1. Feladat * (16 pont)

$$V : \begin{cases} \frac{x^2}{4} + 9z^2 \le 4, \\ 0 \le y \le 1 \end{cases} \qquad \iiint_V 2ye^{\frac{x^2}{4}+9z^2}\,\mathrm{d}V = ?$$

Használja a $x = ar\cos t$, $z = br\sin t$ transzformációt megfelelő a, b-vel!

2. Feladat * (12 pont)
Határozza meg az

$$f(x) = \begin{cases} x - |x|, & \text{ha } |x| \le 5 \\ 0, & \text{ha } |x| > 5 \end{cases}$$

képlettel definiált függvény Fourier-transzormáltját!

3. Feladat * (3+5=8 pont)
Mondja ki a Fourier-sor definícióját! Adja meg a $3 + 4\sin 2x - 2\cos 5x$ függvény Fourier-sorát!

---

4. Feladat (10 pont)
Állapítsa meg, van-e szélsőértéke az $f(x, y) = x^2 + 2x\ln y$ függvénynek!

5. Feladat (4+6=10 pont)

(a) Mondja ki a Lagrange-féle középértéktételt!

(b) Igazolja, hogy a ha $f(x)$ deriválható $[a, b]$-ben és a deriváltja ott azonosan 0, akkor $f(x)$ konstans függvény!

6. Feladat (12 pont)
Határozza meg a $y'' + 9y = 18\sin 3x$ differenciálegyenlet általános megoldását!

7. Feladat (14 pont)

(a) Mondja ki a numerikus sorokra vonatkozó hányados-kritérium egyik tanult alakját!

(b) Vizsgálja meg az alábbi számsorok konvergenciáját (abszolút, feltételes, divergens)!

$$\text{(b.1)} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!} \qquad\qquad \text{(b.2)} \quad \sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \left(\sqrt{n+\sqrt{n}} - \sqrt{n}\right)$$

8. Feladat (12 pont)

$$I = \int_0^1 \int_y^1 e^{2x^2}\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$$

Az integrálok sorrendjének felcserélésével határozza meg a fenti I integrál értékét! Készítsen ábrát az integrálási tartományról!

9. Feladat (6 pont)
A függvény deriválásának segitségével igazolja, hogy az $10x^2 + 2\sin 3x$ függvénynek legfeljebb 2 valós gyöke lehet!

A $*$-al jelölt feladatokból legalább 10 pontot el kell érni!