

1. Milyen követelmények teljesítését feltételezzük Park-vektor alkalmazásánál a mágneses mező térbeli eloszlására és időbeli változására?

Mezőeloszlás állandó áramú gerjesztés esetén

A gerjesztési törvény szerint a mágneses térerősség:

$$\oint_{\ell} \vec{H} d\vec{\ell} = \int_A \vec{J} d\vec{A}.$$

Feltételezve, hogy az I áram egyetlen vonalszerű vezetőben koncentrálódik, megfelelő integrálási út választásával a vezető körül állandó térerősségű szakaszokat kapunk, ezért az integrálok összegezéssé egyszerűsödnek:

$$\oint \vec{H} d\vec{\ell} = \sum_i H_i \ell_i \text{ és } \int_A \vec{J} d\vec{A} = \sum_j I_j = I = \mathcal{O}.$$

A további egyszerűsítés érdekében hanyagoljuk el a vasmagra jutó gerjesztést a δ légréséhez képest (mivel $\mu_{r\delta}=1$ és $\mu_{rvas}\sim 10^3$), ezzel a gerjesztési egyenlet

$$2H_{\delta}\delta \approx I.$$

itt H_{δ} - a térerősség a légrésben, tehát $I=\text{áll.}$ esetén $H_{\delta}=\text{áll.}$

Ennek megfelelően időben állandó $I=\text{áll.}$ (egyenáramú) táplálásnál a kerület mentén elhelyezett egyetlen menet vagy tekercs a légrésben közel négyszög alakú térbeli eloszlású mágneses

térerősséget és indukciót hoz létre. A térbeli felharmonikusokat elhanyagolva a légrés mentén szinusz alakú mezőeloszlást kapunk, $H_1(x)$ -vel jelölve az alapharmonikust.

A kapott térerősség $H_1(x)$ térbeli alapharmonikusának matematikai leírása a légrésben:

$$H_1(x) = H_m \sin\left(p \frac{2\pi}{\lambda_{\ell}} x\right), \quad 0 \leq x \leq \lambda_{\ell},$$

itt H_m – a térerősség H_1 alapharmonikusának amplitúdója, $\lambda_{\ell}=D_{\ell}\pi=2p\tau_p$ – a légrés kiterített hossza (D_{ℓ} a légrés sugara, τ_p a pólusosztás) és p a póluspárok száma (egy térbeli periódus hossza λ_{ℓ}/p).

Hasonló összefüggés írható fel a térerősséggel arányos indukció, a fluxus, a tekercsfluxus, a gerjesztés, a kerületi áram és az indukált feszültség alapharmonikusának légrésmenti térbeli eloszlására.

(Az előzőek alapján az egyes fázistekercsek időben szinuszosan váltakozó áramú táplálása esetén időben lüktető, térben szinuszos mezőeloszlást kapunk, amit időben változó nagyságú és a fázistekercsek geometriai elhelyezkedése által meghatározott térbeli irányú komplex vektorokkal mutatnak.)

A mágneses mező kialakulásának eddigi tárgyalása során csak a **térbeli** eloszlásra volt előírás, mert az eredő térvektor képzésének (vektoros összegzésének) feltétele a térben szinuszos eloszlás. Az egyes fázistekercsekben folyó áramok **időbeli** változására, vagy a tekercsekre adott feszültség alakjára nincs megkötés.

2. Milyen mágneses mező alakul ki a légrésben, ha az állórész egyik tekercsét egyenárammal, vagy időben tetszőleges lefolyású árammal tápláljuk?

Ennek megfelelően időben állandó $I=\text{áll.}$ (egyenáramú) táplálásnál a kerület mentén elhelyezett egyetlen menet vagy tekercs a légrésben közel négyszög alakú térbeli eloszlású mágneses

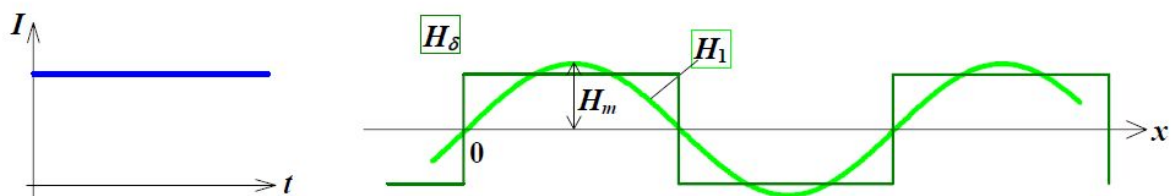
térerősséget és indukciót hoz létre. A térbeli felharmonikusokat elhanyagolva a légrés mentén szinusz alakú mezőeloszlást kapunk, $H_1(x)$ -vel jelölve az alapharmonikust.

A kapott térerősség $H_1(x)$ térbeli alapharmonikusának matematikai leírása a légrésben:

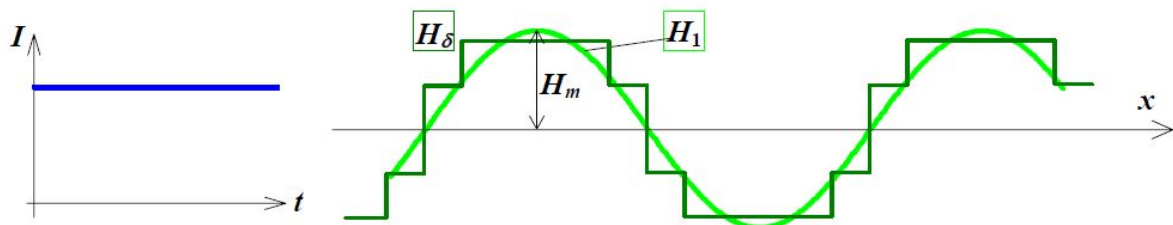
$$H_1(x) = H_m \sin\left(p \frac{2\pi}{\lambda_\ell} x\right), \quad 0 \leq x \leq \lambda_\ell,$$

itt H_m – a térerősség H_1 alapharmonikusának amplitúdója, $\lambda_\ell = D_\ell \pi = 2p \tau_p$ – a légrés kiterített hossza (D_ℓ a légrés sugara, τ_p a pólusosztás) és p a póluspárok száma (egy térbeli periódus hossza λ_ℓ/p).

Hasonló összefüggés írható fel a térerősséggel arányos indukció, a fluxus, a tekercsfluxus, a gerjesztés, a kerületi áram és az indukált feszültség alapharmonikusának légrésmenti térbeli eloszlására.



Egyetlen menetben folyó állandó I áram által a kiterített légrésben létrehozott mágneses tér



Kétretegű tekercs lépcsős mágneses tere a kiterített légrésben állandó áramú táplálásnál

Ha az állórész áram nem állandó $I \neq \text{áll.}$, akkor a mező térbeli alapharmonikusának (és felharmonikusainak) amplitúdója időben változik, de a mező légrésmenti eloszlásának jellege nem.

Szinusz függvény szerint váltakozó árammal történő táplálásnál a térbeli hullám magassága a kerület minden pontjában időben szinuszosan változik, lüktető, pulzáló mező alakul ki, más

függvény (pl. lineáris, háromszög) szerint változó áram esetén a mező is másképpen változik időben, de ez a térbeli eloszlást nem befolyásolja.

3. Zérus sorrendű összetevők jelenléte hogyan befolyásolja a Park-vektor alkalmazását?

Mivel a zérus sorrendű összetevők egymással fázisban lévő, azonos amplitúdójú mennyiségeket jelentenek, a Park-vektor képzéskor ezek az összetevők kiesnek, amit figyelembe kell venni a számítások értékelése, a következtetések levonása során.

Példaként a feszültség Park-vektorát tekintve, annak valós része az α -fázis komponensét adja, mivel az α fázistengely egybeesik a komplex sík valós tengelyével.

$$\operatorname{Re}\{\bar{u}(t)\} = \frac{2}{3} \left[u_a(t) - \frac{1}{2} u_b(t) - \frac{1}{2} u_c(t) \right] = u_a(t) - u_0(t).$$

Tehát zérus sorrendű összetevő jelenlétekor $u_a(t) = \operatorname{Re}\{\bar{u}(t)\} + u_0(t)$.

4. A Park-vektor ismeretében hogyan határozható meg a fázismennyiségek pillanatértéke számítással és grafikusán?

A Park-vektort a definíciós képlet szerint a fázismennyiségek pillanatértékéből képezzük, az átalakítás visszafelé is alkalmazható, a Park-vektorból meghatározhatók az egyes fázismennyiségek, de a zérus sorrendű összetevőt külön kell figyelembe venni.

Folyt kövi oldalon...

Példaként a feszültség Park-vektorát tekintve, annak valós része az a -fázis komponensét adja, mivel az a fázistengely egybeesik a komplex sík valós tengelyével.

$$\operatorname{Re}\{\bar{u}(t)\} = \frac{2}{3} \left[u_a(t) - \frac{1}{2}u_b(t) - \frac{1}{2}u_c(t) \right] = u_a(t) - u_0(t).$$

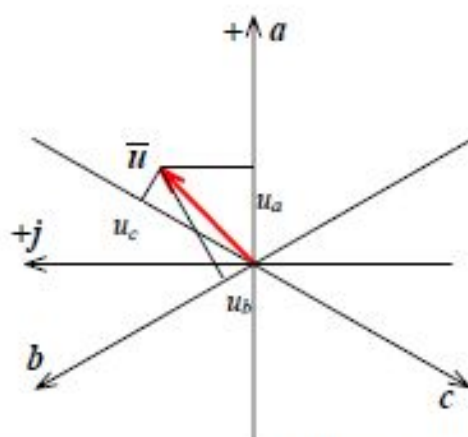
Tehát zérus sorrendű összetevő jelenlétekor $u_a(t) = \operatorname{Re}\{\bar{u}(t)\} + u_0(t)$.

A Park-vektort és vele együtt a háromfázisú koordináta rendszert 120° -kal előre (+ irányban) forgatva a komplex síkon a c -tengely kerül fedésbe a valós tengellyel, így az elforgatott Park-vektor valós része a c -fázis komponensét adja – az $u_0(t)$ zérus sorrendű összetevő nélkül:

$$\operatorname{Re}\{\bar{a}u(t)\} = \frac{2}{3} \left[-\frac{1}{2}u_a(t) - \frac{1}{2}u_b(t) + u_c(t) \right] = u_c(t) - u_0(t),$$

további 120° -kal előre forgatva a b -fázis komponensét kapjuk:

$$\operatorname{Re}\{\bar{a}^2u(t)\} = \frac{2}{3} \left[-\frac{1}{2}u_a(t) + u_b(t) - \frac{1}{2}u_c(t) \right] = u_b(t) - u_0(t).$$



Az egyes fázis komponensek képzése a Park-vektor fázistengelyekre vetítésével

Ugyanezt az eredményt kapjuk grafikusán, ha a Park-vektort az egyes fázistengelyekre vetítjük. Ezt a matematika nyelvén úgy fogalmazhatjuk meg, hogy a Park-vektor skalárszorzatát képezzük az egyes fázistengelyek irányába mutató egységvektorral:

$$u_a(t) - u_0(t) = 1 \cdot \bar{u}(t) = \frac{2}{3} \left(u_a - \frac{1}{2}u_b - \frac{1}{2}u_c \right),$$

$$u_b(t) - u_0(t) = \bar{a} \cdot \bar{u}(t) = \frac{2}{3} \left(-\frac{1}{2}u_a + u_b - \frac{1}{2}u_c \right),$$

$$u_c(t) - u_0(t) = \bar{a}^2 \cdot \bar{u}(t) = \frac{2}{3} \left(-\frac{1}{2}u_a - \frac{1}{2}u_b + u_c \right).$$

5. A fázismennyiségek pillanatértékének meghatározásánál hogyan veszik számításba a zérus sorrendű összetevőket?

A Park-vektorból meghatározhatók az egyes fázismennyiségek, de a zérus sorrendű összetevőt külön kell figyelembe venni.

Példaként a feszültség Park-vektorát tekintve, annak valós része az a -fázis komponensét adja, mivel az a fázistengely egybeesik a komplex sík valós tengelyével.

$$\operatorname{Re}\{\bar{u}(t)\} = \frac{2}{3} \left[u_a(t) - \frac{1}{2} u_b(t) - \frac{1}{2} u_c(t) \right] = u_a(t) - u_0(t).$$

Tehát zérus sorrendű összetevő jelenlétekor $u_a(t) = \operatorname{Re}\{\bar{u}(t)\} + u_0(t)$.

c-fázis komponense:

$$\operatorname{Re}\{\bar{a}u(t)\} = \frac{2}{3} \left[-\frac{1}{2} u_a(t) - \frac{1}{2} u_b(t) + u_c \right] = u_c(t) - u_0(t),$$

további 120° -kal előre forgatva a b -fázis komponensét kapjuk:

$$\operatorname{Re}\{\bar{a}^2\bar{u}(t)\} = \frac{2}{3} \left[-\frac{1}{2} u_a(t) + u_b(t) - \frac{1}{2} u_c(t) \right] = u_b(t) - u_0(t).$$

hozzá kell adni tehát

6. Írja fel egy 90% pozitív és 10% negatív sorrendű összetevőt tartalmazó 3 fázisú feszültség rendszer Park-vektorát.

A szimmetrikus összetevők: [0; 0.9A; 0.1A]

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix}, \quad a = e^{j120^\circ}$$

Fázismennyiségek kiszámolása a mátrix segítségével

A Park-vektor definíciója

A Park-vektort úgy definiálták, hogy annak hossza az eredő térvektor (3 fázisú vektor) abszolút értékének 2/3-ad része legyen, tehát megegyezzek az egyes fázismennyiségek vektorának maximális értékével.

Ezt a definíciót a H mágneses térerősségre alkalmazva a térerősség $\bar{H}(t)$ Park-vektora:

$$\bar{H}(t) = \frac{2}{3} [h_a(t) + \bar{a}h_b(t) + \bar{a}^2h_c(t)] \quad \bar{a} = e^{j120^\circ} = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \quad \bar{a}^2 = e^{-j120^\circ} = -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2},$$

$h_a(t)$, $h_b(t)$, $h_c(t)$ - az egyes fázistekercsek által létrehozott mágneses térerősség időfüggvénye,
 $\bar{a}$ ($\bar{a}^2$) – a komplex síkon pozitív (negatív) irányban 120°-kal elforgató egységvektor.

Majd az adott képletbe kell behelyettesíteni

7. 3 fázisú, szimmetrikus, szinuszos időbeli lefolyású jelek esetén milyen kapcsolat van a Park-vektor nagysága (hossza) és a fázismennyiségek között?

Ha máshoz kéne, akkor ez itt van:

A Park-vektor definíciója

A Park-vektort úgy definiálták, hogy annak hossza az eredő térvektor (3 fázisú vektor) abszolút értékének 2/3-ad része legyen, tehát megegyezzek az egyes fázismennyiségek vektorának maximális értékével.

Ezt a definíciót a H mágneses térerősségre alkalmazva a térerősség $\bar{H}(t)$ Park-vektora:

$$\bar{H}(t) = \frac{2}{3} [h_a(t) + \bar{a}h_b(t) + \bar{a}^2h_c(t)] \quad \bar{a} = e^{j120^\circ} = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \quad \bar{a}^2 = e^{-j120^\circ} = -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2},$$

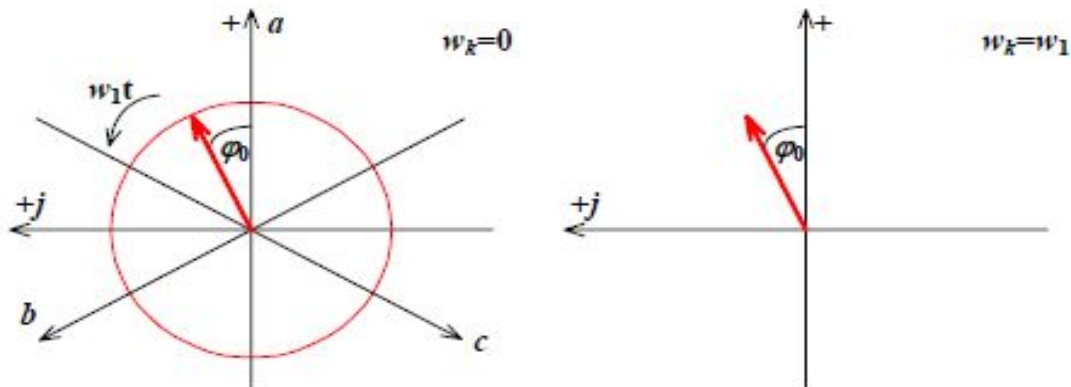
$h_a(t)$, $h_b(t)$, $h_c(t)$ - az egyes fázistekercsek által létrehozott mágneses térerősség időfüggvénye,
 $\bar{a}$ ($\bar{a}^2$) – a komplex síkon pozitív (negatív) irányban 120°-kal elforgató egységvektor.

Így tehát a Park-vektor nagysága megegyezik a fázismennyiségek nagyságával.

8. A Park-vektor diagram ábrázolásához milyen célszerű koordináta rendszereket alkalmaznak?

A komplex síkon ábrázolják, álló vagy forgó koordináta rendszerben.

Park-vektor diagram (görbe, pálya): a Park-vektor végpontjának mértani helye (állandósult állapotban 1 periódus alatt).

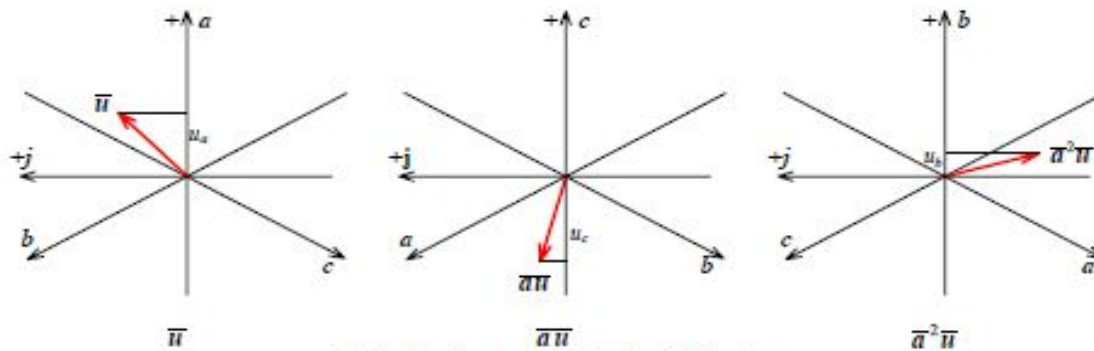


*Szimmetrikus, 3 fázisú, időben szinuszosan változó mennyiség Park-vektor diagramja
álló és szinkron forgó koordináta rendszerben*

A Park-vektor ábrázolható álló ($w_k=0$) vagy szinkron forgó ($w_k=w_1$) koordináta rendszerben (w_k – a koordináta rendszer szögsebessége).

Állandósult állapotban, szimmetrikus, 3 fázisú, időben szinuszos mennyiségek esetén álló koordináta rendszerben a diagram kör, szinkron forgó koordináta rendszerben egyetlen pont, aminek szöghelyzete a kezdeti fázisszögtől függ.

Mivel a teljes kör 360° -nak, 1 periódusnak felel meg, a görbe mentén minden szög villamos fokokban mérendő, ami a $w_k=w_1$ koordinátarendszerben felrajzolt vektorábrában is igaz (vagyis $p=1$ esetnek tekinthetjük).



A Park-vektor valós részének képzése

9. Hogyan oszcillografálható az álló koordináta-rendszerbeli Park-vektor?

A Park-vektor oszcillografálása

A feszültség Park-vektor $\bar{u} = u_x + ju_y$ komplex összetevőinek fizikai jelentése van:

$$\operatorname{Re}\{\bar{u}\} = u_x = \frac{2}{3} \left[u_a - \frac{1}{2} u_b - \frac{1}{2} u_c \right] = u_a(t) - \text{az } a\text{-fázis feszültségének időfüggvénye,}$$

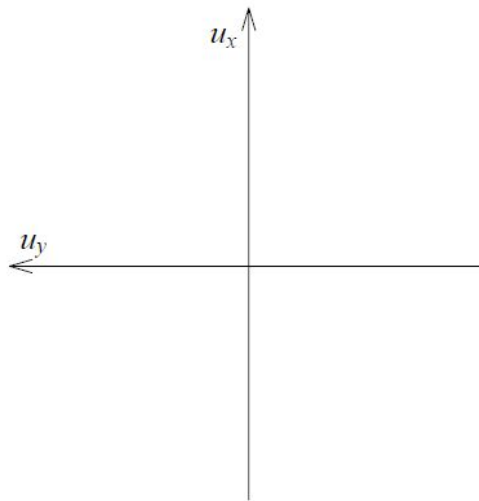
$$\operatorname{Im}\{\bar{u}\} = u_y = \frac{2}{3} \left[\frac{\sqrt{3}}{2} (u_b - u_c) \right] = \frac{1}{\sqrt{3}} [u_b(t) - u_c(t)] \quad - \text{ a } b\text{-}c \text{ vonali feszültség időfüggvényé-}$$

nek $\sqrt{3}$ -ad része.

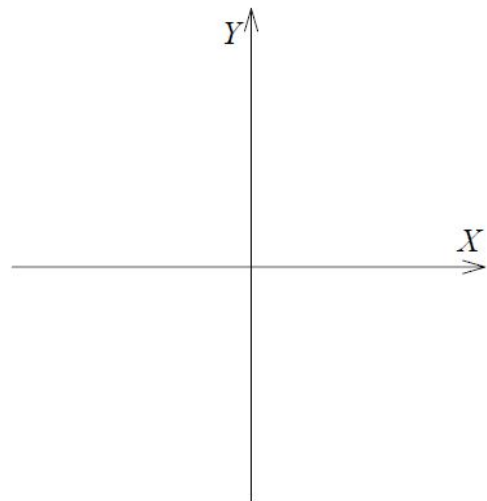
Az oszcilloszkóp függőleges bemenetét Y -al jelölve, a vízszintes eltérítést X -el, a Park-vektor komponenseket az alábbiak szerint kell az X - Y üzemmódú oszcilloszkóp bemeneteire adni, hogy a definíció szerinti diagramot kapjuk:

$$u_x \Rightarrow Y,$$

$$-u_y \Rightarrow X$$



A Park-vektor és

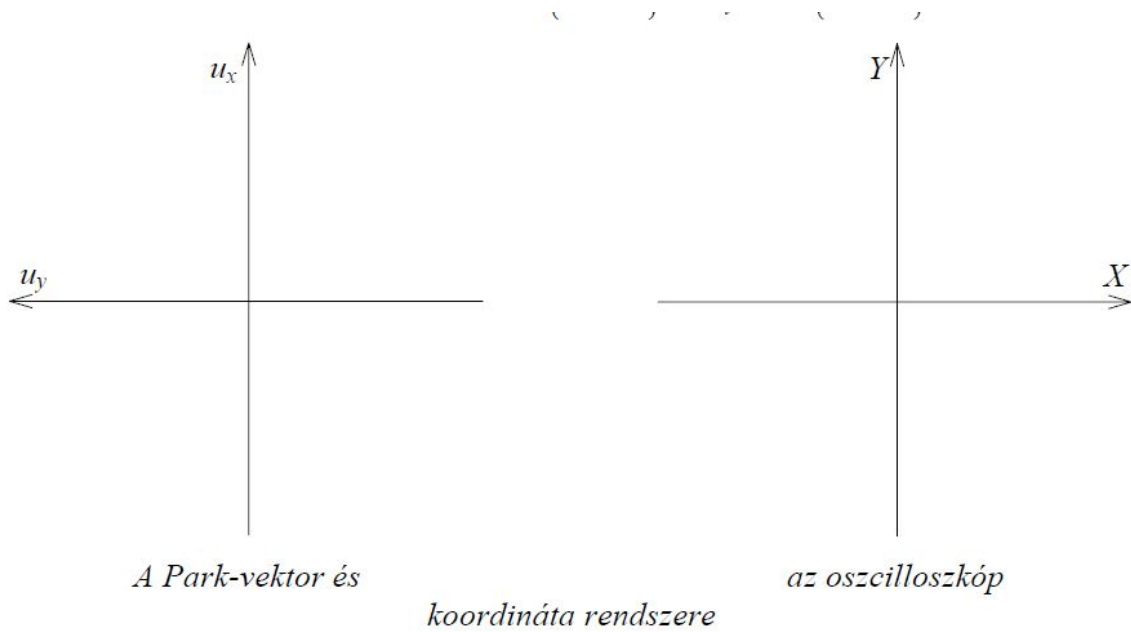


az oszcilloszkóp

koordináta rendszere

10. Hogyan oszcillografálható a Park-vektor szinkron forgó koordináta rendszerben?

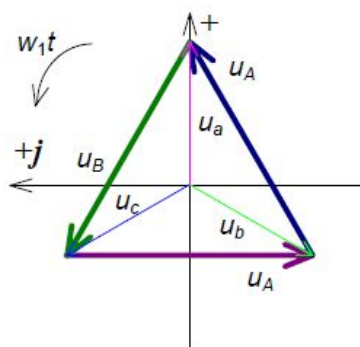
A Park-vektor megjeleníthető szinkron forgó koordináta rendszerben is, ehhez az összetevőket matematikai úton kell előállítani: $u_x = \operatorname{Re}\{\bar{u}e^{-j\omega_1 t}\}$ és $u_y = \operatorname{Im}\{\bar{u}e^{-j\omega_1 t}\}$.



11. Hogyan definiálják vonali feszültségek Park-vektorát?

Az alább definiált vonali feszültségekből az eddigieknek megfelelően képezhető a vonali feszültségek $\bar{u}_V$ Park-vektora. Az u_A, u_B, u_C vonali feszültségek időfüggvénye

$$\begin{aligned} u_A(t) &= u_b(t) - u_c(t) & \cdot \frac{2}{3} , \\ u_B(t) &= u_c(t) - u_a(t) & \cdot \frac{2}{3} \bar{a} , \\ u_C(t) &= u_a(t) - u_b(t) & \cdot \frac{2}{3} \bar{a}^2 . \end{aligned}$$



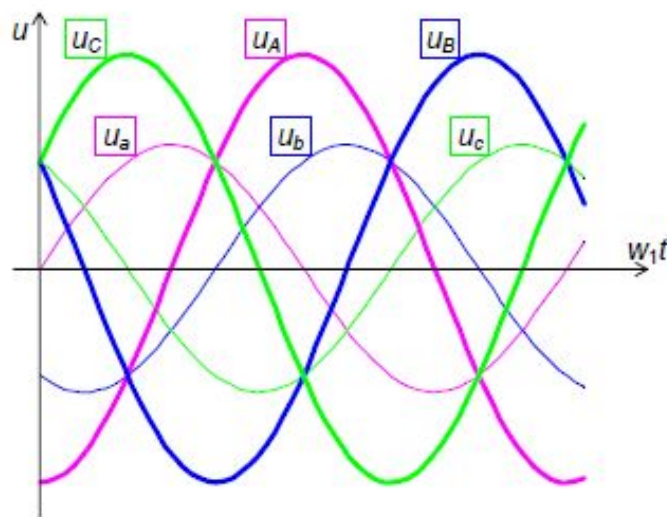
Fázis- és vonali feszültségek

A Park-vektor a definíciós összefüggésnek megfelelően:

$$\begin{aligned}\bar{u}_v(t) &= \frac{2}{3} [u_A(t) + \bar{a}u_B(t) + \bar{a}^2u_C(t)] = \\ &= \frac{2}{3} [u_b(t) - u_c(t)] + \frac{2}{3} \bar{a} [u_c(t) - u_a(t)] + \frac{2}{3} \bar{a}^2 [u_a(t) - u_b(t)] = \\ &= \frac{2}{3} \bar{a}^2 [u_a(t) + \bar{a}u_b(t) + \bar{a}^2u_c(t)] - \frac{2}{3} \bar{a} [u_a(t) + \bar{a}u_b(t) + \bar{a}^2u_c(t)] = (\bar{a}^2 - \bar{a})\bar{u}(t) = -j\sqrt{3}\bar{u}(t).\end{aligned}$$

A $\sqrt{3}$ szorzótényező a vonali- és a fázisfeszültség közötti aránynak megfelelő.

A vonali feszültségek iránya (tengelye) a komplex síkon a megfelelő fázisfeszültségek tengelye felé mutató egységvektorokból határozható meg.



A fázis- és vonali feszültségrendszer időfüggvénye

12. A fázis mennyiségek Park-vektorából hogyan számítható a vonali feszültségek Park-vektora?

Az u_A feszültség tengelyének iránya: $\bar{a} - \bar{a}^2 = j\sqrt{3} = \sqrt{3}e^{j90^\circ}$, tehát az egységvektor $\bar{a}_A = e^{j90^\circ}$,

u_B tengelyének iránya: $\bar{a}^2 - 1 = -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} - 1 = \sqrt{3}e^{j210^\circ} = \sqrt{3}e^{-j150^\circ}$, $\bar{a}_B = e^{-j150^\circ}$,

u_C tengelyének iránya: $1 - \bar{a} = 1 + \frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}e^{j30^\circ} = \sqrt{3}e^{-j30^\circ}$, $\bar{a}_C = e^{-j30^\circ}$.

Az egyes vonali feszültségek meghatározása a fázis feszültségek Park-vektorának vetületeként

A fázis feszültségek Park-vektora a komplex összetevőkkel

$$\bar{u} = \text{Re}\{\bar{u}\} + j\text{Im}\{\bar{u}\},$$

amivel kifejezhető a vonali feszültségek Park-vektora

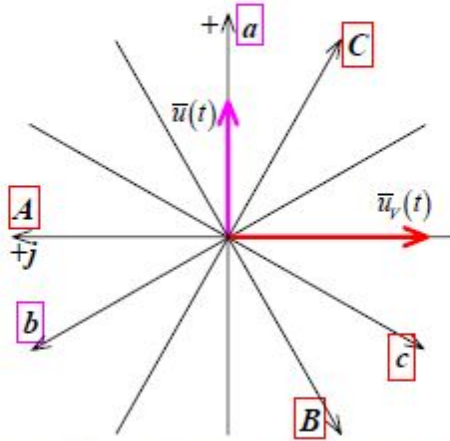
$$\bar{u}_v(t) = -j\sqrt{3}\bar{u}(t) = -j\sqrt{3}\text{Re}\{\bar{u}\} + \sqrt{3}\text{Im}\{\bar{u}\}.$$

A vonali feszültségek pillanatértékét itt is az egyes tengelyekre eső vetület adja, de mivel az A -tengely egybe esik a komplex koordináta rendszer képzetes tengelyével, most a képzetes összetevőket kell meghatározni.

$$u_A(t) = \text{Im}\{u_V(t)\} = \text{Im}\{-j\sqrt{3}u(t)\} = -\sqrt{3}\text{Re}\{u(t)\},$$

$$u_B(t) = \text{Im}\{\bar{a}^2 \bar{u}_\nu(t)\} = -\sqrt{3} \text{Re}\{\bar{a}^2 \bar{u}(t)\},$$

$$u_c(t) = \text{Im}\{\overline{au}_y(t)\} = -\sqrt{3}\text{Re}\{\overline{au}(t)\}.$$



A fázis feszültségek $\bar{u}$ és a vonali feszültségek $\bar{u}_v$ Park-vektora, illetve az A, B, C tengelyek iránya

13. Mi a különbség egy időbeli fázor és egy Park-vektor között?

A Park-vektor a szinuszos térbeli eloszlás időbeli változását mutatja, a fázorábra pedig a szinuszos időbeli változást reprezentálja. A szimmetrikus összetevők rendszere a fázisonként eltérő fázorokat (tehát szinusz függvény szerint változó aszimmetrikus fázismennyiségeket) helyettesíti.

(A Park-vektort alkotó fázismennyiségek időbeli változása eltérhet a szinusz jellegtől (pl. felharmonikusokat is tartalmazhat). A fázor csak szinusz függvény szerinti változást képvisel, a felharmonikusokat külön felharmonikus fázorokkal lehet, kell figyelembe venni.)

14. Milyen kapcsolat van a szimmetrikus összetevők és a Park-vektor között?

A Park-vektor a szinuszos térbeli eloszlás időbeli változását mutatja, a fázorábra pedig a szinuszos időbeli változást reprezentálja. A szimmetrikus összetevők rendszere a fázisonként eltérő fázorokat (tehát szinusz függvény szerint változó aszimmetrikus fázismennyiségeket) helyettesíti.

Minden fázor egy-egy szinusz függvényt képvisel, a fázorok közötti szögeltérés megfelel a szinusz függvények közötti fáziseltolásnak. Háromfázisú, szinusz függvény szerint változó mennyiségek három fázorral illusztrálhatók.

Álló koordináta rendszerben a fázorok a szinusz függvény körfrekvenciájának megfelelő szögsebességgel forognak (+) irányban, szinkron forgó koordináta rendszerben pedig állnak, pillanatfelvételnként rögzítve a szinusz függvények aktuális helyzetét.

A szinusz függvények pillanatértékét a fázorok vetülete adja, rendszerint a valós vagy a képzetes tengelyre eső vetületet használják.

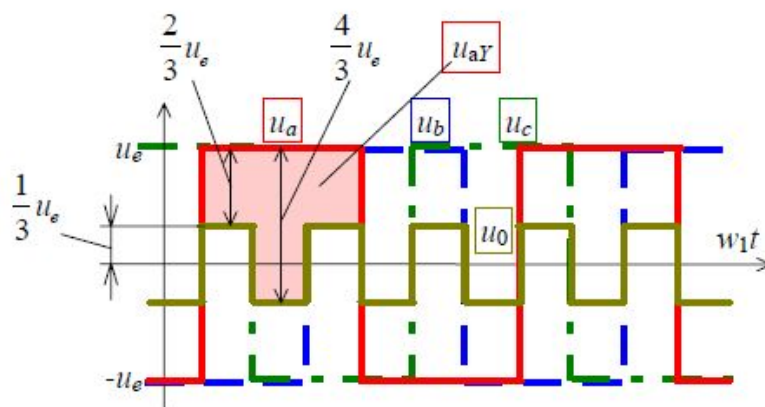
15. Mutassa be, hogy egyszerű (nem ISZM) feszültséginverteres táplálásnál milyen a fázisfeszültség időfüggvénye az inverter egyenáramú körének középpontjához képest.

Szerintem ez egyben a 16. Is... vagy nem

16. Mutassa be, hogy egyszerű (nem ISZM) feszültséginverteres táplálásnál milyen a fázisfeszültség időfüggvénye a motor csillagpontjához képest.

Egyszerű inverternél külön válik a kimenő feszültség alapharmonikus amplitúdójának és frekvenciájának változtatása: a feszültség nagyságát a vezérelt egyenirányító gyújtásszöge, vagy a közbülső egyenáramú kör feszültség szabályozója, a frekvenciát az inverter kommutációjának gyakorisága határozza meg (1 periódus alatt 6 kommutáció történik). A motorra jutó (kimenő) feszültség a közbülső egyenfeszültség 0-pontjához, mint referencia ponthoz képest egy háromfázisú négyszöghullám.

Feszültség Park-vektor:



Az aszinkron gép feszültségeinek időfüggvénye egyszerű inverteres táplálásnál

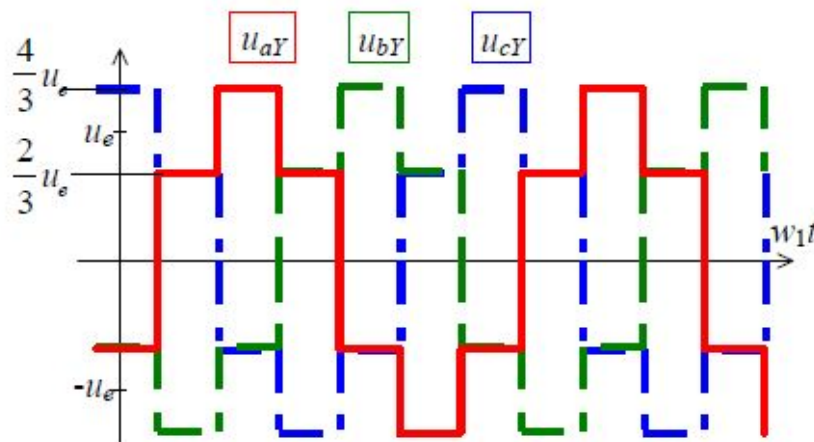
Az ábrán

u_e – a közbülső kör (egyen) feszültségének fele,

u_Y – a motor állórész tekercselés csillagpontjának feszültsége a 0-ponthoz képest,

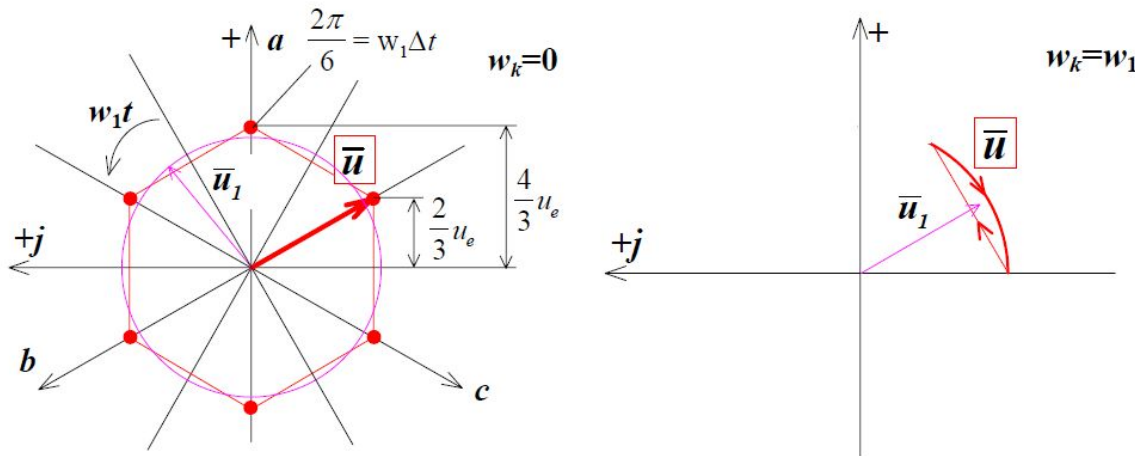
u_{aY}, u_{bY}, u_{cY} – az egyes fázistekercsek feszültsége (a motor csillagpontjához képest),

u_a, u_b, u_c – az egyes fáziskapcsok feszültsége a 0-ponthoz képest.



A fázistekercsek feszültségének időfüggvénye egyszerű inverteres táplálásnál

Park-vektor képzésnél a zérus sorrendű összetevők kiesnek, a Park-vektort az u_a-u_0 , u_b-u_0 és u_c-u_0 feszültségekből kapjuk, tulajdonképpen a csillagponthoz viszonyított u_{aY} , u_{bY} és u_{cY} feszültségekből.



Egyszerű inverterről táplált aszinkron gép kapocsfeszültségének Park-vektor diagramja álló és szinkron forgó koordináta rendszerben

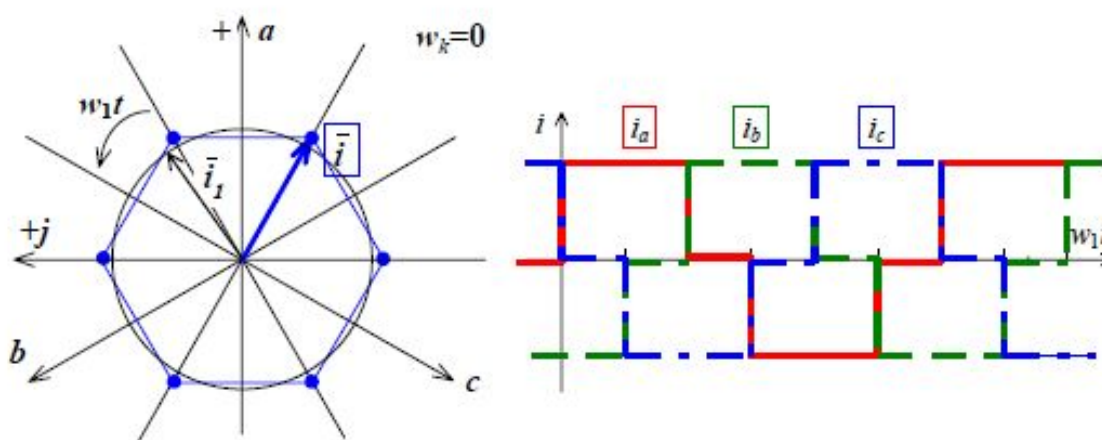
Az ábrán $\bar{u}_1$ az alapharmonikus feszültség Park-vektora.

17. Illusztrálja, hogy milyen pályát írhat le az áram Park-vektora, ha az a fázis árammentes.

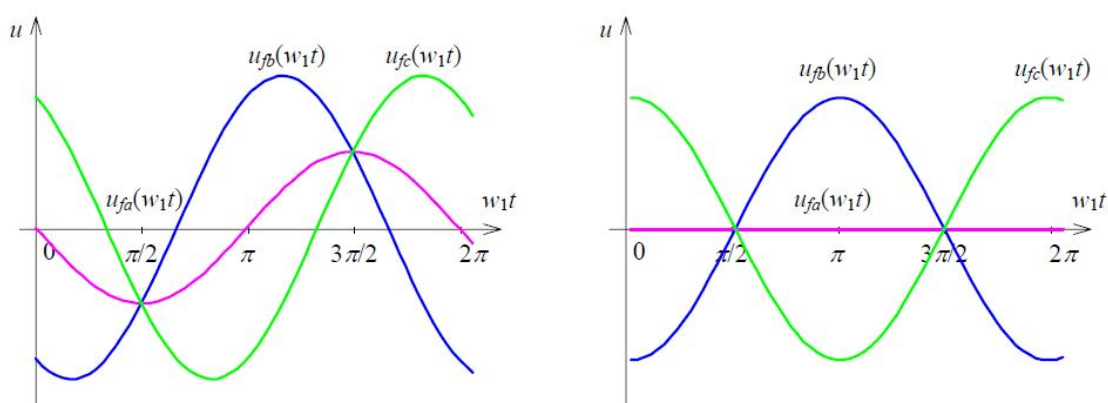
Áram Park-vektor

Egyszerű inverterről történő táplálásnál kétfázisú vezetés esetén az áramvektor végpontja a vezető fázisok tengelyének szögfelezőjén tartózkodhat (időben állandó áram esetén a képe pont, változó esetén vonal), a nemvezető fázisra eső vetület zérus. A kommutáció (véges) ideje alatt 3 fázisú vezetés van, de a nemkommutáló fázis árama állandó, tehát az áram Park-vektor erre a tengelyre eső vetülete is állandó (a változás a tengelyre merőleges irányú).

17

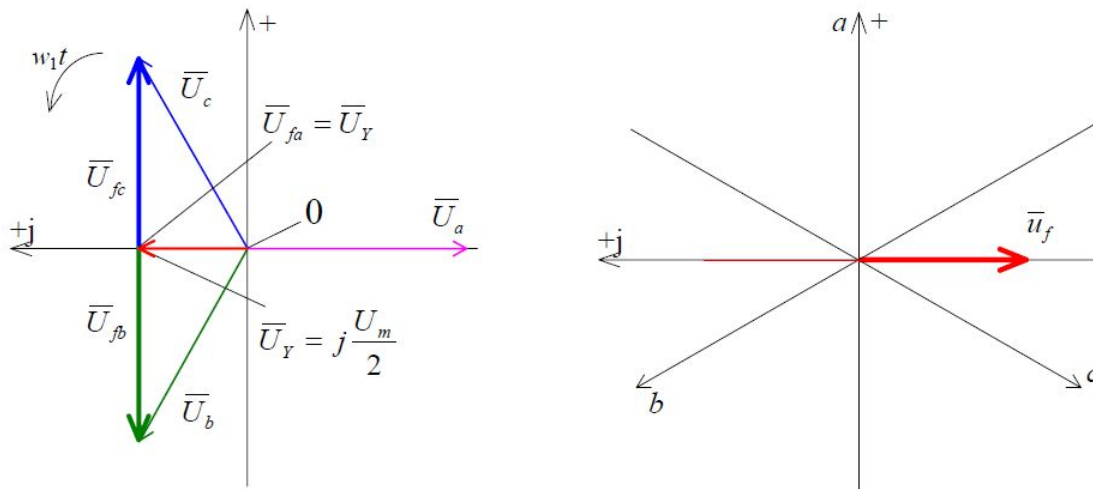


Kétfázisú vezetésnél az aszinkron gép
áram Park-vektor diagramja fázisáramainak időfüggvénye



A fogyasztói feszültségek időfüggvénye a referencia potenciálhoz és a fogyasztói csillagpont-hoz viszonyítva

Az „a” fázis Z_a fogyasztójának feszültsége a fogyasztó csillagpontjához képest azonosan nulla, ezért a Park-vektor diagram az árammentes fázis tengelyére merőleges pályát ír le.



Szimmetrikus 3 fázisú fogyasztó kétfázisú táplálása - áramköri fázorábra

A csillagpont eltolódás miatt a b fázis $u_{fb}(\omega_1 t)$ és a c fázis $u_{fc}(\omega_1 t)$ feszültségének amplitúdója az u_{bc} vonali feszültség amplitúdójának a fele $\frac{\sqrt{3}}{2} u_f$ és minden pillanatban $u_{fb}(\omega_1 t) = -u_{fc}(\omega_1 t)$.

18. Értelmezze a skalár függvény skalár együtthatós Fourier-sorát.

1. Skálár függvény Fourier-sora skálár együtthatókkal

Mint a korábbi tanulmányokból ismert, bármely periodikus, korlátos és szakaszosan folytonos $f(x)$ skálár függvény trigonometrikus (Fourier) sorba fejthető.

Ha az $f(x)$ függvény 2π szerint periodikus, vagyis $f(x) = f(x+2\pi)$, akkor

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{\nu=1}^{\infty} (a_{\nu} \cos \nu x + b_{\nu} \sin \nu x), \quad x - \text{az általános független változó, váltakozó áramú}$$

rendszerekben pl. $w_1 t$.

A trigonometrikus sor együtthatói:

$$a_0 = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(x) dx,$$

$$a_{\nu} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(x) \cos \nu x dx, \quad \nu=1, 2, \dots$$

$$b_{\nu} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(x) \sin \nu x dx, \quad \nu=1, 2, \dots$$

19. Értelmezze a skálár függvény komplex együtthatós Fourier-sorát.

2. Skálár függvény Fourier-sora komplex együtthatókkal

Az Euler összefüggést alkalmazva a skálár függvény Fourier sorának együtthatóira

$e^{jx} = \cos x + j \sin x$, ebből $e^{-jx} = \cos x - j \sin x$. Behelyettesítve a sor egyenletébe:

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{\nu=1}^{\infty} \left(a_{\nu} \frac{e^{j\nu x} + e^{-j\nu x}}{2} + b_{\nu} \frac{e^{j\nu x} - e^{-j\nu x}}{2j} \right) =$$

$$= \frac{a_0}{2} + \frac{1}{2} \sum_{\nu=1}^{\infty} \left[a_{\nu} (e^{j\nu x} + e^{-j\nu x}) - j b_{\nu} (e^{j\nu x} - e^{-j\nu x}) \right],$$

amit átalakítva

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \frac{1}{2} \sum_{\nu=1}^{\infty} \left[(a_{\nu} - j b_{\nu}) e^{j\nu x} + (a_{\nu} + j b_{\nu}) e^{-j\nu x} \right].$$

Jelöljük a komplex együtthatókat $\bar{c}$ -vel az alábbiak szerint:

$$\bar{c}_0 = \frac{a_0}{2},$$

$$\bar{c}_{\nu} = \frac{a_{\nu} - j b_{\nu}}{2} = \frac{1}{2\pi} \left[\int_0^{2\pi} f(x) \cos \nu x dx - j \int_0^{2\pi} f(x) \sin \nu x dx \right], \quad 1 \leq \nu < \infty,$$

$$\bar{c}_{(-\nu)} = \frac{a_{\nu} + j b_{\nu}}{2} = \frac{1}{2\pi} \left[\int_0^{2\pi} f(x) \cos \nu x dx + j \int_0^{2\pi} f(x) \sin \nu x dx \right], \quad -\infty < \nu \leq -1,$$

vagy egységes formulával $\bar{c}_{\nu}$ az $f(x)$ függvény Fourier-sorának komplex együtthatója, amit az alábbi integrállal határozhatunk meg:

$$\bar{c}_{\nu} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(x) e^{-j\nu x} dx \quad -\infty < \nu < \infty.$$

Ezzel a függvény sorának alakja:

$$f(x) = \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} \bar{c}_{\nu} e^{j\nu x}.$$

20. Értelmezze a Park-vektor (Park-vektoros) Fourier-sorát.

3. A Park-vektor Fourier-sora

Legyen a $\bar{h}(x)$ Park-vektor periodikus, korlátos és szakaszosan folytonos, amelynek komplex összetevői: $\bar{h}(x) = p(x) + jq(x)$. Így $p(x)$ és $q(x)$ skalár függvények is periodikusak, korlátosak és szakaszosan folytonosak, tehát Fourier-sorba fejthetők.

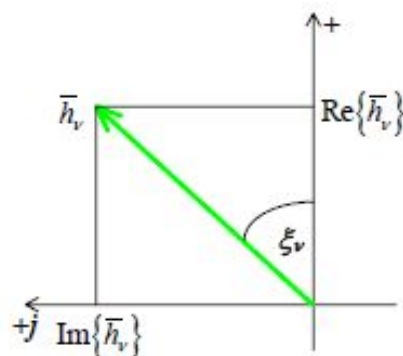
A skalár függvények komplex függvény analízissel kapott együtthatói:

$$p(x) = \sum_{v=-\infty}^{\infty} \bar{c}_{pv} e^{jvx} \text{ és}$$

$$q(x) = \sum_{v=-\infty}^{\infty} \bar{c}_{qv} e^{jvx}.$$

Ezekkel az együtthatókkal a Park-vektor:

$$\bar{h}(x) = \sum_{v=-\infty}^{\infty} \bar{c}_{pv} e^{jvx} + j \sum_{v=-\infty}^{\infty} \bar{c}_{qv} e^{jvx} = \sum_{v=-\infty}^{\infty} (\bar{c}_{pv} + j\bar{c}_{qv}) e^{jvx}.$$



A Park-vektor v . harmonikus összetevője

Jelöljük a $\bar{h}(x)$ Park-vektor v . harmonikus összetevőjét $\bar{h}_v(x) = \bar{c}_{pv}(x) + j\bar{c}_{qv}(x)$, amivel a Park-vektor:

$$\bar{h}(x) = \sum_{v=-\infty}^{\infty} \bar{h}_v(x) e^{jvx} = \sum_{v=-\infty}^{\infty} h_v(x) e^{j(vx + \xi_v)},$$

itt $h_v = |\bar{h}_v|$ a Park-vektor v . harmonikus összetevőjének abszolút értéke,

$$\tan \xi_v = \frac{\text{Im}\{\bar{h}_v\}}{\text{Re}\{\bar{h}_v\}} \text{ a } v. \text{ harmonikus összetevő fázisszöge.}$$

A harmonikus összetevők számítása az előzőeknek megfelelően:

$$\begin{aligned} \bar{h}_v(x) &= \bar{c}_{pv}(x) + j\bar{c}_{qv}(x) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} p(x) e^{-jvx} dx + j \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} q(x) e^{-jvx} dx = \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} [p(x) + jq(x)] e^{-jvx} dx = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \bar{h}(x) e^{-jvx} dx. \end{aligned}$$

21. Harmonikus analízisnél milyen egyszerűsítésre ad lehetőséget egy 6-oldalúan szimmetrikus Park-vektor diagram?

Állandósult szimmetrikus üzemállapotokban a Park-vektor szimmetrikus sokszög alakú pályát ír le (a kör tulajdonképpen egy végtelen szögű sokszög). g oldalú szimmetria esetén csak

$$\nu=1\pm gk \quad k=0, 1, 2, \dots$$

rendszámú harmonikusokat tartalmaz. Háromfázisú esetben leggyakrabban $g=6$, így

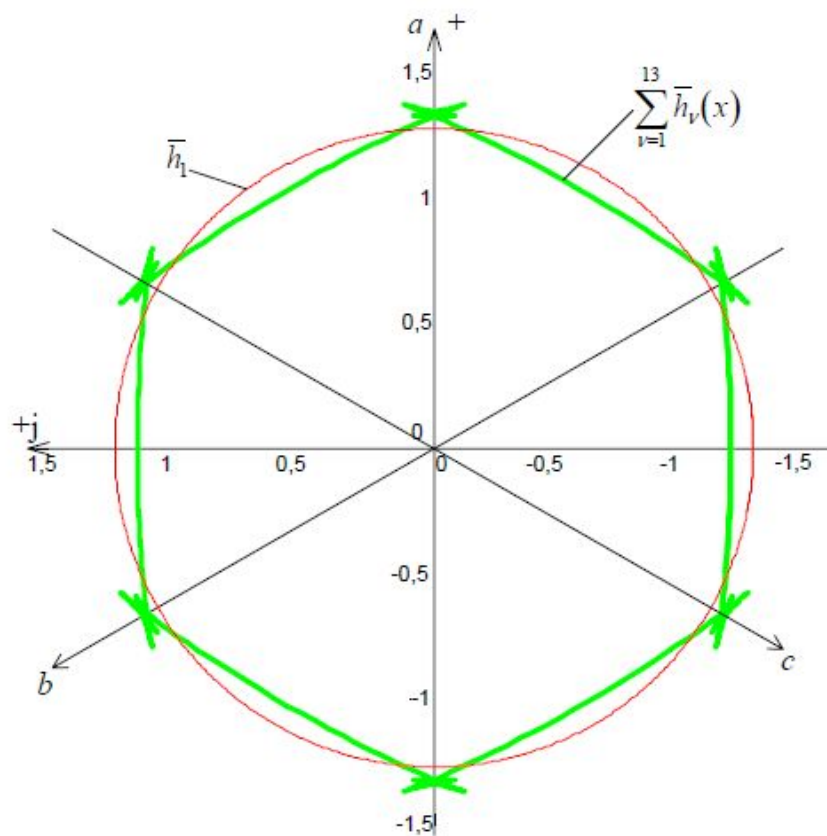
$$\nu=1\pm 6k \quad \nu=1, -5, 7, -11, 13, \dots$$

Az ilyen harmonikusokat tartalmazó Park-vektorok pályája tehát g -oldalúan szimmetrikus képet mutat, ezért harmonikus analízisét elegendő a periódus $1/g$ -ed részére elvégezni, mert a görbe g -számú egybevágó szakaszra osztható, és ezek az ívek, szakaszok $2\pi/g$ -szögnyi elforgatással fedésbe hozhatók. A fedés a görbe alakjára és időbeli lefutására is vonatkozik, egy tetszőleges $\bar{h}(x)$ Park-vektorra:

$$\bar{h}\left(x + \frac{2\pi}{g}\right) = \bar{h}(x)e^{j\frac{2\pi}{g}}.$$

A Park-vektor harmonikus összetevőinek számítása ekkor:

$$\bar{h}_\nu(x) = \frac{g}{2\pi} \int_0^{\frac{2\pi}{g}} \bar{h}(x)e^{-j\nu x} dx.$$



Az egyszerű inverter ideális feszültség Park-vektora a számított harmonikusok szintézise alapján

Face-ről: hogyan képzod, hogyan fejtod komplex együtthatós skalár függvényként fourier-sorba, mik a felharmonikusok, mely felharmonikusok jelenhetnek meg a park-vektorban, mi a park-vektor szimmetriafeltétele,

miért jó nekünk, ha alkalmazzuk a park-vektor szimmetriafeltételét, mennyire közelíti egy k-adrendű Fourier-polinom a valós jelet.

Tavalyi zh:

1. Milyen térbeli eloszlással közelíthető egy váltakozó áramú villamos forgógép légrésében a mágneses mező, ha az egyik állórész fázistekercset időben tetszőleges lefolyású árammal táplálják (3 pont), milyen ebben az esetben a mező időbeli változása (2 pont)?

Ha az állórész áram nem állandó $I \neq \text{áll.}$, akkor a mező térbeli alapharmonikusának (és felharmonikusainak) amplitúdója időben változik, de a mező legrésmenti eloszlásának jellege nem.

Szinusz függvény szerint váltakozó árammal történő táplálásnál a térbeli hullám magassága a kerület minden pontjában időben szinuszosan változik, lüktető, pulzáló mező alakul ki, más függvény (pl. lineáris, háromszög) szerint változó áram esetén a mező is másképpen változik időben, de ez a térbeli eloszlást nem befolyásolja.

táplálják (3 pont), milyen ebben az esetben a mező időbeli változása (2 pont)?
2. A Park-vektor pillanatértékének ismeretében hogyan határozható meg az egyes fázismennyiségek pillanatértéke számítással (3 pont) és hogyan grafikusan (2 pont)?

A Park-vektort a definíciós képlet szerint a fázismennyiségek pillanatértékéből képezzük, az átalakítás visszafelé is alkalmazható, a Park-vektorból meghatározhatók az egyes fázismennyiségek, de a zérus sorrendű összetevőt külön kell figyelembe venni.

Példaként a feszültség Park-vektorát tekintve, annak valós része az a -fázis komponensét adja, mivel az a fázistengely egybeesik a komplex sík valós tengelyével.

$$\operatorname{Re}\{\bar{u}(t)\} = \frac{2}{3} \left[u_a(t) - \frac{1}{2} u_b(t) - \frac{1}{2} u_c(t) \right] = u_a(t) - u_0(t).$$

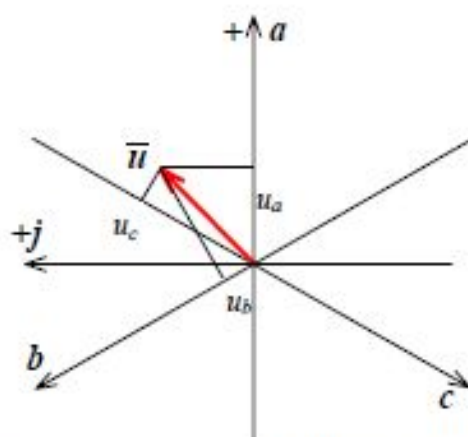
Tehát zérus sorrendű összetevő jelenlétekor $u_a(t) = \operatorname{Re}\{\bar{u}(t)\} + u_0(t)$.

A Park-vektort és vele együtt a háromfázisú koordináta rendszert 120° -kal előre (+ irányban) forgatva a komplex síkon a c -tengely kerül fedésbe a valós tengellyel, így az elforgatott Park-vektor valós része a c -fázis komponensét adja – az $u_0(t)$ zérus sorrendű összetevő nélkül:

$$\operatorname{Re}\{\bar{a}\bar{u}(t)\} = \frac{2}{3} \left[-\frac{1}{2} u_a(t) - \frac{1}{2} u_b(t) + u_c(t) \right] = u_c(t) - u_0(t),$$

további 120° -kal előre forgatva a b -fázis komponensét kapjuk:

$$\operatorname{Re}\{\bar{a}^2\bar{u}(t)\} = \frac{2}{3} \left[-\frac{1}{2} u_a(t) + u_b(t) - \frac{1}{2} u_c(t) \right] = u_b(t) - u_0(t).$$



Az egyes fázis komponensek képzése a Park-vektor fázistengelyekre vetítésével

Ugyanezt az eredményt kapjuk grafikusán, ha a Park-vektort az egyes fázistengelyekre vetítjük. Ezt a matematika nyelvén úgy fogalmazhatjuk meg, hogy a Park-vektor skaláris szorzatát képezzük az egyes fázistengelyek irányába mutató egységvektorral:

$$u_a(t) - u_0(t) = 1 \cdot \bar{u}(t) = \frac{2}{3} \left(u_a - \frac{1}{2} u_b - \frac{1}{2} u_c \right),$$

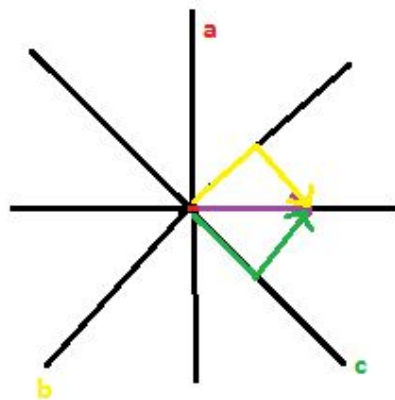
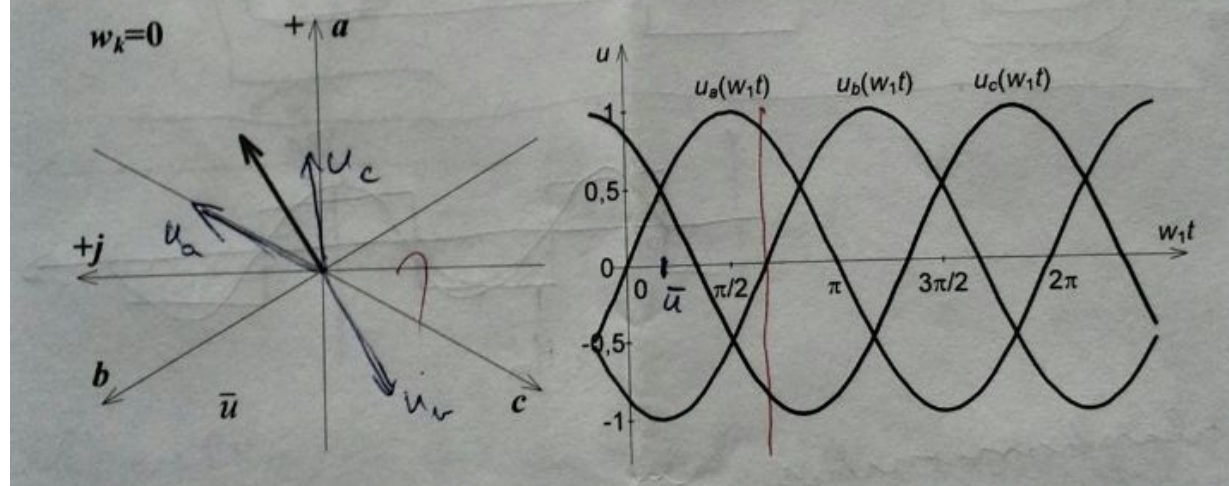
$$u_b(t) - u_0(t) = \bar{a} \cdot \bar{u}(t) = \frac{2}{3} \left(-\frac{1}{2} u_a + u_b - \frac{1}{2} u_c \right),$$

$$u_c(t) - u_0(t) = \bar{a}^2 \cdot \bar{u}(t) = \frac{2}{3} \left(-\frac{1}{2} u_a - \frac{1}{2} u_b + u_c \right).$$

nyiségek pillanatértéke számításai (3 pont) és hogyan grafikusán (2 pont).

3. Ábrázolja álló koordináta rendszerben az áram Park-vektor diagramjának lehetséges pályáját, ha egy szigetelt csillagpontú rendszer c fázisa szakadt (5 pont).

- ját, ha egy szigetelt csillagpontú rendszer c fázisa szakadt (3 pont).
4. Jelölje meg a lenti, jobb oldali ábra $w_1 t$ tengelyén az $\bar{u}$ feszültség Park-vektor helyzetének megfelelő pillanathoz tartozó szögértéket (3 pont). Rajzolja be a bal oldali ábrába az egyes fázisfeszültség időfüggvények fázorait is ugyanebben a pillanatban (3 pont).

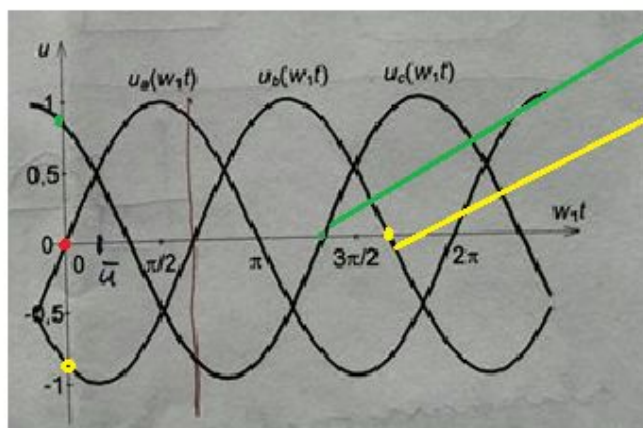


Park vektor = egyetlen térben forgó vektor

Az a fázistengelyre vett merőlegese 0 kell h legyen

A c fázistengelyre vett merőlegese pozitív kell hogy legyen

A b fázistengelyre vett merőlegese negatív kell h legyen



A piros és a zöld között $3\pi/2 - 30$ fok

A piros és a sárga között $3\pi/2 + 30$ fok

5. Hogyan jelenik meg a Park-vektorban a $v=6$ rendszámú harmonikus összetevő (4 pont)?

Állandósult szimmetrikus üzemállapotokban a Park-vektor szimmetrikus sokszög alakú pályát ír le (a kör tulajdonképpen egy végtelen szögű sokszög). g oldalú szimmetria esetén csak

$$\nu = 1 \pm gk \quad k=0, 1, 2, \dots$$

rendszámú harmonikusokat tartalmaz. Háromfázisú esetben leggyakrabban $g=6$, így

$$\nu = 1 \pm 6k \quad \nu = 1, -5, 7, -11, 13, \dots$$

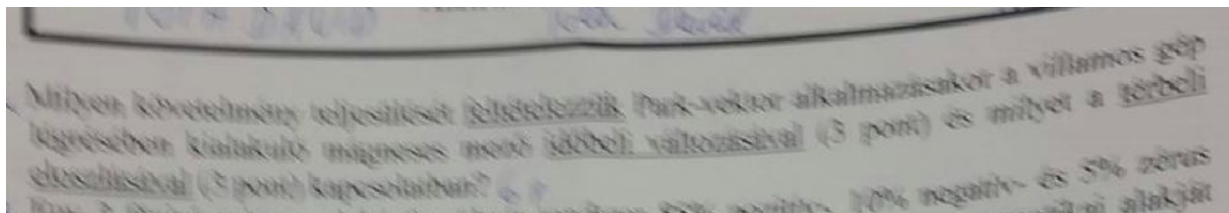
Az ilyen harmonikusokat tartalmazó Park-vektorok pályája tehát g -oldalúan szimmetrikus képet mutat, ezért harmonikus analízisét elegendő a periódus $1/g$ -ed részére elvégezni, mert a görbe g -számú egybevágó szakaszra osztható, és ezek az ívek, szakaszok $2\pi/g$ -szögnyi elforgatással fedésbe hozhatók. A fedés a görbe alakjára és időbeli lefutására is vonatkozik, egy tetszőleges $\bar{h}(x)$ Park-vektorra:

$$\bar{h}\left(x + \frac{2\pi}{g}\right) = \bar{h}(x) e^{j\frac{2\pi}{g}}.$$

A Park-vektor harmonikus összetevőinek számítása ekkor:

$$\bar{h}_\nu(x) = \frac{g}{2\pi} \int_0^{\frac{2\pi}{g}} \bar{h}(x) e^{-j\nu x} dx.$$

Pótzh:



Mezőeloszlás állandó áramú gerjesztés esetén

A gerjesztési törvény szerint a mágneses térerősség:

$$\oint_{\ell} \bar{H} d\bar{\ell} = \int_A \bar{J} d\bar{A}.$$

Feltételezve, hogy az I áram egyetlen vonalszerű vezetőben koncentrálódik, megfelelő integrálási út választásával a vezető körül állandó térerősségű szakaszokat kapunk, ezért az integrálok összegezéssé egyszerűsödnek:

$$\oint \bar{H} d\bar{\ell} = \sum_i H_i \ell_i \text{ és } \int_A \bar{J} d\bar{A} = \sum_j I_j = I = \mathcal{O}.$$

A további egyszerűsítés érdekében hanyagoljuk el a vasmagra jutó gerjesztést a δ légréséhez képest (mivel $\mu_r \delta = 1$ és $\mu_{vas} \sim 10^3$), ezzel a gerjesztési egyenlet

$$2H_\delta \delta \approx I.$$

itt H_δ - a térerősség a légrésben, tehát $I = \text{áll.}$ esetén $H_\delta = \text{áll.}$

Ennek megfelelően időben állandó $I=\text{áll.}$ (egyenáramú) táplálásnál a kerület mentén elhelyezett egyetlen menet vagy tekercs a légrésben közel négyszög alakú térbeli eloszlású mágneses

térerősséget és indukciót hoz létre. A térbeli felharmonikusokat elhanyagolva a légrés mentén szinusz alakú mezőeloszlást kapunk, $H_1(x)$ -vel jelölve az alapharmonikust.

A kapott térerősség $H_1(x)$ térbeli alapharmonikusának matematikai leírása a légrésben:

$$H_1(x) = H_m \sin\left(p \frac{2\pi}{\lambda_\ell} x\right), \quad 0 \leq x \leq \lambda_\ell,$$

itt H_m – a térerősség H_1 alapharmonikusának amplitúdója, $\lambda_\ell = D_\ell \pi = 2p \tau_p$ – a légrés kiterített hossza (D_ℓ a légrés sugara, τ_p a pólusosztás) és p a póluspárok száma (egy térbeli periódus hossza λ_ℓ/p).

Hasonló összefüggés írható fel a térerősséggel arányos indukció, a fluxus, a tekercsfluxus, a gerjesztés, a kerületi áram és az indukált feszültség alapharmonikusának légrésmenti térbeli eloszlására.

