \\ i_L \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{L} \end{pmatrix} u_s} \qquad \boxed{3}$$

Σ 6

c. sajátérték egyenlet :

$$(\lambda + 0{,}1)(\lambda + 0{,}4) + 0{,}1 \cdot 0{,}2 = 0 \quad \rightarrow \quad \lambda^2 + 0{,}5\lambda + 0{,}06 = 0 \qquad \boxed{2}$$

Hurwitz polinom, ezért a hálózat stabil

Σ 2

d. A gerjesztés $t \rightarrow \infty$ esetén $u_s = 2$. $\boxed{1}$

$$0 = \mathbf{A}X + B \cdot 2 \Rightarrow \mathbf{A}X = -2B \text{ azaz } \begin{pmatrix} -0{,}1 & 0{,}1 \\ -0{,}2 & -0{,}4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -0{,}2 \end{pmatrix} \qquad \boxed{1}$$

$\boxed{1}$

$$\boxed{X_1 = \frac{1}{3}; \qquad X_2 = \frac{1}{3}} \qquad \boxed{3}$$

Σ 6

---

iMSC.

$$\begin{vmatrix} -\frac{1}{RC} - \lambda & \frac{1}{C} \\ -\frac{1}{L} & -\frac{R(1+\alpha)}{L} - \lambda \end{vmatrix} = \lambda^2 + \lambda \left(\frac{1}{RC} + \frac{R(1+\alpha)}{L} \right) + \left(\frac{1+\alpha}{LC} + \frac{1}{LC} \right) = 0$$

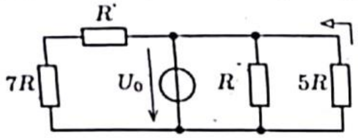
Hurwitz-polinom, ha $\alpha > -2$ és $\alpha > -1 - \frac{L}{CR^2}$

Jelek és rendszerek 1. VIHVAA00 A **2018. június 12.**

Név: JAVÍTÓ	Aláírás:
Neptun-kód:	Pontszám: 30

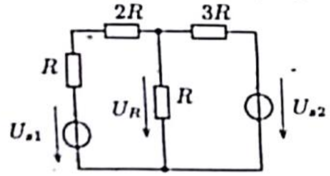
A megoldásokat az egyes feladatok alá írja. Minden jó válasz 2 pontot ér.

1. Adott R és U_0 értéke. Adja meg a bejelölt I áramot.



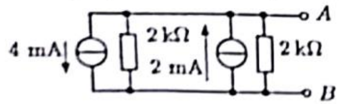
$I = -\dfrac{U_0}{5R}$

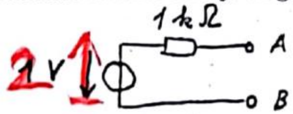
2. Fejezze ki az U_R feszültséget a forrásfeszültségek és az R függvényében.



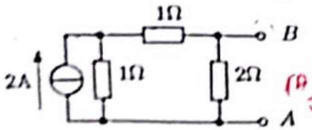
$U_R = \dfrac{U_{s1} + U_{s2}}{5}$

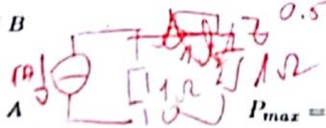
3. Rajzolja fel az A-B kétpólus Thévenin-ekvivalensét és adja meg a paraméterek értékét.





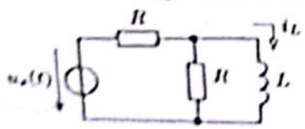
4. Határozza meg az A-B kapuról kivehető maximális teljesítményt.





$P_{max} = 0{,}25\ W$ $(0.5)^2$

5. Határozza meg a tekercs áramának időfüggvényét, ha $u_s(t) = \varepsilon(t)$.



$i_L(t) = \dfrac{1}{R}\left(1 - e^{-\frac{R}{2L}t}\right)\varepsilon(t)$

6. Fejezze ki azt a t_0 időpontot az előző feladatra az L és R paraméterrel, amely után i_L kevesebbel tér el állandósult értékétől, mint annak 5%-a.

$t_0 = \dfrac{2L}{R} \ln 20 =$

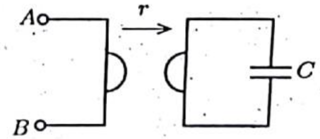
$= \dfrac{2L}{R} \cdot 3{,}00$

$(3\div5)\tau$

7. Adott két kétkapu láncmátrixa $\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} 2 & 3/4 \\ 2 & 5/4 \end{bmatrix}$ és $\mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} 4 & 6/4 \\ 4 & 15/4 \end{bmatrix}$. Határozza a kétkapuk lánc kapcsolásával keletkező eredő kétkapu láncmátrixát.

$\mathbf{A}_{\text{eredő}} = \begin{bmatrix} 11 & 5{,}81 \\ 13 & 7{,}69 \end{bmatrix}$ $\frac{93}{16}$ $\frac{123}{16}$

8. Adja meg az ábrán látható A-B kétpólus impedanciáját ω körfrekvencián.



$Z_{AB} = j\omega r^2 C$

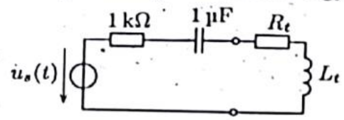
9. Adja meg az $u(t) = [5\sin(\omega t) + 5\cos(\omega t)]$ V jel effektív értékét.

$U_{\text{eff}} = 5\ V$

10. Egy rendszer ugrásválasza $g(t) = \varepsilon(t)(5 + 2e^{-2t})$. Adja meg az impulzusválaszt.

$h(t) = 7\delta(t) - 4\varepsilon(t)e^{-2t}$

11. Mekkorára kell választani R_t és L_t értékét ahhoz, hogy az R_tL_t kétpólus hatásos teljesítménye maximális legyen, ha $u_s(t) = 100\cos(\omega t)$ V és $\omega = 2$ krad/s?



$R_t = 1\ k\Omega$ $L_t = 0{,}25\ H$

12. Tételezzük fel, hogy az előző példában $R_t = 1\,\text{k}\Omega$ és $L_t = 125\,\text{mH}$. Mekkora a feszültségforrás által leadott hatásos teljesítmény?

$P_s = 2{,}462\ W$

13. Mekkora az $x(t) = 2\cos^2(2\omega_0 t)$ jel effektív értéke?

$X_{\text{eff}} = \sqrt{\dfrac{3}{2}} \approx 1{,}22$

14. Adott egy rendszer impulzusválasza $h(t) = \varepsilon(t)e^{-2t}$ és gerjesztése $u(t) = \varepsilon(t)e^{-2t}$. Határozza meg a válasz időfüggvényét.

$y(t) = \varepsilon(t)\, t\, e^{-2t}$

15. Soros RLC kétpólus feszültsége $u(t) = 5\cos(\omega t)$V, $R = \omega L = \frac{1}{\omega C} = 1\,\text{k}\Omega$. Határozza meg a tekercs feszültségének időfüggvényét.

$u_L(t) = 5\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)\ V =$

$= -5\sin(\omega t)\ V$