



**A MINŐSÉG FOGALMA, A
MINŐSÉGBIZTOSÍTÁSI ELVEK ÉS
RENDSZEREK FEJLŐDÉSE**



BUDAPESTI MŰSZAKI ÉS GAZDASÁGTUDOMÁNYI EGYETEM
ELEKTRONIKAI TECHNOLÓGIA TANSZÉK

WE CONNECT CHIPS AND SYSTEMS

Az előadás témakörei

- Alapfogalmak definíciói
- A minőségügy fejlődési lépcsői
- A minőség forrásai
- A minőséghurok



WE CONNECT CHIPS AND SYSTEMS

A minőség fogalma

- Aggregált fogalom
- Műszaki-jogi értelemben a specifikáció alapozza meg
- Üzletpolitikailag a vevői elégedettség a döntő
- A kiterjedt nemzetközi kooperáció követelményei



WE CONNECT CHIPS AND SYSTEMS

A minőség fogalma

Minőség (Quality): Egy termék, vagy szolgáltatás minősége az a tulajdonsága, hogy mennyire felel meg a felhasználás pillanatában a vevői igényeknek, vagy egy rögzített követelményrendszernek, és mennyire marad ilyen állapotában meghatározott élettartam és igénybevétel után.

MINŐSÉG
=
a kimondott és kimondatlan vevői igényeknek való megfelelés



WE CONNECT PEOPLE AND SYSTEMS

Fokozatai

- A termék lássa el alapfunkcióját
- Feleljen meg a specifikációnak
- Legyen a vevő elégedett
- A vevő latens igényeit is jelenítse meg



WE CONNECT PEOPLE AND SYSTEMS

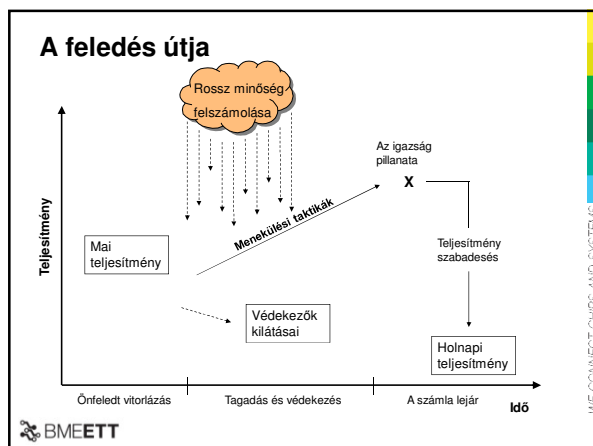
Kik irányítják a piacokat?

A 21. században a vevők még többet akarnak azokból, ami fontos számukra

- Ha az alacsony árakat értékelik, akkor még olcsóbbat akarnak
- Ha a kényelmet és a sebességet értékelik, akkor még egyszerűbbet és gyorsabbat akarnak
- Ha a legújabb technológiákat értékelik, már látni akarják a következő modelleket
- Ha szaktanácsra van szükségük, azt akarják érezni, hogy ők az egyetlen ügyfél



WE CONNECT PEOPLE AND SYSTEMS



A piaci verseny új szabályai

Az ügyfél szükségleteinek teljes mértékű kielégítése jövedelmező módon

Fontos észben tartani:

- Az elégedettség és az érték mértéke tekintetében az ügyfél rendelkezik minden szavazattal
- Ami ma jó, az nem jó holnap!

A módszerek történeti fejlődése

- Manufaktúra, kisipar: a munka végzője ellenőriz, dönt (használhatatlan, javítható, egy része felhasználható...)
- Ipari forradalom, szalagszerű termelés: elkülönült szervezet (MEO)
- Nagy sorozatok gyártása: megjelennek a statisztikai módszerek (SPC)
- Automatizált tömeggyártás: nélkülözhetetlen a szabályozás

A módszerek történeti fejlődése

A minőségmenedzsment fejlődésének fontosabb szakaszai:

1. Minőségellenőrzés (Quality Check)
2. Minőség szabályozás (Quality Control)
3. Minőségbiztosítás (Quality Assurance)
4. Teljes körű minőségbiztosítás (TQM)



WE CONNECT PEOPLE AND SYSTEMS

A minőség forrásai

- A vevő-eladó „nyertes-nyertes” helyzetét kell kiindulási alapnak tekinteni
- Kompetencia=jártasság+motíváltság
- Általános és műszaki kultúra
- Vezetői szándék és tudás



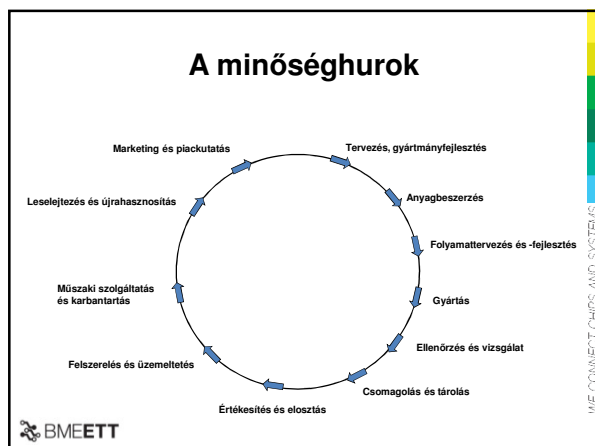
WE CONNECT PEOPLE AND SYSTEMS

A minőség hurok

- Tervezés
- Gyártás-előkészítés
- Gyártás
- Az ellenőrzés eszközei, módszerei
- A csomagolás, szállítás
- A garanciális időszak, a vevőszolgálat
- A piaci jelenlét külső információi



WE CONNECT PEOPLE AND SYSTEMS



Ellenőrző kérdések

- Melyek a sikeres piaci jelenlét alapfeltételei?
- Melyek voltak a minőségügy legfontosabb történeti lépései?
- Mit jelent a latens igények kielégítése?
- Melyek a minőség legfontosabb forrásai?
- Mi a minőséghurok lényege?

BMEETT



**A TQC, TQM és ISO 9xxx
KELETKEZÉSE, ALAPELVEI,
EGYÉB MINŐSÉGBIZTOSÍTÁSI RENDSZEREK**



BMEETT
BUDAPESTI MŰSZAKI ÉS GAZDASÁGTUDOMÁNYI EGYETEM
ELEKTRONIKAI TECHNOLÓGIA TANSZÉK

WE CONNECT CHIPS AND SYSTEMS

Az előadás témakörei

- Az elterjedt alapvető minőségbiztosítási rendszerek
- A TQM alapjai
- Az ISO 9xxx alapjai
- A minőségügyi dokumentációs rendszerek
- Egyéb rendszerek



MECONEST-FAIR AND SYSTEM

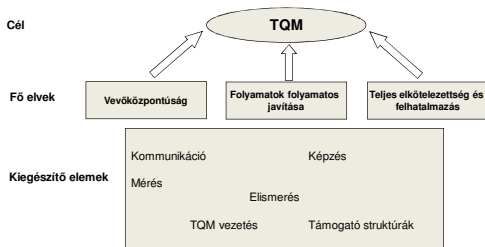
Az alapvető rendszerek eredete, filozófiai alapja

- TQC: II. világháború utáni Japán, maximális lojalitás a céghez, dolgozói kezdeményezés, minőség-körök alapítása, nincs adminisztráció.
- TQM: rohamosan fejlődő USA, vezetői kezdeményezés, irányítási filozófia, alapvető az állandó fejlesztés (PDCA ciklus), jutalmaz-büntetés, nincs előírt adminisztráció, nincs audit.
- ISO 9xxx: egységesülő Európa, vezetői kezdeményezés, szabvány, ellenőrzött követelmények (audit) , sok adminisztráció.



MECONEST-FAIR AND SYSTEM

A TQM alapelemei



MECONEST-FAIR AND SYSTEM

A TQM alapjai

- Cél: hosszútávú sikerek a vevői megelégedettség útján.
- Alapelemek: vevőközpontúság, a folyamatok állandó javítása és fejlesztése, az alkalmazottak bevonása.
- Támogató elemek: képzett vezetés, rugalmas szervezet, képzés, kommunikáció, motiváció, értékelés, elemzés.



WE CONNECT PEOPLE AND SYSTEMS

A vevői megelégedettség alapelemei

- Minőség
- Mindig elérhető mennyiség (nincs hiány)
- Pontosság, gyorsaság, udvariasság
- Rendelkezésre állás, kiegészítő információk
- Rugalmasság
- Reagálási (válaszadási) gyorsaság
- Tartósság
- Megbízhatóság
- Tartozékok, szervizelhetőség



WE CONNECT PEOPLE AND SYSTEMS

Állandó fejlesztés, a PDCA ciklus

- Tervezz (Plan)
- Csináld (Do)
- Ellenőrizd (Check)
- Cselekedj (Act)



- A négy elem folyamatos, egymásból következő alkalmazása.



WE CONNECT PEOPLE AND SYSTEMS

Az ISO 9xxx szabványcsalád

- Történeti előzménye: BS 5750 (1979-ben jelent meg)
- 1987 első kiadás, 1994 és 2000 jelentős változások, 1992: 1994: 1995: 1996: 1998 klf. Kiegészítések
- A szervezeteknek a bevezetett intézkedéseket tanúsíttatni (auditáltatni) kell



ME CONNEXION AND SYSTEM

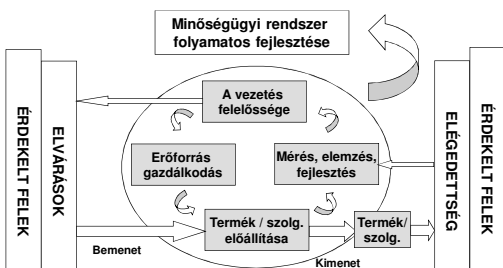
Az ISO 9xxx követelményeinek legfontosabb területei

- Világos értékrend rögzítése.
- Olyan rendszer kialakítása, amely hibamegelőzésre, folyamatszabályozásra alkalmas.
- A felelősségi körök pontos rögzítése.
- A belső szervezeti kapcsolatok pontos szabályozása.
- A vevői kapcsolatok szabályozása.
- A szállítói kapcsolatok szabályozása.
- Számszerűsített termék- és gyártás-biztonság.



ME CONNEXION AND SYSTEM

Az ISO 9xxx követelményeinek legfontosabb területei



ME CONNEXION AND SYSTEM

Az ISO 9xxx dokumentációs hierarchiája

- Vezetői nyilatkozat.
- Minőségi célok és tervek (minőségpolitika).
- Minőségbiztosítási kézikönyv (követelmények, felelősök).
- Eljárások és termékek kézikönyve (műveletek szabályozása).
- A rendszer működtetési utasításai (munkautasítások).
- Bizonylatok, nyilvántartások, űrlapok gyűjteménye.



WE CONNECT PEOPLE AND SYSTEMS

ISO 9000:2000 szabvány rendszer dokumentációjának felépítése



WE CONNECT PEOPLE AND SYSTEMS

Vállalatirányítási rendszerek gyakorlati működtetése 1.

Hatékony vállalatirányítás (benne minőségsszabályozás) csak jól kiépített információs rendszerrel lehetséges.

Két fontos szintje:

1. ERP (Enterprise Resource Planning)

A vállalat erőforrás tervezését lehetővé tevő hardver-szoftver rendszer. Gyakori alrendszerei: pénzügy, munkaügy, beruházás, anyaggazdálkodás, logisztika, minőségügy, karbantartás. Elsősorban a közép- és hosszabb távú tervezést támogatja.



27

WE CONNECT PEOPLE AND SYSTEMS

Vállalatirányítási rendszerek gyakorlati működtetése 2.

2. MES (Manufacturing Execution System)

A gyártás napi, „műhely” szintű támogatását végző rendszer. Bemenő információit a termelésben telepített szenzorok és különböző dolgozói adatbeviteliek szolgáltatják (beállítási paraméterek, ellenőrzések adatai, javítóállomások információi, karbantartási információk stb.). A minőségügyi folyamatok valós időben történő figyelemmel kísérésének fontos eszköze, adatait feladja az ERP szintre is.



A BME-ETT a SIITME 2009-ét

28/10

WE CONNECT PEOPLE AND SYSTEMS

Egyéb ismertebb minőségügy rendszerek

- QS 9000, autóipari specialitások
- SHMS (Safety and Health Management System), munkabiztonsági rendszer
- HACCP (Hazard Analysis Critical Control Points), kritikus pontok kockázatelemzése.



WE CONNECT PEOPLE AND SYSTEMS

Ellenőrző kérdések

- Hasonlítsa össze a TQC, a TQM és az ISO 9xxx legfontosabb jellemzőit!
- Melyek a TQM legfontosabb elemei?
- Mi a PDCA ciklus?
- Mely legfontosabb elemeket szabályozza az ISO 9xxx?
- Mi az auditor feladata?
- Melyek az ISO 9xxx dokumentációs rendszerének legfontosabb részei?
- Mire szolgálnak az ERP-MES rendszerek?



WE CONNECT PEOPLE AND SYSTEMS



SPC 1

1. A Statisztika alapjai

Dr. Illés Balázs



BUDAPESTI MŰSZAKI ÉS GAZDASÁGTUDOMÁNYI EGYETEM
ELEKTRONIKAI TECHNOLÓGIA TANSZÉK

WE CONNECT CHIPS AND SYSTEMS

Tartalom

- Valószínűség számítás és statisztika
- Valószínűség algebrai alapok
- Valószínűségi változó
- Folytonos valószínűségi változók
- Az ingadozás egyéb paraméterei
- Nagyszámok törvényei



WE CONNECT CHIPS AND SYSTEMS

Valószínűség számítás és statisztika

- Alapfeltevés: tekintsünk egy többféle kimenetelű eseményt, egy **A** kedvező esettel.
- Ha kísérletet **többször és azonos körülmények** között hajtjuk végre, **A** a kísérletek egy részében bekövetkezik, más részében nem.
- Ha **n** kísérletből **A** pontosan **k**-szor következik be, akkor **k** az **A** esemény gyakorisága **k/n** pedig a relatív gyakorisága.
- Példa: automata csavargyártó berendezés, **A** esemény ha a termék selejtes. Azt fogjuk tapasztalni, hogy az **A** relatív gyakorisága minden sorozatban más és más (pl. 3/100 és 5/100). **MIÉRT??**



WE CONNECT CHIPS AND SYSTEMS

Valószínűség számítás és statisztika

- **MIÉRT:** Változnak a gyártási körülmények? -> nem feltétlenül!
- Ha a gyártás körülményei **állandóak maradnak**, a selejt **relatív gyakorisága akkor is ingadozik** egy meghatározott érték körül!
- Ha gyártás körülményei megváltoznak, akkor ez az érték **megváltozhat**, az új érték körül azonban ismét ingadozást tapasztalunk.
- Az ingadozások általában annál kisebbek lesznek minél több kísérletet hajtunk végre. *(előző példában minél nagyobb az n minta szám.)*
- Azt a számot, amely körül egy esemény relatív gyakorisága ingadozik, az illető esemény **valószínűségének** nevezzük.



Valószínűség számítás és statisztika

- **Kísérletek megismételhetősége:** ha a kísérlet körülményei megváltoznak általában változik a valószínűség is!
- Párhuzamosan sok kísérlet = egymás utáni egyes kísérletek
- Egy esemény **valsége, mindig a megfigyelőtől független**, objektív érték kell legyen. (pl. mit tekintünk selejtnek?)
- Szubjektivitás kizárása: **A** esemény pontos definiálásával!
- Objektív valség éppúgy mérhető, mint a fizikai mennyiségek, amihez a valószínűség számítás és a matematikai statisztika módszereit alkalmazzuk.
- Többnyire indirekt módszerek, és a relatív gyakoriság megfigyelésén alapszanak.
- Valség fogalma élesen elválik a relatív gyakoriságtól! A valség egy szám, míg a relatív gyakoriság a véletlen függvénye!



Valószínűség algebrai alapok

- **Klasszikus valószínűség algebra esetén, A valsége:**

$$P(A) = \frac{k}{n} \quad \text{mindig igaz: } 0 \leq P(A) \leq 1$$

- **Valószínűség algebrai alaptételek:**

- Ha $B \subseteq A$ (azaz **B** részhalmaza **A**-nak) -> $P(B) \leq P(A)$

- Minden **A** eseményre: $P(A) + P(\bar{A}) = 1$

- Ha **A1, A2, ..., An** események egymást páronként kizárják:

$$P(A1 + A2 + \dots + An) = P(A1) + P(A2) + \dots + P(An)$$



Valószínűség algebrai alapok

- Legyen A és B tetszőleges esemény:

$$P(A + B) = P(A) + P(B) - P(AB)$$

- Ha $B \subseteq A$ (azaz B részhalmaza A -nak):

$$P(A - B) = P(A) - P(B)$$

- Feltételes valószínűség fogalma:** ha N kísérletet végezve B esemény n -szer fordul elő, és e közül az n kísérlet közül k -szor B -vel együtt A is bekövetkezik, akkor k/n az A eseménynek B feltétel melletti *feltételes relatív gyakorisága*.

- Feltételes valószínűség definíciója:** $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$



Valószínűség algebrai alapok

- Függetlenség fogalma:** a legtöbb statisztikai tétel alapkövetelménye a megfigyelt események (minták) függetlensége!

- Ha A esemény független B -től: $P(A|B) = P(A)$

- Ha A és B események függetlenek egymástól:

$$P(AB) = P(A)P(B) \quad (\text{függetlenség szükséges és elégséges feltétele})$$

- Sajnos a gyakorlati életben a tényleges függetlenség csak ritkán biztosítható, így a statisztikák által szolgáltatott eredmények legtöbbször némileg torzítottak.*



Klasszikus valószínűségi eloszlások

- A binomiális eloszlás:** két kimenetelű esemény esetén, B_k legyen A esemény k -szori bekövetkezése n kísérlet esetén:

$$P(B_k) = \binom{n}{k} P(A)^k (1 - P(A))^{n-k}$$

- A binomiális eloszlás általánosítás több kimenetelű eseményekre a **polinomiális eloszlás**:

$$P(B_{k_1, k_2, \dots, k_r}) = \frac{n!}{k_1! k_2! \dots k_r!} P(A_1)^{k_1} P(A_2)^{k_2} \dots P(A_r)^{k_r}$$

- Egyéb klasszikus eloszlások: *hipergeometrikus* (urna húzás), *polihipergeometrikus*, *negatív binomiális* eloszlás.



Valószínűségi változó

- Sokszor nem elég a kvalitatív megállapítás, hogy egy esemény bekövetkezik vagy sem.
- Véletlen tömegjelenségek jellemzéséhez kvantitatív számadatokra van szükség.
- Egy véletlen számadat jellemzéséhez tudnunk kell milyen értékek és mekkora valószínűséggel jöhetnek számításba.
- Az ilyen véletlentől függő mennyiségeket **valószínűségi változóknak** nevezzük.
- Legyen $\xi(w) = x_1, x_2, \dots, x_n$ valószínűségi változó, akkor x_n érték bekövetkezésének valószínűsége: $P(\xi = x_n) = P(A_n)$



MEZŐKÖZSÉGI ÉS KÖZLEKEDÉSI RENDSZEREK

Valószínűségi változó

- Valószínűségi változó eloszlás függvénye:
 $F(x) = P(\xi < x)$
- A valószínűségi változó véletlen ingadozását az eloszlás függvény írja le. Ennél azonban egyszerűbb jellemzés kell.
- Diszkrét valószínűségi változó várható értéke:
 $M(\xi) = \sum_k p_k x_k$ ahol p_k az x_k érték valószínűsége
- Várható érték = átlag? Igen, ha $p_1 = p_2 = \dots = p_k$
- Probléma: legtöbbször p_k -k ismeretlenek.
- Az átlag a várható érték megfigyeléseken alapuló becslése.



MEZŐKÖZSÉGI ÉS KÖZLEKEDÉSI RENDSZEREK

Valószínűségi változó

- Néhány tétel a várható értékre:**
- Feltéve, hogy a lent említett várható értékek léteznek:
 $M(\xi + \eta) = M(\xi) + M(\eta)$
 $M(c\xi) = cM(\xi)$ ahol c konstans szorzó
 $M(M(\xi|\eta)) = M(\xi)$ nagyon erős kijelentés
- Feltéve, hogy a lent említett valószínűségi változók függetlenek:
 $M(\xi\eta) = M(\xi)M(\eta)$



MEZŐKÖZSÉGI ÉS KÖZLEKEDÉSI RENDSZEREK

Valószínűségi változó

- **Valószínűségi változós szórása:**
- Egy valószínűségi változó a várható értékek körül ingadozik, de mekkora az ingadozás mértéke?

$$D(\xi) = \sqrt{M((\xi - M(\xi))^2)}$$

- „A várható értéktől való várható eltérés mértéke”

- **Néhány tétel a szórásra:**

$$D^2(\xi) = M(\xi^2) - M(\xi)^2 \quad (\text{leggyorsabb kiszámítási mód})$$

- Ha $\eta = a\xi + b$ (a és b konstansok), akkor: $D(\eta) = |a|D(\xi)$
- Párként független valószínűségi változókra: $D^2\left(\sum_k \xi_k\right) = \sum_k D^2(\xi_k)$



A korrelációs együttható

- A korreláció két valószínűségi változó függőségéről ad „bizonyos” felvilágosítást:

$$R(\xi, \eta) = \frac{M[(\xi - M(\xi))(\eta - M(\eta))]}{D(\xi)D(\eta)}$$

- A korrelációs együttható értéke: $-1 \leq R(\xi, \eta) \leq 1$
- Egyéb kiszámítási mód:

$$R(\xi, \eta) = \frac{M(\xi\eta) - M(\xi)M(\eta)}{D(\xi)D(\eta)}$$

- **Tételek a korrelációs együtthatóra:**

- Ha a valószínűségi változók függetlenek, akkor $R(\xi, \eta) = 0$ **de ennél még fontosabb, hogy az állítás visszafelé nem igaz!**
- Ha $|R(\xi, \eta)| = 1$ akkor biztosan: $\eta = a\xi + b$



Binomiális eloszlás közelítései

$$P(x = k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$

- Ha n nagyon nagy és p nagyon kicsi a binomiális eloszlás közelíthető egy λ paraméterű **Poisson** eloszlással:

$$P(x = k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda} \quad (\lambda = np)$$

- A **Normális** eloszlás függvénye: $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-x^2/2} dx$
- A műszaki életben talán a legtöbbet használt két eloszlás típus.



Folytonos valószínűségi változók

- Eddig csak diszkrét valószínűségi változókkal foglalkoztunk, a való életben viszont sokkal gyakoribbak a folytonos esetek.
- Legyen $F(x) = P(\xi < x)$ ξ valószínűségi változó eloszlás függvénye
- Eloszlás függvények jellemző tulajdonságai:**
 - $F(x)$ monoton nem csökkenő függvény
 - Bármely eloszlásra: $F(-\infty) = 0$ és $F(\infty) = 1$
 - $F(x)$ balról folytonos
- Folytonos valószínűségi változó sűrűségfüggvénye:** $f(x) = F'(x)$



Folytonos valószínűségi változók

- Eloszlás függvény és sűrűség függvény kapcsolata:**
- Minden valószínűségi változónak létezik eloszlás függvénye de nem minden eloszlás függvényhez rendelhető sűrűség függvény! ($F(x)$ nem mindig deriválható)
- Ha létezik $f(x) = F'(x)$ akkor $F(x) = \int_{-\infty}^x f(x) dx$
- Statisztikai kérdéseknél a leggyakoribb probléma, hogy nem ismert az eloszlás függvény. Valamint még ha ismert is nem elég „informatív”.
- Sűrűségfüggvény mérhető és informatív (pl. normális eloszlás haranggörbéje).



Folytonos valószínűségi változók

- Várható érték folytonos esetben:

$$M(\xi) = \int_{-\infty}^{\infty} x dF(x) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx \quad f(x) \text{ általában ismert}$$

- Szórás folytonos esetben:

$$D^2(\xi) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 dF(x) - \left(\int_{-\infty}^{\infty} x dF(x) \right)^2 = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x) dx - \left(\int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx \right)^2 \quad f(x) \text{ általában ismert}$$



Normális eloszlás

- Eloszlás függvénye:

$$F(x) = \Phi(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}} dx$$

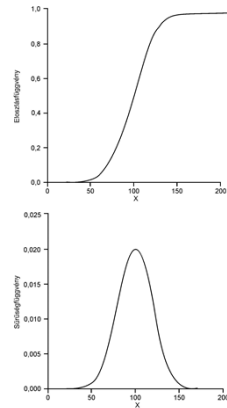
- Sűrűség függvénye:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}}$$

- Várhatóérték és szórás:

$$M(x) = m \text{ és } D(x) = \sigma$$

(Nagy számú független valsegi változó összege közel normális eloszlású!)



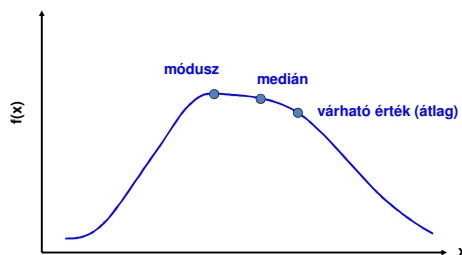
Az ingadozás egyéb paraméterei

- Bizonyos esetekben a várható értéken és a szóráson kívül más jellemzőkre is szükségünk van (lehet) a statisztikák elemzése során
- Átlag:** $\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$ (az átlag a várható érték legjobb becslője)
- Medián:** $F(x) = 0.5$ (az eloszlásfüggvény „súlypontja”)
- Módusz:** $\max f(x)$ (sűrűség függvény legnagyobb értéke = a valsegi változó leggyakoribb értéke)
- Szimmetrikus normális eloszlás esetén, a medián és a módusz egybe esik a várható értékkel (átlaggal).



Az ingadozás egyéb paraméterei

- „Aszimmetrikus” normális eloszlás esetén (pl. Rayleigh) a fenti paraméterek eltérő értékeket adnak



Az ingadozás egyéb paraméterei

- **Példa:** egy termék statisztikai elemzése során a következő eredményeket kapjuk
- **A várható érték és a módusz közel azonos de a medián eltérő:**
 - Kisebb probléma, a gyártó eszköz + vagy – irányban kissé több selejtet termel, mint az ellenkező irányban. Beavatkozás nem feltétlen szükséges, viszont érdemes megfigyelni a berendezés további működését
- **A várható érték és a medián közel azonos de a módusz eltérő:**
 - **Nagy probléma**, a gyártóeszköz leginkább selejtet termel (még ha azt szimmetrikusan is teszi)
- **Mind a három paraméter különböző**
 - **Nagy probléma**, a gyártóeszköz leginkább selejtet termel (aszimmetrikusan)



Az ingadozás egyéb paraméterei

- **Kvantilisok:** $Q(q)$ q-quantilis azon x érték ahol $F(x) = q$
- A medián ezzel a jelöléssel a $Q(1/2)$ kvantilis
- Speciálisan használt az „*alsó kvantilis*” $Q(1/4)$ és „*felső kvantilis*” $Q(3/4)$
- Alkalmazás: a megfigyelt jelenség mely értékei esnek az alsó (alacsony) és felső (magas) valószínűségi tartományba.
- Normális eloszlás esetén:

$$Q(1/4) = m - 0.6745\sigma \text{ és } Q(3/4) = m + 0.6745\sigma$$
- **Terjedelem:** $\max(x) - \min(x)$ az iparban szórás helyett gyakran alkalmazott mutató, mivel szemléletes



Az ingadozás egyéb paraméterei

- **A terjedelem a szórás egyfajta (gyenge) becselője, tulajdonságai:**
- Semmilyen statisztikai alapja nincs, olykor nagyon félrevezető lehet! (Pl. óriási terjedelem esetén is lehet nagyon alacsony a szórás)
- A terjedelem általában aszimmetrikus, a szórás nem
- A terjedelem általában nagyobb mint a tényleges szórás
- **Átlagos abszolút eltérés:** $d(\xi) = M(|\xi - M(\xi)|)$
- Az átlagos abszolút eltérés a szórás egy „jobb” becselője
- Normális eloszlás esetén: $d(\xi) = \sqrt{2/\pi} D(\xi)$



Nagyszámok törvényei

- Statisztikák készítése és elemzése során a legalapvetőbb probléma, hogy általában nem ismerjük sem a vizsgált valószínűségi változó(k) eloszlását, sem azok várható értékét és szórását.
- Csak tapasztalati (mért) eredményekből tudjuk becsülni a vizsgált jelenséget.
- Mit tudunk mérni: tapasztalt relatív gyakoriság, **átlag, átlagos abszolút eltérés** és sűrűségfüggvény.
- A fentiek segítségével különféle „erősségű” becslések tehetők a vizsgált jelenség statisztikai paramétereire, **a nagyszámok gyenge (sztochasztikus) és erős törvényeivel**.

- Definíáljuk a tapasztalati átlagot: $\bar{\zeta}_n = \frac{\zeta_1 + \zeta_2 + \dots + \zeta_n}{n}$



Nagyszámok törvényei

- **Sztochasztikus konvergencia tételek** (nagy számok gyenge törvényei):
- Független kísérlet sorozatban az **A** esemény relatív gyakorisága sztochasztikusan konvergál a **P(A)** valószínűséghez, ha a kísérletek száma minden határon túl nő:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P(|\bar{\zeta}_n - p| \geq \varepsilon) = 0$$

- Egy kísérlet sorozat tapasztalati átlaga (ha a kísérletek páronként függetlenek) sztochasztikusan konvergál a kísérlet sorozat várható értékéhez:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \text{st} \left(\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \zeta_k \right) = M$$



Nagyszámok törvényei

- Hogyan „javul” a várható érték és a szórás becslése ha növeljük a mintaszámot?
- A várható érték becslése n -el arányosan javul:

$$M(\bar{\zeta}_n = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \zeta_k) = \frac{M_1 + M_2 + \dots + M_n}{n}$$

- A szórás becslése viszont csak gyök n -el (definícióból levezethető):

$$D(\bar{\zeta}_n) = \frac{D_n}{\sqrt{n}}$$

- A mintaszám növelése egy határon túl nem hozza meg a kívánt javulást!



Nagyszámok törvényei

- **Nagyszámok erős törvényei:**
- Valamely valségi változók sorozata 1 valséggel 0-hoz tart ha:

$$P(\lim_{n \rightarrow \infty} \eta_n = 0) = 1$$

- Teljesen független kísérlet sorozat tapasztalati átlaga 1 valséggel konvergál a kísérletsorozat várható értékéhez:

$$P\left[\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \xi_k\right) = M\right] = 1$$

- Kiegészítés: ha biztosítani tudjuk a teljesen független mintavételt akkor a minták átlaga nagy mintaszám esetén erősen konvergál a várható értékhez.



Nagyszámok törvényei

- **A matematikai statisztika alaptétel:**
- Egy statisztikai sokaságból vett, azonos eloszlású, független valségi változók eloszlásfüggvénye legyen $F(x)$. Jelöljük $F_N(x)$ -el a minta tapasztalati eloszlásfüggvényét. Ekkor $F_N(x)$ 1 valséggel (erősen) konvergál $F(x)$ -hez:

$$P\left[\lim_{N \rightarrow \infty} |F_N(x) - F(x)| = 0\right] = 1$$

- E fontos tétel azt jelenti számunkra, hogy elég nagy mintából 1 valséggel kimerítő információt nyerhetünk a megfigyelt jelenség eloszlás függvényéről. (Az előző tételek alapján pedig az összes többi statisztikai paraméteréről is.)



Centrális határeloszlás tétele

- A matematikai statisztika talán egyik leggyakrabban alkalmazott tétele:
- Sok független valségi változó összege igen általános feltételek mellett közelítőleg normális eloszlású.
- Legyen: $\eta_n = \xi_1 + \xi_2 + \dots + \xi_n$
- Legyen $\eta_n^* = \frac{\eta_n - M(\xi_n)}{D(\xi_n)}$ un. standardizált. Ekkor:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} P(\eta_n^* < x) = \Phi(x)$$
- Ezen tétel világít rá arra, hogy a műszaki életben miért találkozunk leginkább normális vagy közel normális eloszlásokkal. Megszorításokkal véges mintaszám és gyengén összefüggő mintákra is érvényes a tétel.





SPC 2

2. Az adatok grafikai reprezentációi és hibatípusok fajtái

Dr. Illés Balázs



BUDAPESTI MŰSZAKI ÉS GAZDASÁGTUDOMÁNYI EGYETEM
ELEKTRONIKAI TECHNOLÓGIA TANSZÉK

WE CONNECT CHIPS AND SYSTEMS

Tartalom

- Statisztikai adatok és grafikai reprezentációjuk
- Normális eloszlás és Normalitás-vizsgálat
- Idősorok
- „Bar chart” oszlop diagramok
- Poisson és Weibul eloszlások
- Hiba típusok



WE CONNECT CHIPS AND SYSTEMS

Statisztikai adatok és grafikai reprezentációjuk

- **Legalapvetőbb statisztikai adatok:**
 - Diszkrét mérési eredmények
 - Tapasztalati átlag és szórás
 - Tapasztalati sűrűségfüggvény
 - Tapasztalati eloszlás függvény (ritkán alkalmazott)
- **Egyéb mérhető paraméterek:**
 - Medián
 - Módusz,
 - Terjedelem,
 - Mozgó átlag és terjedelem.



WE CONNECT CHIPS AND SYSTEMS

Statistikai adatok és grafikai reprezentációjuk

- **Ábrázolási módok:**
 - Gauss hálózatos diagram (Normalitás vizsgálat)
 - Hisztogramok (Normalitás vizsgálat)
 - Szár-levél diagram (Normalitás vizsgálat)
 - Idősorok
 - „Bar chart” (oszlop) diagramok
 - „Box plot” diagram
- **Az adatok ábrázolásával a célunk:**
 - Az ábrák „alakjából” tudunk azonnali következtetéseket levonni a megfigyelt jelenségre vonatkozólag. Statisztikai folyamat irányítás esetén döntést hozni a beavatkozásról.



Átlag és szórás számítás

- **Mérési adatok alapján számított statisztikai paraméterek**

• Átlag: $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x_k$

• Szórás: $\sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$

• Korrigált szórás: $\sigma^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{n-1} \left(\sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{1}{n} \left[\sum_{i=1}^n x_i \right]^2 \right)$

- (Bizonyítható, hogy normális eloszlás esetén a korrigált szórás négyzet jobb becslő.)



Normális eloszlás

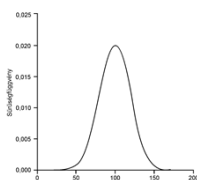
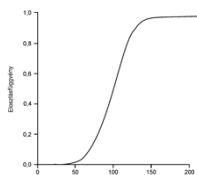
- Eloszlás függvénye:

$$F(x) = \Phi(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}} dx$$

- Sűrűség függvénye:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}}$$

- Grafikai reprezentációk egyik alapvető célja, hogy megállapítsuk, hogy a megfigyelt jelenség **normális eloszlású** vagy nem, ún. Normalitás-vizsgálattal.



Normalitás-vizsgálat

- A mért adatsorok speciális felbontásával és ábrázolásával, megállapítható, hogy a vizsgált jelenség normális eloszlású vagy sem.
- Miért lényeges a normalitás vizsgálat?**
- Érdemi következtetéseket csak akkor tudunk levonni a mért eredményekből, ha ismerjük a vizsgált jelenség eloszlását.
- A legtöbb ipari statisztikai módszer (pl. SPC (Statistic Process Control)), arra épül, hogy a vizsgált vagy modellezett jelenség normális eloszlású.
- Mi a teendő ha a normalitás vizsgálat eredménye negatív?**
- Más eloszlással kell modellezni a mért eredményeinket, gyakran alkalmazottak pl. Poisson vagy Weibull eloszlás



MECONTECH QUALITY AND SYSTEMS

Normalitás-vizsgálat

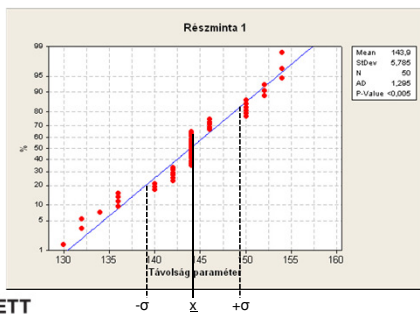
- Gauss „hálózatos papír”:**
- Egy speciális logaritmusos léptékű grafikon, amelyen a normális eloszlás függvény „S alakú” jelleggörbéje kiegyenesedik
- x tengelyen a minta értékek, y tengelyen pedig a relatív gyakoriság található
- Ha a mért adatokat ábrázoljuk és azok megközelítőleg egy egyenesen helyezkednek el, akkor a vizsgált jelenség nagy valószínűséggel normális eloszlású
- Ha a vizsgált jelenség normális eloszlású akkor egyéb információk is nyerhetők a Gauss hálózatos papírról:
 - 50%-os pontban található az átlagérték
 - 16 és 84% pontokban pedig a $\pm\sigma$



MECONTECH QUALITY AND SYSTEMS

Normalitás-vizsgálat

- Gauss „hálózatos papír” példa:**



MECONTECH QUALITY AND SYSTEMS

Normalitás-vizsgálat

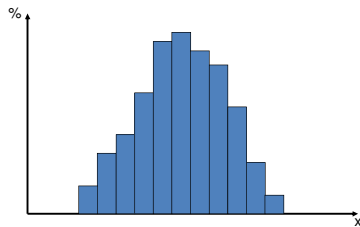
- **Hisztogram:**
- A mért értékekből ábrázoljuk a tapasztalati sűrűség függvényt.
- A Gauss eloszlás sűrűségfüggvénye jellegzetes (haranggörbe) alakú, így nagy valószínűséggel becsülhető a jellegéből, hogy a vizsgált jelenség normális eloszlású-e.
- **A hisztogram felvétel:**
- A mért értékek terjedelmét 7-11 egyenlő nagyságú intervallumra bontjuk.
- az x tengelyen az intervallumokat, az y tengelyen pedig az intervallumokba eső mért értékek gyakoriságát ábrázoljuk



WE CONNECT PEOPLE AND SYSTEMS

Normalitás-vizsgálat

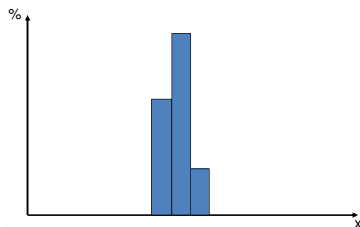
- **Hisztogram példa:**
- Megfelelő felbontás (intervallumok száma) esetén a normális eloszlás sűrűségfüggvényét kapjuk.



WE CONNECT PEOPLE AND SYSTEMS

Normalitás-vizsgálat

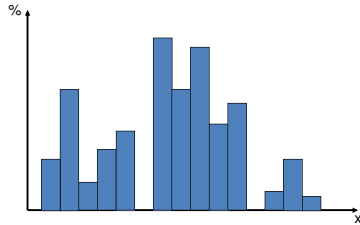
- **Példák hibásan felvett hisztogramra:** Túl kevés intervallum
- Túl alacsony a felbontás, más eloszlások is produkálhatnak hasonló sűrűség függvényt



WE CONNECT PEOPLE AND SYSTEMS

Normalitás-vizsgálat

- **Példák hibásán felvett hisztogramra:** Túl sok intervallum
- Túl nagy a felbontás, egy normális eloszlású minta is produkálhat teljesen jellegtelen hisztogramot



BMEETT

Normalitás-vizsgálat

- **Szár-levél (stem and leaf) diagram készítése:**
- Nagyszámú minta értékeinek áttekintése és rendszerezése
- A hisztogram ábrázolás egy speciális módszere
- A mért értékek alapján „szárazakat” definiálunk és megszámloljuk a rájuk eső „levelek” számát.

Mért adatok:

76, 78
83, 81, 87, 82
97, 93, 92
102



Szár	Levél
70	6, 8
80	3, 1, 7, 2
90	7, 3, 2
100	2

BMEETT

Normalitás-vizsgálat

- **Jellegzetes hisztogram alakok:**



BMEETT

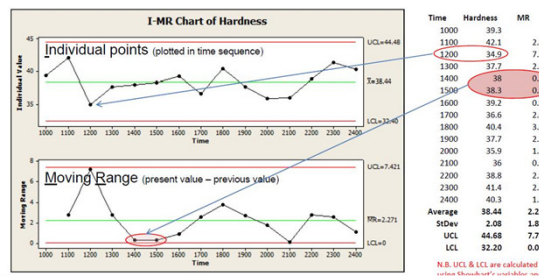
Idősorok

- A mért értékeket vagy valamely statisztikai jellemzőjüket az idő függvényében ábrázoljuk.
- Az SPC legalapvetőbb ábrázolási módszere.
- Az időfüggés bevezetése miatt a rendszer dinamikája vizsgálható, a „jövő becslhetővé válik”.
- Leggyakrabban ábrázolt mennyiségek:
- I-MR:** Maga a mért érték és mozgó terjedelem (nagyon kevés minta esetén, nincs értelme más statisztikai paraméternek)
- X-bar-R:** A mért érték átlaga és terjedelme (közepes mintaszám esetén, a szórás még csalóka lehet)
- X-bar-S:** A mért érték átlaga és szórása (nagy mintaszám esetén, a statisztikai paraméterek biztosan jól reprezentálják a megfigyelt jelenséget)

BMEETT

Idősorok

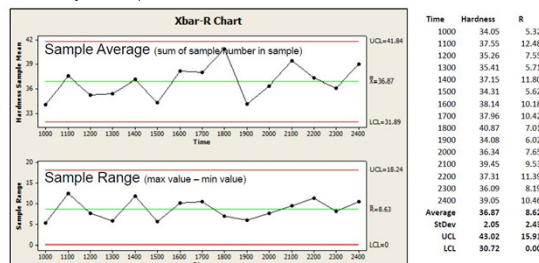
- Példák idősorokra: I-MR** (Maga a mért érték és mozgó terjedelem)



BMEETT

Idősorok

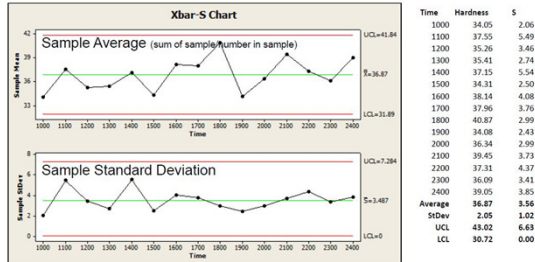
- Példák idősorokra: X-bar-R** (A mért érték átlaga és terjedelme)



BMEETT

Idősorok

- Példák idősorokra: X-bar-S (A mért érték átlaga és szórása)



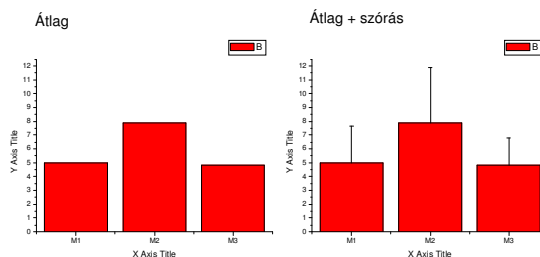
BMEETT

„Bar chart” oszlop diagramok

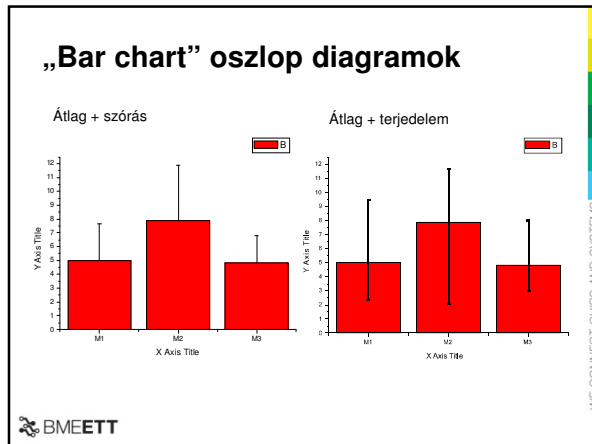
- Legfőbb alkalmazási terület: *különböző minták statisztikai paramétereinek összehasonlítása egy diagramon*
- Leggyakrabban ábrázolt mennyisége:
 - Átlagérték
 - Átlagérték + szórás
 - Átlagérték + terjedelem
 - Átlagérték + terjedelem + kvartilisek („Box plot”)

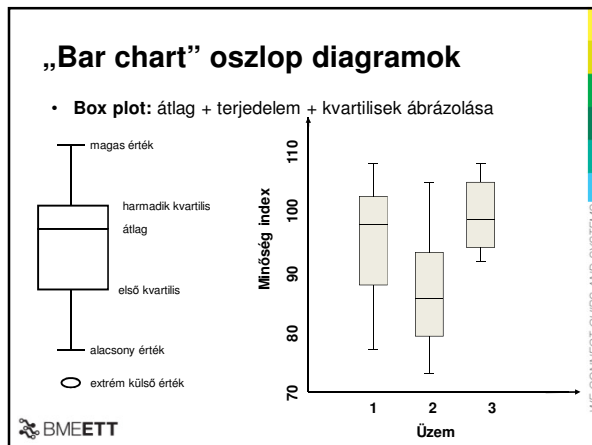
BMEETT

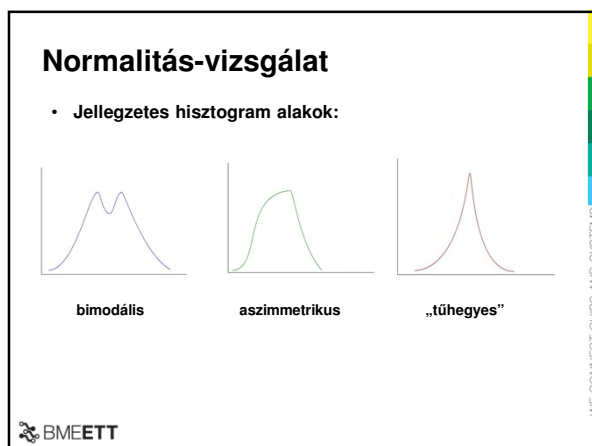
„Bar chart” oszlop diagramok



BMEETT







Poisson és Weibull eloszlások

- Ha a normalitás vizsgálat eredménye negatív, a folyamat nagy valószínűséggel modellezhető **Poisson** vagy **Weibull** eloszlással.
- Poisson eloszlás:** ha egy binomiális esemény (pl. egy termék selejtes) bekövetkezésének **p** valószínűsége nagyon nagy **n** mintaszám esetén is kicsi, akkor az jól közelíthető Poisson eloszlással:

$$P(x = k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda} \quad (\lambda = np > 0)$$

- Poisson eloszlás egy paraméteres eloszlások családjába tartozik.



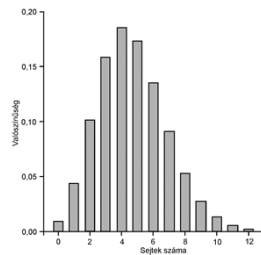
MECONNET CHIPS AND SYSTEMS

Poisson eloszlás

- Poisson eloszlás várható értéke és szórása a lambda paraméterrel megadható:

$$E(x) = \lambda \quad D(x) = \sqrt{\lambda}$$

- A Poisson eloszlás sűrűségfüggvénye:



MECONNET CHIPS AND SYSTEMS

Weibull eloszlás

- Weibull eloszlás:** a kétparaméteres (λ , k) Weibull eloszlás megbízhatóság elmélet leggyakrabban alkalmazott eloszlása. Sűrűségfüggvénye:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{k}{\lambda} \left(\frac{x}{\lambda} \right)^{k-1} e^{-(x/\lambda)^k} & (x \geq 0) \\ 0 & (x < 0) \end{cases}$$

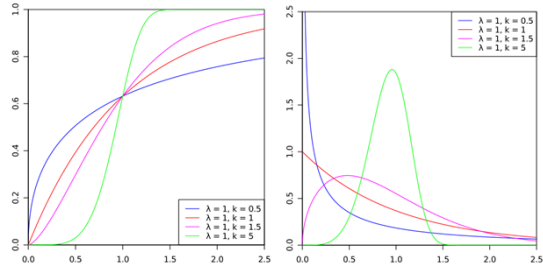
- k** az alak míg **lambda** a *skálaparaméter*
- A Weibull eloszlás több más nevezetes eloszlással is kapcsolatban áll: **k=1** esetén az exponenciális, **k=2** esetén a Rayleigh, **k>5** esetén normális eloszlásba megy át.



MECONNET CHIPS AND SYSTEMS

Weibull eloszlás

- Weibull eloszlás- és sűrűségfüggvénye:



BMEETT

Weibull eloszlás

- a k paraméter megbízhatósági értelmezése:
- $k < 1$, a meghibásodási gyakoriság idővel csökken. Ez akkor fordul elő, ha a kezdeti meghibásodás jelentős, és idővel ezért csökken a meghibásodás, mert a potenciálisan hibás elemek már kiestek a rendszerből.
- $k = 1$, a meghibásodási gyakoriság időben állandó. A hibákat véletlenszerű külső események okozzák.
- $k > 1$, a meghibásodási gyakoriság időben növekszik. Ez akkor fordulhat elő, amikor a vizsgálat tárgya az öregedési tartományba kerül, a rendszer alkotóelemei az előregedés, és az elhasználódás miatt egyre gyakrabban hibásodnak meg.

BMEETT

Hiba típusok

A hibák eredete:

- **Gyártási eredetű**, észlelhető hibák (gondatlanság, felületesség = valami elfedte a dolgot). Ezek rendszerint korán jelentkező hibák.
- **Rejtett hibák**: Általában anyagszerkezetbeli elváltozások miatt bekövetkező hibák. Jó minőségű terméknel időben egyenletesen mutatnak.
- **Terhelés eredetű hibák**: Mindenféle szerkezet lehet terhelni egy magadott értékig. Nagyon kevés olyan eset van, ahol a határ átlépése azonnali romlást okoz, viszont a határ fele haladva a meghibásodás valószínűsége egyre nő.

BMEETT

Hiba típusok

A hibák jellegük szerint:

- *Katasztrofális*: egyik pillanatról a másikra teljes működésképtelenség következik be.
- *Elfajuló, (degradálódó hiba)*: nem azonnal szűnik meg a funkció ellátása. Valamelyik paraméter jellemzője elfajul, ami fokozatosan vezet el a meghibásodáshoz.

A hibák terjedelme:

- *Részleges*: Nem sérül minden, csak néhány elem.
- *Teljes*: A specifikációból semmi sem teljesül.



Hiba típusok

Életrszakasz szerinti hibafajták:

- *Korai hibák*: Gyakoriak és gyártási eredetűek
- *Hasznos élettartam alatt jelentkező hibák*: Ritkák és egyenletes eloszlásúak.
- *Elhasználódott szakaszban jelentkező hibák*: gyakoriak. Különösen az elhasználódó, elkopó készülékekre jellemző. (pl. fényemittáló eszközök)



Hiba típusok

A hibatípusok osztályozása:

- *Véletlen*:
 - A gyártásban keletkezett olyan hiba, melynek keletkezése (oka) determinisztikus, de fellépése véletlenszerű
 - Időben egyenletesen jelentkeznek. Eloszlás- és sűrűségfüggvényük normális.
 - Névleges érték körül ingadoznak
- *Rendszeres*:
 - Hosszabb időn keresztül, állandóan jelentkezik. Származhat pl. rossz eszköz-beállításból.
- *Alapfeladat*: a rendszeres és a véletlen hibák felismerése és elkülönítése.



Hiba jellemzői

Véletlen hibák:

- több apró tényezőtől tevődnek össze,
- kis eltéréseket eredményeznek,
- a folyamatokban állandóan jelen vannak,
- a folyamatok paraméterei előre vetíthetők.

Rendszeres hibák:

- egy-két jelentős tényező okozza,
- nincsenek állandóan jelen a folyamatban,
- a folyamat alakulása nem vetíthető előre,
- beavatkozás hiányában fennmaradnak.



MŰEGYETEM 1782

WE CONNECT CHIPS AND SYSTEMS

3. Mintavételezés alapjai és a mintavételes ellenőrzés

Dr. Illés Balázs



BMEETT
BUDAPESTI MŰSZAKI ÉS GAZDASÁGTUDOMÁNYI EGYETEM
ELEKTRONIKAI TECHNOLÓGIA TANSZÉK

BUDAPESTI MŰSZAKI ÉS GAZDASÁGTUDOMÁNYI EGYETEM
ELEKTRONIKAI TECHNOLÓGIA TANSZÉK



MŰEGYETEM 1782

WE CONNECT CHIPS AND SYSTEMS

Tartalom

- Mintavételezés alapjai
- Valószínűségi mintavételezés
- A mintanagyság meghatározása
- Mintavételes ellenőrzés
- AQL Mintavételes ellenőrzés
- AQL Mintavételes példa



BMEETT

BUDAPESTI MŰSZAKI ÉS GAZDASÁGTUDOMÁNYI EGYETEM
ELEKTRONIKAI TECHNOLÓGIA TANSZÉK



MŰEGYETEM 1782

WE CONNECT CHIPS AND SYSTEMS

Minőségbiztosítás a mikroelektronikában

A mikroelektronika sajátosságai minőségbiztosítási szempontból:

- **Tömeggyártás**, nincs lehetőség minden termék ellenőrzésére
- **Nagy hozzáadott értékű** gyártás
- **Komplex termékek** előállítása komplex gyártástechnológiák alkalmazásával
- Nehézkedő gyártás alatti ellenőrzés
- Magas minőségi követelmények

Megoldás: Statisztikai minőség-ellenőrzés és szabályozás ***mintavételes ellenőrzéssel*** és statisztikai módszerekkel





BMEETT

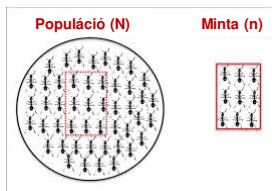
Illés B.: Mintavételes ellenőrzés

3/28

Mintavételezés alapjai

• **Statistikai mintavétel:** egy **populációból** egyedeket (**mintákat**) választunk ki, hogy statisztikai előrejelzéseket (**becsléseket**) tehesünk a populációval kapcsolatban.

- A teljes populáción ritkán végzünk felmérést:
 - a költségek magasak lennének,
 - a **populáció dinamikusan** idővel változhat.
- A mintavétel előnyei:
 - alacsony költségek,
 - gyors adatgyűjtés,
 - kicsi és homogén adathalmazok létrehozása



Illés B.: Mintavételes ellenőrzés

4/28

Mintavételezés alapjai

A mintavételi eljárás (elméleti) lépései a mintavételes ellenőrzés során:

- Definiáljuk a vizsgálandó populációt
- Meghatározzuk a mintavételi keretet
- Meghatározzuk a mintavételi eljárást
- Meghatározzuk a minta nagyságát
- Létrehozuk a mintavételi tervet
- Mintát veszünk, és kiértékelést végzünk
- Felülvizsgáljuk a mintavételi eljárásunkat



Illés B.: Mintavételes ellenőrzés

5/28

Mintavételezés alapjai

A populáció meghatározása:

- **Populáció** = egyedek halmaza, amelyek **rendelkeznek azzal a jellemzővel, amelyet meg akarunk határozni**.
- A területünkön a populáció fizika objektumokból áll.
- Egyszerű esetekben nyilvánvaló, hogy mi határozza meg a populációt. (pl. adott idő alatt gyártott termék)
- Összetett esetekben mintát kell gyűjtenünk az időről, a helyről és ezek kombinációjáról (pl. gyártósor, műszak).
- A sikeres statisztika alapja a fókuszált probléma-meghatározás.
- Az objektumok nem szükségszerűen hozzáférhetők (pl. kiszállított termékek),
-> **mintavételi keret** alkalmazása.



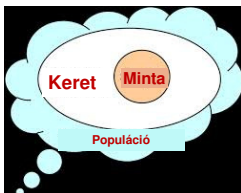
Illés B.: Mintavételes ellenőrzés

6/28

Mintavételezés alapjai

A mintavételi keret meghatározása:

- **Mintavételi keret** = a kiválasztásnál figyelembe vehető (elérhető) egyedek összessége.
- A mintavételi keretnek reprezentatívnak kell lennie a populáció tekintetében.
- A mintavételi keret problémái:
 - Elvesztett egyedek: a populáció némely tagja nem kerül bele a keretbe.
 - Idegen egyedek: olyan elemek kerülnek a keretbe, melyek nem tagjai a populációnak.
 - Duplán szereplő egyedek: a populáció tagja egynél többször kerül be.



Illés B.: Mintavételes ellenőrzés

7/28

Mintavételezés alapjai

A mintavételi keret meghatározása:

- Egyszerű esetekben: mint pl. egy legyártott tétel minősége, **Populáció = mintavételi keret**
- Összetett esetekben nem lehetséges: pl. már elszállított termékek esete, **Populáció ≠ mintavételi keret**
- A keret definiálása során figyelembe kell venni:
 - Gyakorlati szempontok
 - Gazdasági szempontok
 - Műszaki szempontok
- Szükséges, hogy adott időn belül eredményre jussunk
- **Gyakorlatban általában:**



Populáció = Mintavételi keret



Illés B.: Mintavételes ellenőrzés

8/28

Mintavételezés alapjai

A mintavételi eljárás meghatározása:

- **Valószínűségi mintavételi eljárás:** a populáció valamennyi egyedének lehetősége van (nullánál nagyobb **valószínűsége**) bekerülni a mintába.
- Ha minden elem azonos valószínűséggel választható a **mintába**, azonos valószínűséggel történő kiválasztásról ("**Equal Probability of Selection**" (**EPS**)) beszélünk.
- **Nem valószínűségi mintavételi eljárás:**
 - a populáció bizonyos elemeinek nincs lehetősége bekerülni a mintába,
 - vagy a kiválasztás valószínűségét nem lehet meghatározni.



Illés B.: Mintavételes ellenőrzés

9/28

Mintavételezés alapjai

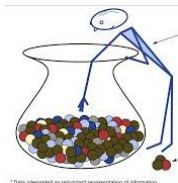
A mintavételi eljárás meghatározása:

• **A valószínűségi mintavételi eljárások:**

- Egyszerű véletlen mintavétel
- Szisztematikus mintavétel
- Rétegzett mintavétel
- Többlépcsős mintavétel

• Mintavételi eljárások megegyeznek:

- Minden elemnek van egy nullától nagyobb valószínűsége a bekerülésre
- Valamilyen tekintetben magukban foglalják a random kiválasztást
- Az emberi tényező miatt nehezen kivitelezhetők



* Data interpreted as reduced representation of information

Mintavételezés alapjai

A mintavételi eljárás meghatározása:

• **A nem valószínűségi mintavételi eljárások:**

- Önkényes mintavétel
- Koncentrált mintavétel
- Kvótás mintavétel
- Hólabda módszerű mintavétel



• **A műszaki életben általában a valószínűségi mintavételi eljárásokat alkalmazzuk!**

Valószínűségi mintavételezés

Definíciók a valószínűségi mintavételezés területén:

- **Reprezentativitás:** ha a mintába került elemek ugyanolyan arányban vannak jelen, mint a populációban. (egy minta csak bizonyos szempontok alapján nevezhető reprezentatívnak.)
- **Megbízhatósági szint:** a minta alapján tett becslések milyen valószínűséggel lesznek igazak. (Műszaki életben gyakori a 95%-os szint használata)
- **Mintavételi hiba (torzítás):** a minta alapján becsült paraméter milyen mértékben ingadozik a valós érték körül.

Valószínűségi mintavételezés

Egyszerű véletlen mintavételezés:

- A tétel minden tagja ugyanakkora valószínűséggel kerülhet kiválasztásra ($P=n/N$)
- A tétel minden tagjának ismerni kell „az elérhetőségét”, az elemeket listába kell tudnunk rendezni.
- A listáról n (a minta elemszáma) darab, véletlenül kiválasztott egyedet választunk be a mintába.

Szisztematikus mintavételezés:

- Mint az egyszerű mintavétel, csak az elkészült listát véletlenszerűen rendezzük és utána szisztematikusán választjuk a minta elemeit.



Illés B.: Mintavételes ellenőrzés

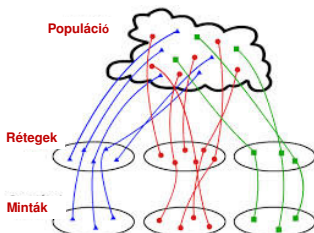
13/28

MECONSTATICS AND SYSTEMS

Valószínűségi mintavételezés

Rétegzett mintavételezés:

- **Célja:** a minta adott változók szerinti közel teljes reprezentativitásának elérése, a homogenitás növelésével
- **Módszere:** Egy nagy minta helyett számos kisebb, homogén részcsoport (réteg) vizsgálata
- A részcsoportok kiválasztása előzetes feltételezéseken alapul
- Nem megfelelő rétegzés nagyobb mintavételi hibával jár



Illés B.: Mintavételes ellenőrzés

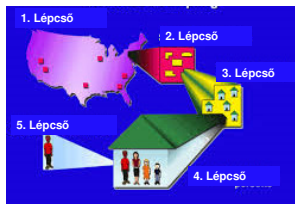
14/28

MECONSTATICS AND SYSTEMS

Valószínűségi mintavételezés

Többlépcsős csoportos mintavételezés:

- **Alkalmazás:** nem áll rendelkezésre teljes populáció (vagy nem célszerű az alapján dolgozni)
- **Módszere:** az egyedek több lépcsőben történő kiválasztása valószínűségi alapon
- Az elsődleges mintavételi egységen belül egy újabb kialakítása mintavétellel.
- További lépcsők is képezhetők.
- Minden egyes lépcső esetén újabb mintavételi hiba jelentkezik!



Illés B.: Mintavételes ellenőrzés

15/28

MECONSTATICS AND SYSTEMS

Mintavételezés alapjai

A mintanagyság meghatározása:

- **Gazdasági szempont:** annyi egyedet válasszunk ki, amennyi feltétlenül szükséges
- **Statistikai szempont:** minimális egyedszám, ami még statisztikailag szignifikáns eredményt tud hozni
- A mintavételes ellenőrzés fő problémája:
 - **Elsőfajú hiba:** a minta alapján fals pozitív döntést hozunk (rossz tételt jónak minősítünk)
 - **Másodfajú hiba:** a minta alapján fals negatív döntést hozunk (jó tételt rossznak minősítünk)



Illés B.: Mintavételes ellenőrzés

16/28

Mintavételezés alapjai

A mintanagyság meghatározása:

- Normális eloszlás esetén a legegyszerűbb módszer:

$$n = \left(\frac{2\sigma}{\Delta} \right)^2 \quad \Delta \text{ a minta pontossági követelménye, } \sigma \text{ a tétel szórása}$$

- Finomított módszer, elsőfajú kockázati tényező (elsőfajú hiba) figyelembevételével:

$$n = \left(\frac{u_{\alpha} 2\sigma}{\Delta} \right)^2 \quad u_{\alpha} \text{ az elsőfajú hiba kritikus értéke az adott szignifikancia-szinten}$$



Illés B.: Mintavételes ellenőrzés

17/28

Mintavételezés alapjai

A mintanagyság meghatározása:

- Finomított módszer, első- és másodfajú kockázati tényező (első- és másodfajú hiba) figyelembevételével:

$$n = \left(\frac{(u_{\alpha} + u_{\beta}) 2\sigma}{\Delta} \right)^2 \quad \text{ahol } u_{\beta} \text{ a másodfajú hiba kritikus értéke az adott szignifikancia-szinten}$$

- **Gyakorlatban: AQL táblázatok és módszer** használata a mintanagyság meghatározásához

Lot Size	General inspection levels			Special inspection levels			
	I	II	III	S1	S2	S3	S4
From 1	A	A	A	A	A	A	A
From 10	A	B	C	A	A	A	A
From 20	B	C	D	A	A	B	B
From 30	C	D	E	A	B	B	C
From 40	C	E	F	B	B	C	C
From 50	D	F	G	B	B	C	D
From 60	A	D	H	B	C	D	B
From 70	F	H	I	B	C	D	B
From 80	H	I	K	C	C	E	F
From 90	H	A	L	C	D	A	B
From 100	J	L	M	C	D	F	B
From 110	K	M	N	C	D	F	B
From 120	L	N	P	D	E	B	C
From 130	M	P	Q	D	E	B	C
From 140	N	Q	R	D	E	B	C



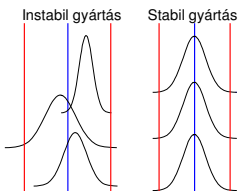
Illés B.: Mintavételes ellenőrzés

18/28

Mintavételes ellenőrzés a gyakorlatban

Mikor alkalmazhatunk mintavételes ellenőrzést:

- Csak stabilizálódott gyártás esetén!
- Ismert gyártási paraméterek (várható érték és szórás)
- Ingadozás esetén a mintánk nem lesz reprezentatív
- Stabil gyártás esetén ismert: az elfogadható selejtarány (Acceptable Quality Level, AQL)
- AQL függ: termék ára, valószínűsíthető hiba súlyossága
- Döntés a gyártás stabilitásáról -> **stabilitás vizsgálatok**



Illés B.: Mintavételes ellenőrzés

19/28

Mintavételes ellenőrzés

- Milyen valószínűséggel tükrözi a minta selejtaránya a tétel selejtarányát, kombinatorikai módszerekkel meghatározható:

$$P = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$

n a minta elemszáma
 k a mintában lévő selejtek száma
 p a minta tényleges selejtaránya

- Probléma: a tényleges selejtarány nem ismert, azt akarjuk becsülni! A képlet mindig implicit marad.
- Ezért a mintavételes ellenőrzés működési jelleggörbéje (Operating Characteristic, OC görbe) nem ideális.

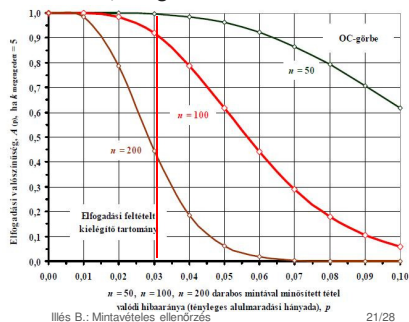


Mintavételes ellenőrzés a gyakorlatban

- Operating Characteristic, OC görbe:

A mintavételes ellenőrzés „működési hatékonysága”

Minél nagyobb a mintaszám, annál kisebb az első- vagy másodfajú hiba valószínűsége.



Illés B.: Mintavételes ellenőrzés

21/28

AQL Mintavételes ellenőrzés

- Az AQL a leggyakrabban alkalmazott „automatizált” mintavételes ellenőrzés.
- Az AQL mintavételi tervet és az elfogadási kritériumokat a MIL-STD-105E, ANSI/ASQ Z1.4 és az ISO 2859-1 szabványok szabályozzák. (26 különféle AQL szint).
- **AQL Mintavételes ellenőrzés lépései:**
- AQL szint meghatározása a hiba súlyosságától függően
- Szigorúsági fok meghatározása
- Tétel meghatározása
- Kulcsjel meghatározása
- ***n*** és ***k*** meghatározása
- A mintavételezés és a kiértékelés végrehajtása



MECONIST-FAIR AND SYSTEM

AQL Mintavételes ellenőrzés

- **AQL szint meghatározása a hiba súlyosságától függően:**

Osztályozás	Kis és közepes értékű termék	Nagy értékű termék
Kritikus hiba	AQL 0.0	AQL 0.0
Súlyos hiba	AQL 2.5	AQL 1.0 / AQL 1.5
Enyhe hiba	AQL 4.0	AQL 2.0 / AQL 4.0



MECONIST-FAIR AND SYSTEM

AQL Mintavételes ellenőrzés

- **AQL szint meghatározása a hiba súlyosságától függően:**
- A hibák meghatározása a következő:
- **Kritikus hiba:** olyan hiba mely feltehetően veszélyezteti a felhasználót
- **Súlyos hiba:** a termék használhatóságát csökkentő, vagy megakadályozó funkcionális hiba, vagy olyan kozmetikai hiba, ami a termék eladhatóságát csökkenti
- **Enyhe hiba:** nem befolyásolja a termék használhatóságát, de az elvárt minőségi jellemzőknek nem felel meg, így csökkentheti a termék eladhatóságát



MECONIST-FAIR AND SYSTEM

AQL Mintavételes ellenőrzés

• Szigorúsági fok meghatározása:

- A szabványok három általános és négy speciális ellenőrzési szintet határoznak meg.
- I. Enyhített: a normál szint 40%-át határozza meg a mintavételnél, akkor használatos, ha nem szükséges a hiba szigorú felügyelete
- II. Normál: ez az általános ellenőrzési szint, ha máshogy nem kéri, eszerint végezzük a mintavételezést
- III. Szigorított: a normál szint 160%-át kéri a mintavételnél, így nagyobb lehetőséget ad a hibák megelézésére



WE CONNECT PEOPLE AND SYSTEMS

AQL Mintavételes ellenőrzés

• Szigorúsági fok meghatározása:

- Speciális ellenőrzési szintek:
- S-1,2,3,4 speciális ellenőrzési szinteket akkor használunk, ha kis mintavételi arányra van szükség, jellemzően roncsolásos, vagy költséges vizsgálatoknál használják, illetve olyankor, amikor a minta megfelelően reprezentálja a teljes gyártási folyamatot, pl. csavargyártás, stancolás.

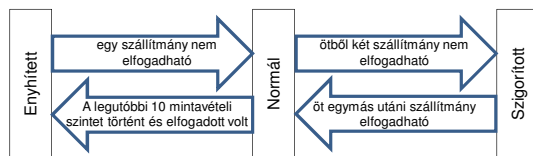


WE CONNECT PEOPLE AND SYSTEMS

AQL Mintavételes ellenőrzés

• Szigorúsági fok meghatározása:

- Váltási lehetőség az ellenőrzési szintek között:
- „ököl szabályok” alapján lehetőség van az ellenőrzési szintek közötti váltásra bizonyos esetekben:



WE CONNECT PEOPLE AND SYSTEMS

AQL Mintavételes ellenőrzés

- **Tétel meghatározása:**
- A tételt gyakorlatias okok alapján jelöljük ki, sokszor **iteratív módon** (oda-vissza lépésekkel).
- Általában **praktikus szervezési, üzemi szempont** alapján döntünk. (termék, műszak, gyártósor, operátor, berendezés stb.)
- A tétel meghatározásánál fontos a **folyamat visszacsatolása**. Ha nem elég reprezentatív a választott tételünk akkor korrigálunk, és újra meghatározzuk.



MEGJEGYZÉS: AQL MINTAVÉTELES ELLENŐRZÉS

AQL Mintavételes ellenőrzés

- **Kulcsjel meghatározása:**
- A kulcsjelet a tétel és a hatályos ellenőrzési szint alapján megadott táblázatból választhatjuk.

Lot vagy Batch szerinti osztályozás	Speciális vizsgálati szint				Általános vizsgálati szint		
	S.1	S.2	S.3	S.4	I (enyhített)	II (normál)	III (szigorított)
2 -től	A	A	A	A	A	A	B
9 -től	A	A	A	A	A	B	C
16 -től	A	A	B	B	B	C	D
26 -től	A	B	B	C	C	D	E
51 -től	B	B	C	C	C	E	F
91 -től	B	B	C	D	D	F	G
151 -től	B	C	D	E	E	G	H
281 -től	B	C	D	E	F	H	J
501 -től	C	C	E	F	G	J	K
1201 -től	C	D	E	G	H	K	L
3201 -től	C	D	F	G	J	L	M
10001 -től	C	D	F	H	K	M	N
35001 -től	D	E	G	J	L	N	P
150001 -től	D	E	G	J	M	P	Q
500001 -től	D	E	H	K	N	Q	R



MEGJEGYZÉS: AQL MINTAVÉTELES ELLENŐRZÉS

AQL Mintavételes ellenőrzés

- **n (mintaszám) és k (megengedhető selejt arány) meghatározása:**
- Az AQL szint és a szigorósági fok alapján történik egy megadott táblázatokból:

Mintavétel szigorúsági foka	Minta mérete	ELFOGADHATÓ MINŐSÉGI SZINT (NORMÁL VIZSGÁLAT)															
		0,05	0,10	1,00	0,05	0,05	0,05	1,0	1,0	2,5	4,0	6,3	10	16	25	40	63
A	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
B	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
C	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
D	8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
E	13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
F	20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
G	32	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
H	50	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
J	80	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K	125	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
L	200	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
M	315	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
N	500	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P	800	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Q	1250	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R	2000	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0



↑ A nyíl alatt megjelölt értékek mintavételi tervek kódjai.
↑ A nyíl fölött megjelölt értékek mintavételi tervek kódjai.
↑ Előzetes hibaszám
↑ Előzetes hibaszám

MEGJEGYZÉS: AQL MINTAVÉTELES ELLENŐRZÉS

AQL Mintavételes ellenőrzés

• A mintavételezés és kiértékelés végrehajtása:

- A táblázatban általában egy k és egy k' , elfogadás és elutasítás érték szerepel.
- Ha a megadott n mintaszám selejtaránya a $<k$ akkor a tétel elfogadható.
- Ha tartósan és jóval k alatt vagyunk, akkor érdemes felülvizsgálni az AQL-t, mert sokkal jobb a gyártásunk, és feleslegesen sok mintát veszünk.



MECONTECHNICS AND SYSTEMS

AQL Mintavételes ellenőrzés

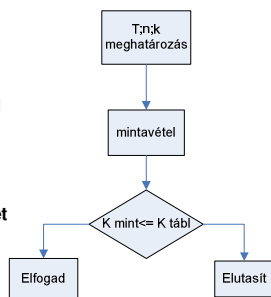
• Egyszeres és többszörös mintavételezés:

Az egyszeres mintavételezés folyamat ábrája:

„Minél nagyobb az n annál pontosabb a becslés, de annál drágább az ellenőrzés.”

Mit tehetünk??

Többszörös mintavételezést alkalmazunk!

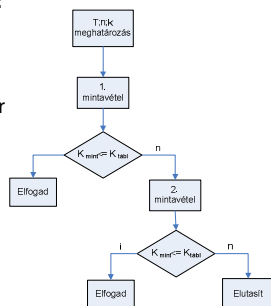


MECONTECHNICS AND SYSTEMS

AQL Mintavételes ellenőrzés

• Kétszeres mintavételezés:

- Kisebb n mintaszámból egy szűkebb k -t ír elő.
- Ha ez teljesül, akkor vége a vizsgálatnak. Ha nem, akkor újabb mintavétel az eredeti n és k szerint.
- Szigorúságban nincs különbség (csak virtuális tételcsökkentés történik).
- A kétszeres mintavétel bonyolultabb, de hosszabb távon gazdaságosabb.



MECONTECHNICS AND SYSTEMS

AQL Mintavételes példa

- **Feladat 1:** 2000 db-os tétel esetén hány db mintát kell vennünk, és azokban mekkora a megengedhető selejtek száma, adott AQL szint esetén?



MECONSTATICS AND SYSTEMS

AQL Mintavételes példa

- AQL szint meghatározása a hiba súlyosságától függően:

Osztályozás	Kis és közepes értékű termék	Nagy értékű termék
Kritikus hiba	AQL 0.0	AQL 0.0
Súlyos hiba	AQL 2.5	AQL 1.0 / AQL 1.5
Enyhe hiba	AQL 4.0	AQL 2.0 / AQL 4.0

- *A termék nagy értékű termék és a nem megfelelő működése súlyos hibát okozhat.*



MECONSTATICS AND SYSTEMS

AQL Mintavételes példa

- Szigorúsági fok meghatározása:

- I. Enyhített: a normál szint 40%-át határozza meg a mintavételnél, akkor használatos, ha nem szükséges a hiba szigorú felügyelete
- II. Normál: *ez az általános ellenőrzési szint, ha máshogy nem kéri, eszerint végezzük a mintavételezést (a gyártásunk stabil nem indokolt a váltás sem felfelé sem lefelé)*
- III. Szigorított: a normál szint 160%-át kéri a mintavételnél, így nagyobb lehetőséget ad a hibák megelérésére



MECONSTATICS AND SYSTEMS

AQL Mintavételes példa

- Kulcsjel meghatározása:
- A kulcsjelet a tétel és a hatályos ellenőrzési szint alapján megadott táblázatból választhatjuk, **esetünkben K**

1. TÁBLÁZAT MINTAVÉTEL KÓDJA A VIZSGÁLATI SZINT SZERINT

Lot vagy Batch szerinti osztályozás	Speciális vizsgálati szint				Általános vizsgálati szint		
	S.1	S.2	S.3	S.4	I (enyhített)	II (normál)	III (szigorított)
2 -től	A	A	A	A	A	A	B
9 -től	A	A	A	A	A	B	C
15 -től	A	A	B	B	B	C	D
26 -től	A	B	B	C	C	D	E
51 -től	B	B	C	C	C	E	F
91 -től	B	B	C	D	D	F	G
151 -től	B	C	D	E	E	G	H
281 -től	B	C	D	E	F	H	J
501 -től	C	C	E	F	G	K	L
1201 -től	C	D	E	G	H	K	L
3201 -től	C	D	F	G	J	L	M
10001 -től	C	D	F	H	K	M	N
35001 -től	D	E	G	J	L	N	P
150001 -től	D	E	G	J	M	P	Q
500001 -től	D	E	H	K	N	Q	R



AQL Mintavételes példa

- n (mintaszám) és k (megengedhető selejt arány) meghatározása: **125 db-ban 3-4 hiba megengedett**

2. TÁBLÁZAT EGYSZERŐ MINTAVÉTELEZÉSI TÍPUS NORMÁL VIZSGÁLAT ALAPJÁN (MESTER TÁBLÁZAT)

Mintakód szerinti beosztás	Minta mennyiség	ELFOGADHATÓ MINŐSÉGI SZINT (NORMÁL VIZSGÁLAT)															
		0,065	0,10	1,15	0,25	0,40	0,65	1,0	1,5	2,5	4,0	6,5	10	15	25	40	65
A	2																
B	3																
C	5																
D	8																
E	13																
F	20																
G	32																
H	50																
J	80																
K	125																
L	200																
M	315																
N	500																
P	800																
Q	1250																
R	2000																

↑ A nyíl alatt legelőször található mintavételi tervet kell használni. Ha a szállítvány mennyisége kevesebb, vagy egyenlő azzal, akkor 100%-os ellenőrzést kell végezni.
 ↑ A nyíl fölött legelőször található mintavételi tervet kell használni.
 EF Elfogadható hibaszám
 EU Elutasítható hibaszám



AQL Mintavételes példa

- **Feladat 2:** a legutóbbi 10 tételünkben csak 3 vagy annál kevesebb hiba volt így visszatérhetünk „enyhített” szigorúsági fokra. Hogyan alakul az AQL módszerünk?



AQL Mintavételes példa

- AQL szint meghatározása a hiba súlyosságától függően:

Osztályozás	Kis és közepes értékű termék	Nagy értékű termék
Kritikus hiba	AQL 0.0	AQL 0.0
Súlyos hiba	AQL 2.5	AQL 1.0 / AQL 1.5
Enyhe hiba	AQL 4.0	AQL 2.0 / AQL 4.0

- A termék nagy értékű termék és a nem megfelelő működése súlyos hibát okozhat.



AQL Mintavételes példa

- Szigorúsági fok meghatározása:
- I. Enyhített: a normál szint 40%-át határozza meg a mintavételnél, akkor használatos, ha nem szükséges a hiba szigorú felügyelete
- II. Normál: ez az általános ellenőrzési szint, ha máshogy nem kéri, eszerint végezzük a mintavételezést
- III. Szigorított: a normál szint 160%-át kéri a mintavételnél, így nagyobb lehetőséget ad a hibák megelézésére



AQL Mintavételes példa

- Kulcsjel meghatározása:
- A kulcsjelet a tétel és a hatályos ellenőrzési szint alapján megadott táblázatból választhatjuk, **esetünkben H**

1. TÁBLÁZAT MINTAVÉTEL KÓDJA A VIZSGÁLATI SZINT SZERINT											
Lot vagy Batch szerinti osztályozás		Speciális vizsgálati szint				Általános vizsgálati szint					
		S-1	S-2	S-3	S-4	I (enyhített)	II (normál)	III (szigorított)			
2 -ig	8 -ig	A	A	A	A	A	A	B			
9 -ig	15 -ig	A	A	A	A	A	B	C			
16 -ig	25 -ig	A	A	B	B	B	C	D			
26 -ig	50 -ig	A	B	B	C	C	D	E			
51 -ig	90 -ig	B	B	C	C	C	E	F			
91 -ig	150 -ig	B	B	C	D	D	F	G			
151 -ig	280 -ig	B	C	D	E	E	G	H			
281 -ig	500 -ig	B	C	D	E	F	H	J			
501 -ig	1200 -ig	C	C	E	F	F	J	K			
1201 -ig	3200 -ig	C	D	E	G	G	K	L			
3201 -ig	10000 -ig	C	D	F	G	H	L	M			
10001 -ig	35000 -ig	C	D	F	H	K	M	N			
35001 -ig	150000 -ig	D	E	G	J	L	N	P			
150001 -ig	500000 -ig	D	E	G	J	M	P	Q			
500001 -ig		D	E	H	K	N	Q	R			



AQL Mintavételes példa

- n (mintaszám) és k (megengedhető selejt arány) meghatározása: **50 db-an 1-2 hiba megengedett!**

2. TÁBLÁZAT EGYESZÉRŐ MINTAVÉTELEZÉSI TERV NORMÁL VIZSGÁLAT ALAPJÁN (MESTER TÁBLÁZAT)

Mintaszám sorozat	Minta mennyiség	ELFOGADHATÓ MINŐSÉGI SZINT (NORMÁL VIZSGÁLAT)																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																							
		0,05					0,10					0,15					0,20					0,25					0,30					0,40					0,50																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																				
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120	121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133	134	135	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150	151	152	153	154	155	156	157	158	159	160	161	162	163	164	165	166	167	168	169	170	171	172	173	174	175	176	177	178	179	180	181	182	183	184	185	186	187	188	189	190	191	192	193	194	195	196	197	198	199	200	201	202	203	204	205	206	207	208	209	210	211	212	213	214	215	216	217	218	219	220	221	222	223	224	225	226	227	228	229	230	231	232	233	234	235	236	237	238	239	240	241	242	243	244	245	246	247	248	249	250	251	252	253	254	255	256	257	258	259	260	261	262	263	264	265	266	267	268	269	270	271	272	273	274	275	276	277	278	279	280	281	282	283	284	285	286	287	288	289	290	291	292	293	294	295	296	297	298	299	300	301	302	303	304	305	306	307	308	309	310	311	312	313	314	315	316	317	318	319	320	321	322	323	324	325	326	327	328	329	330	331	332	333	334	335	336	337	338	339	340	341	342	343	344	345	346	347	348	349	350	351	352	353	354	355	356	357	358	359	360	361	362	363	364	365	366	367	368	369	370	371	372	373	374	375	376	377	378	379	380	381	382	383	384	385	386	387	388	389	390	391	392	393	394	395	396	397	398	399	400	401	402	403	404	405	406	407	408	409	410	411	412	413	414	415	416	417	418	419	420	421	422	423	424	425	426	427	428	429	430	431	432	433	434	435	436	437	438	439	440	441	442	443	444	445	446	447	448	449	450	451	452	453	454	455	456	457	458	459	460	461	462	463	464	465	466	467	468	469	470	471	472	473	474	475	476	477	478	479	480	481	482	483	484	485	486	487	488	489	490	491	492	493	494	495	496	497	498	499	500	501	502	503	504	505	506	507	508	509	510	511	512	513	514	515	516	517	518	519	520	521	522	523	524	525	526	527	528	529	530	531	532	533	534	535	536	537	538	539	540	541	542	543	544	545	546	547	548	549	550	551	552	553	554	555	556	557	558	559	560	561	562	563	564	565	566	567	568	569	570	571	572	573	574	575	576	577	578	579	580	581	582	583	584	585	586	587	588	589	590	591	592	593	594	595	596	597	598	599	600	601	602	603	604	605	606	607	608	609	610	611	612	613	614	615	616	617	618	619	620	621	622	623	624	625	626	627	628	629	630	631	632	633	634	635	636	637	638	639	640	641	642	643	644	645	646	647	648	649	650	651	652	653	654	655	656	657	658	659	660	661	662	663	664	665	666	667	668	669	670	671	672	673	674	675	676	677	678	679	680	681	682	683	684	685	686	687	688	689	690	691	692	693	694	695	696	697	698	699	700	701	702	703	704	705	706	707	708	709	710	711	712	713	714	715	716	717	718	719	720	721	722	723	724	725	726	727	728	729	730	731	732	733	734	735	736	737	738	739	740	741	742	743	744	745	746	747	748	749	750	751	752	753	754	755	756	757	758	759	760	761	762	763	764	765	766	767	768	769	770	771	772	773	774	775	776	777	778	779	780	781	782	783	784	785	786	787	788	789	790	791	792	793	794	795	796	797	798	799	800	801	802	803	804	805	806	807	808	809	810	811	812	813	814	815	816	817	818	819	820	821	822	823	824	825	826	827	828	829	830	831	832	833	834	835	836	837	838	839	840	841	842	843	844	845	846	847	848	849	850	851	852	853	854	855	856	857	858	859	860	861	862	863	864	865	866	867	868	869	870	871	872	873	874	875	876	877	878	879	880	881	882	883	884	885	886	887	888	889	890	891	892	893	894	895	896	897	898	899	900	901	902	903	904	905	906	907	908	909	910	911	912	913	914	915	916	917	918	919	920	921	922	923	924	925	926	927	928	929	930	931	932	933	934	935	936	937	938	939	940	941	942	943	944	945	946	947	948	949	950	951	952	953	954	955	956	957	958	959	960	961	962	963	964	965	966	967	968	969	970	971	972	973	974	975	976	977	978	979	980	981	982	983	984	985	986	987	988	989	990	991	992	993	994	995	996	997	998	999	1000	1001	1002	1003	1004	1005	1006	1007	1008	1009	1010	1011	1012	1013	1014	1015	1016	1017	1018	1019	1020	1021	1022	1023	1024	1025	1026	1027	1028	1029	1030	1031	1032	1033	1034	1035	1036	1037	1038	1039	1040	1041	1042	1043	1044	1045	1046	1047	1048	1049	1050	1051	1052	1053	1054	1055	1056	1057	1058	1059	1060	1061	1062	1063	1064	1065	1066	1067	1068	1069	1070	1071	1072	1073	1074	1075	1076	1077	1078	1079	1080	1081	1082	1083	1084	1085	1086	1087	1088	1089	1090	1091	1092	1093	1094	1095	1096	1097	1098	1099	1100	1101	1102	1103	1104	1105	1106	1107	1108	1109	1110	1111	1112	1113	1114	1115	1116	1117	1118	1119	1120	1121	1122	1123	1124	1125	1126	1127	1128	1129	1130	1131	1132	1133	1134	1135	1136	1137	1138	1139	1140	1141	1142	1143	1144	1145	1146	1147	1148	1149	1150	1151	1152	1153	1154	1155	1156	1157	1158	1159	1160	1161	1162	1163	1164	1165	1166	1167	1168	1169	1170	1171	1172	1173	1174	1175	1176	1177	1178	1179	1180	1181	1182	1183	1184	1185	1186	1187	1188	1189	1190	1191	1192	1193	1194	1195	1196	1197	1198	1199	1200	1201	1202	1203	1204	1205	1206	1207	1208	1209	1210	1211	1212	1213	1214	1215	1216	1217	1218	1219	1220	1221	1222	1223	1224	1225	1226	1227	1228	1229	1230	1231	1232	1233	1234	1235	1236	1237	1238	1239	1240	1241	1242	1243	1244	1245	1246	1247	1248	1249	1250	1251	1252	1253	1254	1255	1256	1257	1258	1259	1260	1261	1262	1263	1264	1265	1266	1267	1268	1269	1270	1271	1272	1273	1274	1275	1276	1277	1278	1279	1280	1281	1282	1283	1284	1285	1286	1287	1288	1289	1290	1291	1292	1293	1294	1295	1296	1297	1298	1299	1300	1301	1302	1303	1304	1305	1306	1307	1308	1309	1310	1311	1312	1313	1314	1315	1316	1317	1318	1319	1320	1321	1322	1323	1324	1325	1326	1327	1328	1329	1330	1331	1332	1333	1334	1335	1336	1337	1338	1339	1340	1341	1342	1343	1344	1345	1346	1347	1348	1349	1350	1351	1352	1353	1354	1355	1356	1357	1358	1359	1360	1361	1362	1363	1364	1365	1366	1367	1368	1369	1370	1371	1372	1373	1374	1375	1376	1377	1378	1379	1380	1381	1382	1383	1384	1385	1386	1387	1388	1389	1390	1391	1392	1393	1394	1395	1396	1397	1398	1399	1400	1401	1402	1403	1404	1405	1406	1407	1408	1409	1410	1411	1412	1413	1414	1415	1416	1417	1418	1419	1420	1421	1422	1423	1424	1425	1426	1427	1428	1429	1430	1431	1432	1433	1434	1435	1436	1437	1438	1439	1440	1441	1442	1443	1444	1445	1446	

AQL Mintavételes példa

- A kétszeres mintavétel 1. lépcsőjén: **50 db-an 1-2 hiba megengedett, ha nem teljesül 125db minta /3-4 hiba!**

2. TÁBLÁZAT EGYSZERŐ MINTAVÉTELEZÉSI TERV NORMÁL VIZSGÁLAT ALAPJÁN (MESTER TÁBLÁZAT)

Mintavétel sorrendje	Minta mennyisége	ELFOGADHATÓ MINŐSÉGI SZINT (NORMÁL VIZSGÁLAT)															
		0,005		0,10		1,15		0,25		0,40		0,65		1,0		1,6	
		EL	EU	EL	EU	EL	EU	EL	EU	EL	EU	EL	EU	EL	EU	EL	EU
A	2																
B	3																
C	5																
D	8																
E	13																
F	20																
G	32																
H	50																
I	80																
J	125																
K	200																
L	315																
M	500																
N	800																
P	1250																
Q	2000																
R	3150																

↑ A nyíl alatt megadott fogadható mintavételi tervet kell használni. Ha a szűrési-ny. mennyisége kevesebb, vagy egyenlő az alul, akkor 100%-os ellenőrzést kell végezni.
 ↑ A nyíl mellett megadott fogadható mintavételi tervet kell használni.
 EL: Elfogadható hibaszám
 EU: Elutasítható hibaszám

BMEETT



SPC 4

4. Mintaértékelés: mintavételes becslésének pontossága, hipotézis vizsgálatok, összefüggőség vizsgálatok

Dr. Illés Balázs



BUDAPESTI MŰSZAKI ÉS GAZDASÁGTUDOMÁNYI EGYETEM
ELEKTRONIKAI TECHNOLÓGIA TANSZÉK

WE CONNECT CHIPS AND SYSTEMS

Tartalom

- Becsléelmélet
- Mintavételes becslések pontossága
- Mintavételes becslések
- Mintavétel példák
- Hipotézisvizsgálatok
- Hipotézisvizsgálatok példa
- Összefüggőség vizsgálatok
- Összefüggőség mintapéldák



WE CONNECT CHIPS AND SYSTEMS

Mintaértékelés

- A mintavételes ellenőrzéssel nyert minták kiértékelése, következtetések levonás
- Alkalmazott módszerek:
- **Becslés:** pont- és intervallumbecslés
- **Hipotézis vizsgálatok:** feltételek, felvetések ellenőrzése
- **Összefüggőségi vizsgálatok:** különböző minták összefüggőségének vizsgálata



WE CONNECT CHIPS AND SYSTEMS

Becslésmélet

- **Műszaki statisztika** alapelve, hogy mindig egy bizonyos **minta** alapján **becsüljük** a szükséges információt.
- Mivel a minta sosem 100%-osan reprezentatív, ezért a becslésünknek mindig van egy bizonytalansága, hibája.
- Cél: a bizonytalanság, hiba elfogadható szinten belül tartása. (Hogy hol mi az elfogadható az mindig alkalmazás specifikus.)
- **Pontbecslés:** egy konkrét értéket (pl. várható értéket) akarjuk megbecsülni egy megadott bizonytalansággal.
- **Intervallum becslés (konfidencia intervallum):** adott bizonytalansági szinten a becslő változó alsó és felső értékét akarjuk meghatározni. Gyakrabban használt.



Becslésmélet

- **Becslésméleti alapfogalmak:**
- **Becslő:** egy statisztikai becslés eredménye
- **Torzítatlanság:** „pontosság”, a becslés értéke valóban a tétel várható értéke körül ingadozzon! (A legalapvetőbb követelmény egy becslő esetén)
- **Hatékonyág:** A becslő standard hibája (szórása) legyen kicsi. (Standard hiba = S)
- **Konzisztencia:** konzisztens becslés esetén a minta elemszámának növelésével a hatékonyság növekszik, (csökken a standard hiba)



Mintavételes becslések pontossága

- **Pontbecslés:**
- **Csebisev egyenlőtlenség:** annak a valószínűsége, hogy egy valószínűségi változó értékének az eltérése a várható értéktől nagyobb, mint egy megadott epsilon hiba, kisebb, mint a szórásnégyzet osztva a hiba négyzetével:

$$P(|x - M(x)| \geq \varepsilon) \leq \left(\frac{\sigma}{\varepsilon}\right)^2$$

- Ez az egyenlőtlenség bármilyen eloszlásból származó adatsorokra igaz.
- Nagyon pesszimista becslés. (Minden a legrosszabbul alakul az adatgyűjtés során).



Mintavételes becslések pontossága

- **Pontbecslés:**
- **Bernulli tétel:** : egy mérés alapján megállapított relatív gyakoriság és a kis p elméleti várható valószínűsége eltérése kisebb, mint a teljes eseményrendszer osztva a hibanégyzet * kísérletek száma:

$$P\left(\left|\frac{k}{n} - p\right| \geq \varepsilon\right) \leq \frac{p \cdot (1-p)}{\varepsilon^2 \cdot n}$$

- Csak diszkrét eloszlású valószínűségi változókra vonatkozik.
- Mintavételnél jól alkalmazható
- Nagyon pesszimista: „Kevés ismeret de nagy biztonság”



WE CONVERT CHAOS AND SYSTEMS

Mintavételes becslések pontossága

- **Pontbecslés:**
- Pontbecslés standard hibája:
 - σ a tétel elméleti szórása
 - N a tétel nagysága
 - n a minta nagysága
- Sajnos a becslésünk hibája csak gyök n -nel javul!
- Emlékeztetőül: csak úgy mint a minta szórás is csak gyök n -nel csökken!

$$S_e = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{1 - \frac{n}{N}}$$



WE CONVERT CHAOS AND SYSTEMS

Mintavételes becslések

- **Intervallumbecslés (konfidencia intervallum):** adott bizonytalansági szinten a becslött változó alsó és felső értékét akarjuk meghatározni.
- Egy konkrét érték becslése általában nehéz (a becslés könnyedén torzítottá válik), vagy csak nagy standard hibával lehetséges.
- Ezért sok esetben jobb egy intervallumot becsülni, mint egyetlen becslött értéket adni.
- Előre megszabott α paraméterre ($\alpha \ll 1$) a becslött paraméter $1-\alpha$ valószínűséggel esik a becslés során kapott intervallumba. (Ezt az $1-\alpha$ szintet sokszor százalékban adják meg; például 95%.)



WE CONVERT CHAOS AND SYSTEMS

Mintavételes becslések

- **Konfidencia intervallum meghatározása:**
- **Szükséges feltétel:** a becslés hibája normális eloszlású kell legyen!
- A megbízhatósági intervallumot egy adott adathalmaz alapján konstruáljuk.
- Jelölje x a mintahalmazon mért eredményt. Legyen X az a mennyiség, ami az alapsokaságból vett mintákból adódhat. X -et valószínű változóként kezeljük, aminek mért értéke x .
- A megbízhatósági intervallum határait az u , v függvénypáros határozza meg; az adott x eredményre $(u(x), v(x))$ adja a megbízhatósági intervallumot.



Mintavételes becslések

- **Konfidencia intervallum meghatározása:**
- Itt az $u(X)$ és a $v(X)$ végpontok statisztikák (megfigyelhetők), és az adathalmazból származtathatók.
- Egy adott 0 és 1 közötti α számra X konfidencia-intervalluma $(u(X), v(X))$, ahol:

$$P(u(X) < X < v(X)) = 1 - \alpha$$
- X -et több különböző paraméter is jellemezheti. Mivel $u(X)$ és $v(X)$ statisztikák, a paraméterek ismerete nem szükséges.



Mintavételes becslések

- **Konfidencia intervallum meghatározása:**
- **Három lehetséges alkalmazás létezik:**
- 1. Megadott konfidencia szinthez és mintaszámhoz meghatározzuk a konfidencia intervallum nagyságát. Ez a leggyakrabban alkalmazott, általánosan használt konfidencia szint a 95%.
- 2. Megadott intervallumhoz és mintaszámhoz meghatározzuk a konfidencia szintet.
- 3. Megadott intervallumhoz és konfidencia szinthez meghatározzuk a mintaszámot. (Ritka)



Mintavétel példák

- 2000 ezres tétel közül kiválasztott 60 db-os minta egyszerű véletlen minta alapján becsülni kívánjuk a terméken lévő mikrohuzal kötések minőségét 95 %-os biztonsággal.
- **Feladat 1:** Sokasági átlag konfidencia intervallumának meghatározása adott biztonsággal (Feltételek: ismeretlen sokasági eloszlás és szórás, nagy $n \rightarrow z$ eloszlás)



WE CONNECT COURSES AND SYSTEMS

Mintavétel példák

- **Feladat 1:**
- Ismert adatok, mintaátlag és mintaszórás: $\bar{x} = 1400 \text{ cN}$
 $s = 100 \text{ cN}$
- Standard hiba: $S_x = \frac{s}{\sqrt{n}} \cdot \frac{100 \text{ cN}}{\sqrt{60}} = 12.91$
- Hibahatár: $\Delta = z \cdot S_x$ ahol:
 $z = 1.96 \leftarrow \Phi(z) = 0.975$
 $\Delta = 1.96 \cdot 12.91 = 25.32 \text{ cN}$
 $h_1 = \bar{x} - \Delta = 1400 - 25.32 = 1374.67 \text{ cN}$
 $h_2 = \bar{x} + \Delta = 1400 + 25.32 = 1425.32 \text{ cN}$



WE CONNECT COURSES AND SYSTEMS

Mintavétel példák

- **Feladat 1:**
- 95%-os konfidencia intervallum határai:
 $h_1 = \bar{x} - \Delta = 1400 - 25.32 = 1374.67 \text{ cN}$
 $h_2 = \bar{x} + \Delta = 1400 + 25.32 = 1425.32 \text{ cN}$
- Relatív hibahatár:
 $V_\Delta = \frac{\Delta}{\bar{x}} \cdot 100\% = \frac{25.32}{1400} \cdot 100\% = 1.80\%$
- Teljes megfigyelés esetén (2000 db) a minták átlaga 95% valséggel ebbe a tartományba esik.



WE CONNECT COURSES AND SYSTEMS

Mintavétel példák

- **Feladat 2:** Rögzített (pontosabb) konfidencia határokhoz tartozó biztonság meghatározása
- Kérdés: Milyen biztonsággal tudnánk 1 %-os relatív hibahatárt megadni? Feladat: z érték és az ahhoz tartozó biztonsági szint megállapítása.

- Hibahatár: $\Delta = 0.01 \cdot \bar{x} = 14 \text{ cN}$

$$z = \frac{\Delta}{s_X} = \frac{14}{12.91} = 1.085 \rightarrow \Phi(z) = 0.86$$

- A keresett biztonsági szint:

$$1 - 2[1 - \Phi(z)] = 0.72 \rightarrow 72\%$$



Mintavétel példák

- **Feladat 3:** Hány mintát kellene megfigyelni az 1380 – 1420 cN-os intervallum 95%-os biztonságú becsléséhez.

- Mintaszám: $n = \left(\frac{z \cdot s}{\Delta} \right)^2 = \left(\frac{1.96 \cdot 100}{20} \right)^2 = 96.04 \text{ db}$

- Az adott feltételekhez 97 db-os mintára lenne szükség. (Mindig felfelé kerekítünk!)



Hipotézisvizsgálatok

- **Hipotézis:** az alapsokaság (tétel) paramétereire vagy eloszlására tett feltételezés.
- A hipotézis ellenőrzésére mintát vagy mintákat alkalmazunk.
- Hipotézisek megfogalmazása:
- **Nullhipotézis H_0** (alapfeltevés) és vele szemben az **alternatíva H_1** hipotézis.
- A H_0 nullhipotézist vetjük statisztikai próba alá, az eredmények alapján elvetjük vagy elfogadjuk.
- A H_1 -ről csak következtetve döntünk.



Hipotézisvizsgálatok

- **Mire lehet hipotézist felállítani:**
- Egy valószínűségi változó sorozat a várható értékhez konvergál, vagy nem.
- Összegyűjtött adatok normális eloszlásból származnak, vagy nem.
- Két minta megegyezik, vagy nem.
- Két minta szórása azonos, vagy nem.
- Mivel statisztikus jellegűek a vizsgálataink 100%-os kijelentéseket nem lehet tenni, ε kis valószínűséggel tévedünk a vizsgálataink során.



Hipotézisvizsgálatok

- **Próbafüggvény:**
- Észleléseink x valószínűségi változókra: $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$
- Ha ezekből felírunk egy H próbafüggvényt, akkor ez eleme lesz egy T tartománynak, mégpedig a H_0 hipotézis mellett, ennek a P valószínűsége lehet nagyobb vagy egyenlő, mint az $(1-\varepsilon)$ valószínűség:

$$P(H(x_1, x_2, \dots, x_n) \in T | H_0) \geq 1 - \varepsilon$$

- A próbafüggvény értéke mintáról-mintára ingadozhat!
- Elméletileg minden feladatra külön-külön megoldani nehézkes. Gyakorlati módszerek terjedtek el.



Hipotézisvizsgálatok

- **Gyakorlati megvalósítás:**
- 1. Az észlelési adatokból, kiszámolunk egy statisztikai paramétert. Ez egy olyan H függvény, amely függ az átlagtól, a szórástól és a mérések számától.
- 2. Megnézzük, hogy a számított H paraméter milyen relációban van egy elméleti úton meghatározható H paraméterrel (táblázatból származik):

$$H_{szám} < / > (?) H_{elm}$$

- 3. Egy meghatározott konfidencia szint mellett, a reláció alapján döntünk a hipotézis elfogadásáról vagy elutasításáról.



Hipotézisvizsgálatok

- **Hipotézis vizsgálat hibája:**
- Minden statisztikai vizsgálatnál két féle hiba fordulhat elő:

H_0	Döntés: H_0 -t	
	elfogadjuk	elutasítjuk
igaz	helyes	Másodfajú hiba
nem igaz	Elsőfajú hiba	helyes

- **Igazi probléma az elsőfajú hiba esetén van, az másodfajú hiba leginkább csak gazdasági hátrányt okoz.**



Hipotézisvizsgálatok

- **Próbafüggvények típusai:**
- u vagy más néven z-próba
- t-próba
- f-próba stb.

- **A kidolgozók neve alapján:**
- Kolmogorov-Smirnov-próba
- Wells-próba
- Bartlett-próba
- (ANOVA)



Hipotézisvizsgálatok

- **u-próba:**
- Létezik egy és kétmintás verzióban is.
- **Egymintás u-próba** megmondja a minta átlag várható értékkel való egyezőséget.
- A legegyszerűbb próba:
$$u = \frac{\bar{x} - M(x)}{\sigma} \sqrt{n}$$

- **Feltételek:**
- normális eloszlású a minta
- ismert a minta szórása
- Ismert az alapsokasági átlag



Hipotézisvizsgálatok

- **u-próba:**
- **Kétmintás u-próba:** két külön minta egy-egy átlagai egymástól szignifikánsan különböznek-e. A próbafüggvénye:

$$u = \frac{\bar{x} - \bar{y}}{\sqrt{\frac{\sigma_x^2}{n_x} + \frac{\sigma_y^2}{n_y}}}$$

- **Feltételek:**
- normális eloszlásúak a minták
- ismert a minták szórása
- ismertek az alapsokasági átlagok
- **a minták függetlenek!**



WE CONNECT PEOPLE AND SYSTEMS

Hipotézisvizsgálatok

- **t-próba** (más néven Student próba):
- Létezik egy és kétmintás verzióban is.
- **Egymintás t-próba:** egy minta átlaga szignifikánsan különbözik-e egy előre megadott m értéktől.
- Próbafüggvénye:

$$t = \frac{\bar{x} - m}{s} \sqrt{n}$$

- Becsült szórás: $s = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}}$
- **Feltételek:**
- normális eloszlású a minta



WE CONNECT PEOPLE AND SYSTEMS

Hipotézisvizsgálatok

- **Kétmintás t-próba:** két külön minta átlagai egymástól szignifikánsan különböznek-e.
- Próbafüggvénye:

$$t = \frac{\bar{x} - \bar{y}}{\sqrt{(n_1 - 1)s_x^2 + (n_2 - 1)s_y^2} \sqrt{\frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 - 2)}{n_1 + n_2}}}$$

- Korrigált becslt szórás: $s^* = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}}$
- **Feltételek:**
- normális eloszlásúak a minták
- **A minták függetlenek!**



WE CONNECT PEOPLE AND SYSTEMS

Hipotézisvizsgálatok

- **f-próba:**
- Kétmintás próba
- Két külön minta szórásai egymástól szignifikánsan különböznek-e.
- Próbafüggvénye:
$$f = \frac{s_x^2}{s_y^2} \quad (s_x > s_y)$$

• Becsült szórás:
$$s = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}}$$

- **Feltételek:**
- normális eloszlásúak a minták
- **A minták függetlenek!**



Hipotézisvizsgálatok példa

- **Egymintás u-próba:**
- Adott nyomtató esetén a berendezésünk ismert nyomtatási paraméterei: $M(x) = 250 \mu m$ $\sigma = 40 \mu m$
- 10 db minta alapján ellenőrizni szeretnénk a gépünk nyomtatási paraméterét, a vett minták átlaga $262 \mu m$.
- Szignifikancia szint 95%.
- H_0 hipotézis átlag = $M(x)$
- H_1 hipotézis átlag $\neq M(x)$
- U próba:
$$u = \frac{\bar{x} - M(x)}{\sigma} \sqrt{n} = \frac{262 - 250}{40} \sqrt{10} = 0.94$$



Hipotézisvizsgálatok példa

1. táblázat
A standard normális eloszlású változó eloszlásfüggvényének táblázata
(folytatás)

z	$\Phi(z)$	z	$\Phi(z)$	z	$\Phi(z)$	z	$\Phi(z)$
1.36	0.9131	1.70	0.9554	2.08	0.9812	2.76	0.9971
1.37	0.9147	1.71	0.9564	2.10	0.9821	2.78	0.9973
1.38	0.9162	1.72	0.9573	2.12	0.9830	2.80	0.9974
1.39	0.9177	1.73	0.9582	2.14	0.9838	2.82	0.9976
1.40	0.9192	1.74	0.9591	2.16	0.9846	2.84	0.9977
1.41	0.9207	1.75	0.9599	2.18	0.9854	2.86	0.9979
1.42	0.9222	1.76	0.9608	2.20	0.9861	2.88	0.9980
1.61	0.9463	1.95	0.9744	2.58	0.9951	3.65	0.9999
1.62	0.9474	1.96	0.9750	2.60	0.9953	3.70	0.9999
1.63	0.9484	1.97	0.9756	2.62	0.9956	3.75	0.9999
1.64	0.9495	1.98	0.9761	2.64	0.9959	3.80	0.9999
1.65	0.9505	1.99	0.9767	2.66	0.9961		
1.66	0.9515	2.00	0.9772	2.68	0.9963		



Hipotézisvizsgálatok példa

- **Egymintás u-próba:**
- Táblázatból kikeressük a megfelelő u_p értéket.
- 95%-s szig. szinten: $-1.96 < u < 1.96$
- **Tehát H0 igaz! (Még erősebb szignifikancia mellett is)**
- Mi történne ha 100-as mintára ugyanezt az eredményt kapnánk?

$$u = \frac{\bar{x} - M(x)}{\sigma} \sqrt{n} = \frac{262 - 250}{40} \sqrt{100} = 3$$

- **H0 hipotézis akkor már nem igaz!**



Hipotézisvizsgálatok példa

- **Egymintás t-próba:**
- Adott nyomtató esetén a berendezésünk ismert nyomtatási paraméterei: $M(x) = 250 \mu m$
- 10 db minta alapján ellenőrizni szeretnénk a gépünk nyomtatási paraméterét, a vett minták átlaga $262 \mu m$, a minta szórása $s=56 \mu m$
- Szignifikancia szint 95%. (Szabadsági fok $f=n-1=9$)
- H0 hipotézis átlag = $M(x)$
- H1 hipotézis átlag $\neq M(x)$

$$t \text{ próba: } t = \frac{\bar{x} - m}{s} \sqrt{n} = \frac{262 - 250}{56} \sqrt{10} = 0.66$$



Hipotézisvizsgálatok példa

4. táblázat
A Student-féle t-eloszlás táblázata

szf	0,55	0,60	0,70	0,80	0,90	0,95	0,975	0,9775	0,99	0,995
1	0,158	0,325	0,727	1,376	3,08	6,31	12,71	14,12	31,82	63,66
2	0,142	0,289	0,617	1,061	1,89	2,92	4,30	4,55	6,96	9,92
3	0,137	0,277	0,584	0,978	1,64	2,35	3,18	3,32	4,54	5,84
4	0,134	0,271	0,569	0,941	1,53	2,13	2,78	2,88	3,75	4,60
5	0,132	0,267	0,559	0,920	1,48	2,02	2,57	2,66	3,36	4,03
6	0,131	0,265	0,553	0,906	1,44	1,94	2,45	2,52	3,14	3,71
7	0,130	0,263	0,549	0,896	1,41	1,89	2,36	2,44	3,00	3,50
8	0,130	0,262	0,546	0,889	1,40	1,86	2,31	2,37	2,90	3,36
9	0,129	0,261	0,542	0,883	1,38	1,83	2,26	2,33	2,82	3,25
10	0,129	0,260	0,542	0,879	1,37	1,81	2,23	2,29	2,76	3,17



Hipotézisvizsgálatok példa

- **Egymintás t-próba:**
- Táblázatból kikeressük a megfelelő t_p értéket.
- 95%-s szig. szinten: $-2.26 < t < 2.26$
- **Tehát H_0 igaz!**
- Mi történne ha 100-as mintára ugyan ezt az eredményt kapnánk?

$$t = \frac{\bar{x} - M(x)}{s} \sqrt{n} = \frac{262 - 250}{56} \sqrt{100} = 2.14$$

100	0.126	0.264	0.526	0.845	1.29	1.66	1.98	2.03	2.36	2.63
-----	-------	-------	-------	-------	------	------	------	------	------	------

- **H_0 hipotézis már nem igaz!**



Hipotézisvizsgálatok példa

- **Kétmintás t-próba:**
- Pim2-es típusú termék esetén a berendezésünk nyomtatási paramétereit vizsgáljuk a gép beállítása után.
- 100-100 mintát veszünk gép beállítása előtt és után.
Átlag előtte = 273 μ m (minta szórás 22 μ m), átlag utána = 237 μ m (minta szórás 45 μ m).
- Szignifikancia szint 95%. (Szabadsági fok $f=2n-2=198$)
- H_0 hipotézis átlag előtte = átlag utána
- H_1 hipotézis átlag előtte $\neq$ átlag utána

$$t = \frac{\bar{x} - \bar{y}}{\sqrt{(n_1 - 1)s_x^2 + (n_2 - 1)s_y^2}} \sqrt{\frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 - 2)}{n_1 + n_2}} = 6.94$$



Hipotézisvizsgálatok példa

- **Kétmintás t-próba:**
- Táblázatból kikeressük a megfelelő t_p értéket.
- 95%-s szig. szinten: $-1.98 < t < 1.98$
- **Tehát H_0 nem igaz!**
- Mi történne ha 10-es mintára ugyanezt az eredményt kapnánk?

$$t = \frac{\bar{x} - \bar{y}}{\sqrt{(n_1 - 1)s_x^2 + (n_2 - 1)s_y^2}} \sqrt{\frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 - 2)}{n_1 + n_2}} = 2.27$$

9	0.129	0.261	0.513	0.703	0.883	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250
---	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

- **H_0 hipotézis még mindig nem igaz!**



Hipotézisvizsgálatok példa

- **f-próba:**
- Adott nyomtató esetén a berendezésünk nyomtatási paramétereit vizsgáljuk a gép beállítása után.
- 100-100 mintát veszünk gép beállítása előtt és után.
Átlag előtte = 263 μm (minta szórás 48 μm), átlag utána = 255 μm (minta szórás 41 μm).
- Szignifikancia szint 95%. (Szabadsági fok $f_1=99$, $f_2=99$)
- H_0 hipotézis szórás1 = szórás2
- H_1 hipotézis szórás1 $\neq$ szórás2

• Próbafüggvénye: $f = \frac{s_x^2}{s_y^2} = 1.37 \quad (s_x > s_y)$



Hipotézisvizsgálatok példa

3. táblázat
Az F-eloszlás táblázata (folytatás)
 $P = 0,975$

10	15	20	30	40	50	100	120	∞	$\frac{s_x^2}{s_y^2}$	$\frac{s_y^2}{s_x^2}$
968.63	984.87	993.08	1001.4	1005.6	1008.1	1013.2	1014.0	1018.2	1	
39.40	39.43	39.45	39.46	39.47	39.48	39.49	39.49	39.50	2	
14.42	14.25	14.17	14.08	14.04	14.01	13.96	13.95	13.90	3	
8.84	8.66	8.56	8.46	8.41	8.38	8.32	8.31	8.26	4	
6.62	6.43	6.33	6.23	6.18	6.14	6.08	6.07	6.02	5	
5.46	5.27	5.17	5.07	5.01	4.98	4.92	4.90	4.85	6	
4.76	4.57	4.47	4.36	4.31	4.28	4.21	4.20	4.14	7	
4.30	4.10	4.00	3.89	3.84	3.81	3.74	3.73	3.67	8	
3.96	3.77	3.67	3.56	3.51	3.47	3.40	3.39	3.33	9	
3.72	3.52	3.42	3.31	3.26	3.22	3.15	3.14	3.08	10	
2.39	2.18	2.07	1.94	1.88	1.83	1.74	1.72	1.64	40	
2.32	2.11	1.99	1.87	1.80	1.75	1.66	1.64	1.55	50	
2.18	1.97	1.85	1.71	1.64	1.59	1.48	1.46	1.35	100	
2.16	1.94	1.82	1.69	1.61	1.56	1.45	1.43	1.31	120	
2.05	1.83	1.71	1.57	1.49	1.43	1.30	1.27	1.00	∞	



Hipotézisvizsgálatok példa

- **Kétmintás t-próba:**
- Táblázatból kikeressük a megfelelő f_p értéket.
- 95%-s szig. szinten: $-1.48 < f < 1.48$
- **Tehát H_0 igaz! Valójában nem csökkent a szórásunk!**
- Mi történne ha 10-es mintára ugyan ezt az eredményt kapnánk?

$f = \frac{s_x^2}{s_y^2} = 1.37 < 3.72 \quad (s_x > s_y)$

- **H_0 még inkább igaz! (De valójában valószínűleg fals pozitív az eredmény a kicsi minta szám miatt)**



Hipotézisvizsgálatok

- **Kolmogorov-Smirnov-próba:**
- **Egy minta:** a tapasztalati eloszlás függvénye ($F_n(x)$) normális eloszlású-e.
- A matematikai statisztika alaptétele szerint (ismétlés):

$$\lim_{n \rightarrow \infty} D_n = \sup_x |F_n(x) - F(x)| = 0$$

- Kolmogorov-Smirnov próba szerint:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n} D_n = \sup_t |B(F(t))|$$

- $B(t)$ = „Brown bridge”, folytonos idejű sztochasztikus folyamat, a Brown mozgás modellje.



Hipotézisvizsgálatok

- **Kétmintás Kolmogorov-Smirnov-próba:**
- Két minta tapasztalati eloszlás függvénye különbözik-e (nem feltétele, hogy normális eloszlásúak legyenek).
- A próbafüggvény:

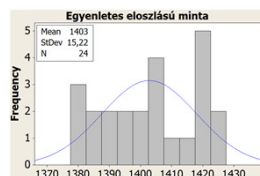
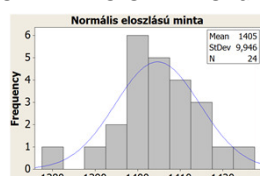
$$KS = \sqrt{\frac{n_1 n_2}{n_1 + n_2}} \sup_x |F_{n1}(x) - F_{n2}(x)|$$

- Feltétel:
- **A minták függetlensége!**



HIPOTÉZIS VIZSGÁLAT – KOLMOGOROV-SMIRNOV ANALÍZIS (HUZALKÖTÉSEK NYÍRÁSI SZILÁRDSÁGA)

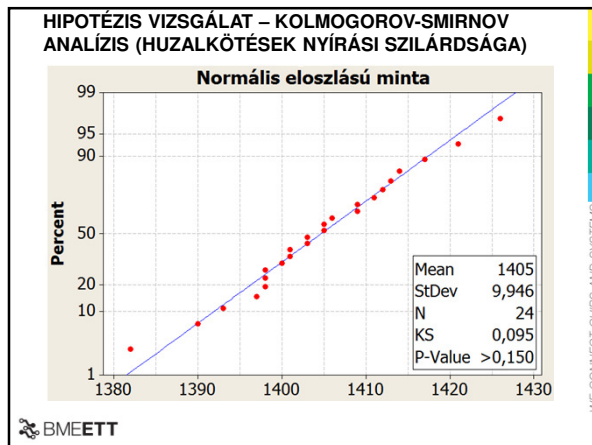
Normális	Egyenletes
1403	1399
1398	1391
1412	1407
1401	1422
1406	1421
1393	1383
1400	1400
1405	1411
1411	1421
1401	1419
1409	1378
1398	1381
1397	1413
1403	1419
1390	1397
1405	1382
1409	1423
1426	1404
1417	1390
1382	1383
1398	1423
1414	1404
1413	1393
1421	1403

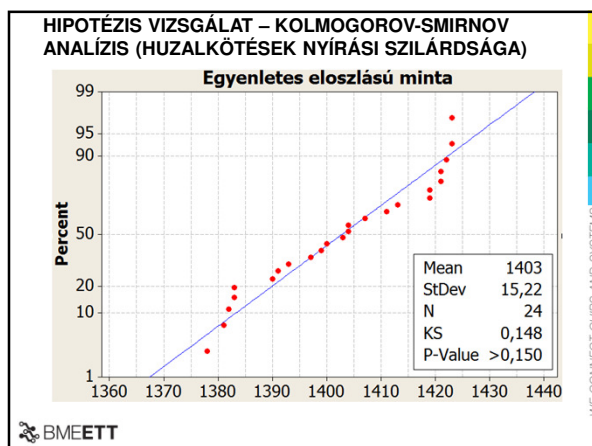


HIPOTÉZIS VIZSGÁLAT – KOLMOGOROV-SMIRNOV ANALÍZIS (HUZALKÖTÉSEK NYÍRÁSI SZILÁRDSÁGA)

ME CONNECT CHIPS AND SYSTEMS

BMEETT





Hipotézisvizsgálatok

- **ANOVA = ANalysis Of VAriance** (Variancia analízis):
- Ha kettőnél több minta várható értékeit kívánjuk összehasonlítani.
- Eltérő módon lerögzített varianciák segítségével viszonyítja egymáshoz a populáció különböző középértékeit.
- Az adatmennyiség összvarianciáját analizálja abból a nézőpontból, hogy az előforduló ingadozások mögött a véletlen vagy egy másik magyarázó tényező hatása bújk-e meg. (Ilyen tényezőnek tekinthető adott populáción belüli csoportok átlagai közti eltérést.)



WE CONNECT CHIPS AND SYSTEMS

Hipotézisvizsgálatok

- **ANOVA = ANalysis Of VAriance** (Variancia analízis):
- **Mire ad választ:**
- Van-e eltérés a minták várható értéke között.
- **Van-e hatása a kísérlet „manipulációjának” a minták várható értékére.** (Faktor(ok) hatása a várhatóértékre, R&R study alapja az ANOVA)

- Feltételei:
- A minták normális eloszlásúak,
- A minták elemszáma „közel” azonos,
- A minták szórása „közel” azonos (stabil gyártás),
- **A minták függetlensége!**



WE CONNECT CHIPS AND SYSTEMS

Hipotézisvizsgálatok

- **Egytényezős ANOVA (one-factor):**
- Számos csoport átlagát veti össze, ezen belül csak egy szempont eltérésére fókuszál.
- A csoportosító változót faktornak nevezzük.
- Kiindulópontja az F-próba, ami az átlagok eltérésére karakterisztikus »csoportok közötti« varianciát veti össze a random ingadozást leíró »csoportokon belüli« varianciával.
- Példa: Egy gyártási beállítás változtatásának eredményeit hasonlítjuk össze egy adott termékre nézve.



WE CONNECT CHIPS AND SYSTEMS

Hipotézisvizsgálatok

- **Többszempontos ANOVA (multi-factor):**
- A csoportok többféle szempont szerinti vizsgálata esetén két- vagy több szempontos varianciaanalízissel vetjük össze az átlagokat.
- **Két szempontos varianciaanalízis:**
- Két *független* szempontból elemzünk, a két szempont kölcsönhatása (interakció) is vizsgálható.
- Példa: A két (független) gyártási paraméter változtatása együtt másképpen hat-e, mint külön-külön.



Hipotézisvizsgálatok

- **Többszempontos ANOVA (multi-factor):**
- **Több szempontos varianciaanalízis:**
- Az egy szempontos varianciaanalízis általánosításának tekinthető arra a helyzetre, amikor több faktornak a függő változóra gyakorolt hatását vizsgáljuk.
- Lényeges: *A faktorok között többszörös kölcsönhatások is előadódhatnak. (Amit nem tudunk vizsgálni!)*
- Példa: Egyes termékek és gyártási paraméterek szerinti elemzést végzünk.
- **Mintapélda később, a mérőműszer képesség vizsgálatánál.**



R&R STUDY – OE BONDER

AIAG R&R study

Ismételhetőség – mérőeszköz (EV):

$$EV = \overline{WR} \cdot K_1 \quad K_1 = 4,56 / r = 2$$

$$K_1 = 3,05 / r = 3$$

Reprodukálhatóság – mérőszemély (AV):

$$AV = \sqrt{\left(\overline{X_{diff}} \cdot K_2\right)^2 \cdot \frac{EV^2}{n \cdot r}}$$

$$K_2 = 3,65 / k = 2 \quad K_2 = 2,7 / k = 3$$

Mérendő minta (PV):

$$PV = R_p \cdot K_3$$

$$K_3 = 2,08 / n = 5 \quad K_3 = 1,62 / n = 10$$

$$\%R \& R = \frac{\sqrt{EV^2 + AV^2}}{\sqrt{EV^2 + AV^2 + PV^2}}$$

%R&R < 10% elfogadható

10% < %R&R < 30% feltételeesen elfogadható



T_J=150 °C alumínium huzalkötések vizsgálata

51/10

Korrigált R&R study

Ismételhetőség – mérőeszköz becslt szórása:

$$\hat{\sigma}_{repeat} = \frac{\overline{WR}}{c_1} \quad c_1 = 1,693 / r = 3, k = 3, n = 10$$

$$\overline{WR} \rightarrow \text{mérészemélyek terjedeleme átlaga}$$

Reprodukálhatóság – mérőszemély:

$$\hat{\sigma}_{reprod} = \sqrt{\left(\frac{\overline{X_{diff}}}{c_1}\right)^2 \cdot \frac{\hat{\sigma}_{repeat}^2}{n \cdot r}}$$

$$\overline{X_{diff}} \rightarrow \text{mérészemélyenkénti mérésátlag terjedelme}$$

Mérendő minta becslt szórása:

$$\hat{\sigma}_{part} = \frac{R_p}{c_2} \quad c_2 = 3,078 / n = 10$$

$$R_p \rightarrow \text{mintánkénti átlag terjedelme}$$

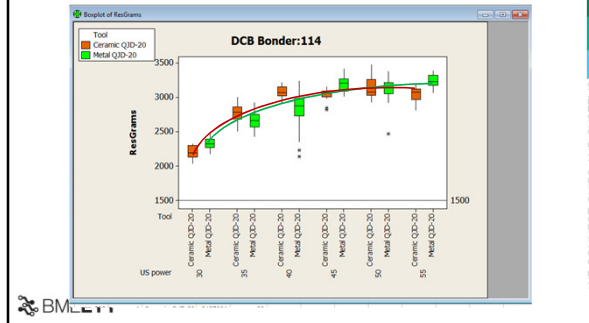
$$\%R \& R = \frac{\hat{\sigma}_{repeat}^2 + \hat{\sigma}_{reprod}^2}{\hat{\sigma}_{repeat}^2 + \hat{\sigma}_{reprod}^2 + \hat{\sigma}_{part}^2}$$

R&R STUDY – OE BONDER
 3 mérőszemély háromszor, 10 db kerámia minta a közepén mérve a magasságot.
 Date of measurements: 29th of July, 2011.
 Measured equipment: OE Bonder
 Part/Type and measuring loc.: Bonder sample measured on its center
 All data in micrometer

Sample	Op1	Op2	Op3	Op1	Op2	Op3	Op1	Op2	Op3	Average	Average
1	2884.01	2884.01	2884.01	2885.01	2885.01	2885.01	2887.01	2887.01	2887.01	2885.34	2885.34
2	2885.01	2885.01	2885.01	2886.01	2886.01	2886.01	2888.01	2888.01	2888.01	2886.34	2886.34
3	2886.01	2886.01	2886.01	2887.01	2887.01	2887.01	2889.01	2889.01	2889.01	2887.34	2887.34
4	2887.01	2887.01	2887.01	2888.01	2888.01	2888.01	2890.01	2890.01	2890.01	2888.34	2888.34
5	2888.01	2888.01	2888.01	2889.01	2889.01	2889.01	2891.01	2891.01	2891.01	2889.34	2889.34
6	2889.01	2889.01	2889.01	2890.01	2890.01	2890.01	2892.01	2892.01	2892.01	2890.34	2890.34
7	2890.01	2890.01	2890.01	2891.01	2891.01	2891.01	2893.01	2893.01	2893.01	2891.34	2891.34
8	2891.01	2891.01	2891.01	2892.01	2892.01	2892.01	2894.01	2894.01	2894.01	2892.34	2892.34
9	2892.01	2892.01	2892.01	2893.01	2893.01	2893.01	2895.01	2895.01	2895.01	2893.34	2893.34
10	2893.01	2893.01	2893.01	2894.01	2894.01	2894.01	2896.01	2896.01	2896.01	2894.34	2894.34
11	2894.01	2894.01	2894.01	2895.01	2895.01	2895.01	2897.01	2897.01	2897.01	2895.34	2895.34
12	2895.01	2895.01	2895.01	2896.01	2896.01	2896.01	2898.01	2898.01	2898.01	2896.34	2896.34
13	2896.01	2896.01	2896.01	2897.01	2897.01	2897.01	2899.01	2899.01	2899.01	2897.34	2897.34
14	2897.01	2897.01	2897.01	2898.01	2898.01	2898.01	2900.01	2900.01	2900.01	2898.34	2898.34
15	2898.01	2898.01	2898.01	2899.01	2899.01	2899.01	2901.01	2901.01	2901.01	2899.34	2899.34
16	2899.01	2899.01	2899.01	2900.01	2900.01	2900.01	2902.01	2902.01	2902.01	2900.34	2900.34
17	2900.01	2900.01	2900.01	2901.01	2901.01	2901.01	2903.01	2903.01	2903.01	2901.34	2901.34
18	2901.01	2901.01	2901.01	2902.01	2902.01	2902.01	2904.01	2904.01	2904.01	2902.34	2902.34
19	2902.01	2902.01	2902.01	2903.01	2903.01	2903.01	2905.01	2905.01	2905.01	2903.34	2903.34
20	2903.01	2903.01	2903.01	2904.01	2904.01	2904.01	2906.01	2906.01	2906.01	2904.34	2904.34
21	2904.01	2904.01	2904.01	2905.01	2905.01	2905.01	2907.01	2907.01	2907.01	2905.34	2905.34
22	2905.01	2905.01	2905.01	2906.01	2906.01	2906.01	2908.01	2908.01	2908.01	2906.34	2906.34
23	2906.01	2906.01	2906.01	2907.01	2907.01	2907.01	2909.01	2909.01	2909.01	2907.34	2907.34
24	2907.01	2907.01	2907.01	2908.01	2908.01	2908.01	2910.01	2910.01	2910.01	2908.34	2908.34
25	2908.01	2908.01	2908.01	2909.01	2909.01	2909.01	2911.01	2911.01	2911.01	2909.34	2909.34
26	2909.01	2909.01	2909.01	2910.01	2910.01	2910.01	2912.01	2912.01	2912.01	2910.34	2910.34
27	2910.01	2910.01	2910.01	2911.01	2911.01	2911.01	2913.01	2913.01	2913.01	2911.34	2911.34
28	2911.01	2911.01	2911.01	2912.01	2912.01	2912.01	2914.01	2914.01	2914.01	2912.34	2912.34
29	2912.01	2912.01	2912.01	2913.01	2913.01	2913.01	2915.01	2915.01	2915.01	2913.34	2913.34
30	2913.01	2913.01	2913.01	2914.01	2914.01	2914.01	2916.01	2916.01	2916.01	2914.34	2914.34
31	2914.01	2914.01	2914.01	2915.01	2915.01	2915.01	2917.01	2917.01	2917.01	2915.34	2915.34
32	2915.01	2915.01	2915.01	2916.01	2916.01	2916.01	2918.01	2918.01	2918.01	2916.34	2916.34
33	2916.01	2916.01	2916.01	2917.01	2917.01	2917.01	2919.01	2919.01	2919.01	2917.34	2917.34
34	2917.01	2917.01	2917.01	2918.01	2918.01	2918.01	2920.01	2920.01	2920.01	2918.34	2918.34
35	2918.01	2918.01	2918.01	2919.01	2919.01	2919.01	2921.01	2921.01	2921.01	2919.34	2919.34
36	2919.01	2919.01	2919.01	2920.01	2920.01	2920.01	2922.01	2922.01	2922.01	2920.34	2920.34
37	2920.01	2920.01	2920.01	2921.01	2921.01	2921.01	2923.01	2923.01	2923.01	2921.34	2921.34
38	2921.01	2921.01	2921.01	2922.01	2922.01	2922.01	2924.01	2924.01	2924.01	2922.34	2922.34
39	2922.01	2922.01	2922.01	2923.01	2923.01	2923.01	2925.01	2925.01	2925.01	2923.34	2923.34
40	2923.01	2923.01	2923.01	2924.01	2924.01	2924.01	2926.01	2926.01	2926.01	2924.34	2924.34
41	2924.01	2924.01	2924.01	2925.01	2925.01	2925.01	2927.01	2927.01	2927.01	2925.34	2925.34
42	2925.01	2925.01	2925.01	2926.01	2926.01	2926.01	2928.01	2928.01	2928.01	2926.34	2926.34
43	2926.01	2926.01	2926.01	2927.01	2927.01	2927.01	2929.01	2929.01	2929.01	2927.34	2927.34
44	2927.01	2927.01	2927.01	2928.01	2928.01	2928.01	2930.01	2930.01	2930.01	2928.34	2928.34
45	2928.01	2928.01	2928.01	2929.01	2929.01	2929.01	2931.01	2931.01	2931.01	2929.34	2929.34
46	2929.01	2929.01	2929.01	2930.01	2930.01	2930.01	2932.01	2932.01	2932.01	2930.34	2930.34
47	2930.01	2930.01	2930.01	2931.01	2931.01	2931.01	2933.01	2933.01	2933.01	2931.34	2931.34
48	2931.01	2931.01	2931.01	2932.01	2932.01	2932.01	2934.01	2934.01	2934.01	2932.34	2932.34
49	2932.01	2932.01	2932.01	2933.01	2933.01	2933.01	2935.01	2935.01	2935.01	2933.34	2933.34
50	2933.01	2933.01	2933.01	2934.01	2934.01	2934.01	2936.01	2936.01	2936.01	2934.34	2934.34
51	2934.01	2934.01	2934.01	2935.01	2935.01	2935.01	2937.01	2937.01	2937.01	2935.34	2935.34
52	2935.01	2935.01	2935.01	2936.01	2936.01	2936.01	2938.01	2938.01	2938.01	2936.34	2936.34
53	2936.01	2936.01	2936.01	2937.01	2937.01	2937.01	2939.01	2939.01	2939.01	2937.34	2937.34
54	2937.01	2937.01	2937.01	2938.01	2938.01	2938.01	2940.01	2940.01	2940.01	2938.34	2938.34
55	2938.01	2938.01	2938.01	2939.01	2939.01	2939.01	2941.01	2941.01	2941.01	2939.34	2939.34
56	2939.01	2939.01	2939.01	2940.01	2940.01	2940.01	2942.01	2942.01	2942.01	2940.34	2940.34
57	2940.01	2940.01	2940.01	2941.01	2941.01	2941.01	2943.01	2943.01	2943.01	2941.34	2941.34
58	2941.01	2941.01	2941.01	2942.01	2942.01	2942.01	2944.01	2944.01	2944.01	2942.34	2942.34
59	2942.01	2942.01	2942.01	2943.01	2943.01	2943.01	2945.01	2945.01	2945.01	2943.34	2943.34
60	2943.01	2943.01	2943.01	2944.01	2944.01	2944.01	2946.01	2946.01	2946.01	2944.34	2944.34
61	2944.01	2944.01	2944.01	2945.01	2945.01	2945.01	2947.01	2947.01	2947.01	2945.34	2945.34
62	2945.01	2945.01	2945.01	2946.01	2946.01	2946.01	2948.01	2948.01	2948.01	2946.34	2946.34
63	2946.01	2946.01	2946.01	2947.01	2947.01	2947.01	2949.01	2949.01	2949.01	2947.34	2947.34
64	2947.01	2947.01	2947.01	2948.01	2948.01	2948.01	2950.01	2950.01	2950.01	2948.34	2948.34
65	2948.01	2948.01	2948.01	2949.01	2949.01	2949.01	2951.01	2951.01	2951.01	2949.34	2949.34
66	2949.01	2949.01	2949.01	2950.01	2950.01	2950.01	2952.01	2952.01	2952.01	2950.34	2950.34
67	2950.01	2950.01	2950.01	2951.01	2951.01	2951.01	2953.01	2953.01	2953.01	2951.34	2951.34
68	2951.01	2951.01	2951.01	2952.01	2952.01	2952.01	2954.01	2954.01	2954.01	2952.34	2952.34
69	2952.01	2952.01	2952.01	2953.01	2953.01	2953.01	2955.01	2955.01	2955.01	2953.34	2953.34
70	2953.01	2953.01	2953.01	2954.01	2954.01	2954.01	2956.01	2956.01	2956.01	2954.34	2954.34
71	2954.01	2954.01	2954.01	2955.01	2955.01	2955.01	2957.01	2957.01	2957.01	2955.34	2955.34
72	2955.01	2955.01	2955.01	2956.01	2956.01	2956.01	2958.01	2958.01	2958.01	2956.34	2956.34
73	2956.01	2956.01	2956.01	2957.01	2957.01	2957.01	2959.01	2959.01	2959.01	2957.34	2957.34
74	2957.01	2957.01	2957.01	2958.01	2958.01	2958.01	2960.01	2960.01	2960.01	2958.34	2958.34
75	2958.01	2958.01	2958.01	2959.01	2959.01	2959.01	2961.01	2961.01	2961.01	2959.34	2959.34
76	2959.01	2959.01	2959.01	2960.01	2960.01	2960.01	2962.01	2962.01	2962.01	2960.34	2960.34
77	2960.01	2960.01	2960.01	2961.01	2961.01	2961.01	2963.01	2963.01	2963.01	2961.34	2961.34
78	2961.01	2961.01	2961.01	2962.01	2962.01	2962.01	2964.01	2964.01	2964.01	2962.34	2962.34
79	2962.01	2962.01	2962.01	2963.01	2963.01	2963.01	2965.01	2965.01	2965.01	2963.34	2963.34
80	2963.01	2963.01	2963.01	2964.01	2964.01	2964.01	2966.01	2966.01	2966.01	2964.34	2964.34
81	2964.01	2964.01	2964.01	2965.01	2965.01	2965.01	2967.01	2967.01	2967.01	2965.34	2965.34
82	2965.01	2965.01	2965.01	2966.01	2966.01	2966.01	2968.01	2968.01	2968.01	2966.34	2966.34
83	2966.01	2966.01	2966.01	2967.01	2967.01	2967.01	2969.01	2969.01	2969.01	2967.34	2967.34
84	2967.01	2967.01	2967.01	2968.01	2968.01	2968.01	2970.01	2970.01	2970.01	2968.34	2968.34

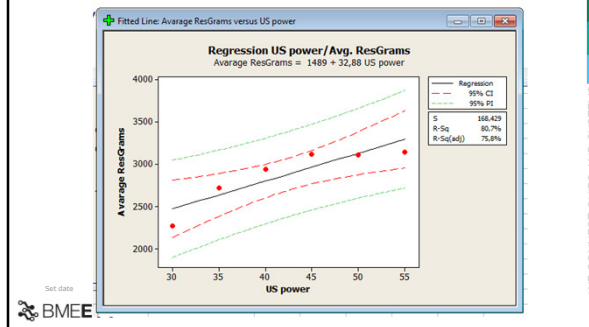
Összefüggőségi mintapéldák

- Regresszió: US power vs. Bond force



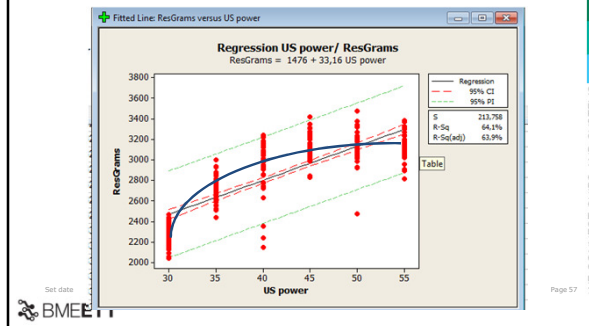
Összefüggőségi mintapéldák

- Lin. Regresszió: jó vagy sem a kapott eredmény?



Összefüggőségi mintapéldák

- Lin. Regresszió: NEM! A görbe szaturációs jellegű!



Összefüggőség vizsgálatok

- **Kvantitatív (számszerű) összefüggőségi vizsgálatok:**
- **Korreláció analízis:**
- Valószínűségi változók ha összefüggnek, akkor összefüggéseinek szorosságát jelzi.
- A regressziós függvényből is lehet következtetni, milyen szoros az összefüggés. Minél jobban illeszkednek a regressziós görbére, annál szorosabb az összefüggés. De ezek csak empirikus megfigyelések.
- Korrelációs együttható kiszámítása (ismétlés):

$$R(\xi, \eta) = \frac{M(\xi - M(\xi))(\eta - M(\eta))}{D(\xi)D(\eta)} \quad -1 \leq R(\xi, \eta) \leq 1$$



Összefüggőség vizsgálatok

- **Kvantitatív (számszerű) összefüggőségi vizsgálatok:**
- **Korreláció analízis:**
- $R = +1$: merev egyenes arányosság (amennyit nő az egyik, annyit nő a másik)
- $R = -1$: merev fordított arányosság
- $R = 0$: csak azt tudjuk kijelenteni, hogy korrelálatlanok az együtthatók. Sajnos ettől még lehetséges, hogy köztük merev arányosság álljon fel. **Nem szabad kijelenteni, hogy nincs kapcsolat.** részletesebb vizsgálat szükséges.
- Ha nem pont nulla, de közel van hozzá, akkor már meg lehet állapítani, hogy a kapcsolat nagyon laza.



Összefüggőség vizsgálatok

- **Kvalitatív (minőségi) összefüggőségi vizsgálatok:**
- Sokszor összefüggéseket keresünk minőségi jellemzők között is.
- Sokszor nem számszerű eredményekkel, hanem minősítő megjegyzésekkel kell dolgozunk:
 - Üveg: karcos vagy nem karcos. Biztos lehetne képfeldolgozó eljárással számszerű adatokat kapni, de bonyolult, gyakorlatban inkább nem alkalmazzuk
 - Felületi szennyeződés: kicsi, közepes, nagy
 - Egy termék: jó vagy nem jó. Mindegy, mitől nem jó, vagy mennyire; elég, hogy nem jó.



Összefüggőség vizsgálatok

- **Kvalitatív (minőségi) összefüggőségi vizsgálatok:**
- Módszer:
- Tapasztalati kontingencia tábla felvételi
- Elméleti kontingencia tábla felvétele
- Különbőségi táblázatok képzése
- Kszí négyzet próba alapján döntés a hipotézisről



WE CONNECT PEOPLE AND SYSTEMS

Összefüggőség mintapéldák

- **Kvalitatív példa:**
- **Adott termék esetén, huzalkötés (bond) nyírási szilárdság (shear teszt) vizsgálata**
- Van-e összefüggés a nyírási erő és az UH teljesítmény, valamint a nyírási erő és a kötési (bondolási) erő növelése miatt bekövetkező átlagérték növekedés között.



WE CONNECT PEOPLE AND SYSTEMS

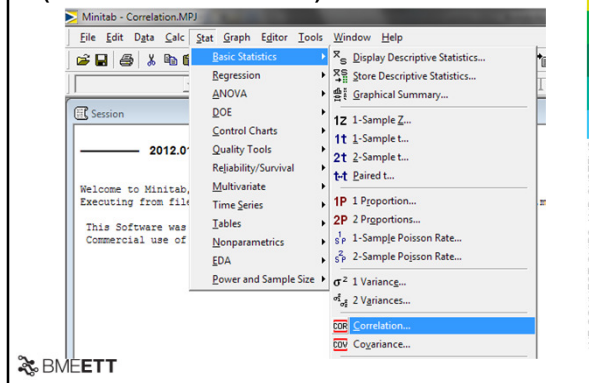
HUZALKÖTÉSEK NYÍRÁSI SZILÁRDSÁGA (KORRELÁCIÓ ANALÍZIS)

Shear erő [cN]	Alap	UH telj. növ.	Bond F növ.	Alap (rendezve)	UH telj. növ. (rendezve)	Bond F növ. (rendezve)
Mérés1	1401	1420	1421	1400	1409	1411
Mérés2	1420	1460	1432	1401	1410	1418
Mérés3	1411	1437	1411	1403	1415	1421
Mérés4	1403	1421	1440	1411	1420	1421
Mérés5	1414	1410	1421	1413	1420	1427
Mérés6	1418	1450	1430	1414	1421	1428
Mérés7	1413	1420	1418	1417	1437	1430
Mérés8	1422	1444	1428	1418	1444	1432
Mérés9	1400	1409	1427	1420	1450	1435
Mérés10	1417	1415	1435	1422	1460	1440
Átlag	1411,90	1428,60	1426,30	1411,90	1428,60	1426,30
Szórás	8,01	17,86	8,64	8,01	17,86	8,64



WE CONNECT PEOPLE AND SYSTEMS

HUZALKÖTÉSEK NYÍRÁSI SZILÁRDSÁGA (KORRELÁCIÓ ANALÍZIS)



HUZALKÖTÉSEK NYÍRÁSI SZILÁRDSÁGA (KORRELÁCIÓ ANALÍZIS)

The screenshot shows the Minitab 'Correlation' dialog box. The 'Variables' list contains 'Alap', 'UH telj növ', 'Bond F növ', 'Alap (rendezve)', 'UH telj növ (renc)', and 'Bond F növ (renc)'. The 'Display p-values' checkbox is checked. The 'OK' button is highlighted. Below the dialog box, a table shows the Pearson correlation coefficients for the selected variables. The correlation between 'Alap' and 'UH telj növ' is 0,629, which is highlighted with a red box. The p-value for this correlation is 0,051.

Correlations: Alap: UH telj növ

Pearson correlation of Alap and UH telj növ = 0,629
P-Value = 0,051

R érték	
Alap – UH telj növ	0,629
Alap – Bond F növ	0,082
Alap – UH telj rendezve	0,122
Alap – Bond F növ rendezve	0,307
Alap rendezve – UH telj rendezve	0,906
Alap rendezve – Bond F növ rendezve	0,950

Következtetés: Rendezni tilos!!! Sértjük a minták páronkénti függetlenségét!



SPC 5

5. Az SPC (Statistic Process Control) módszer

Dr. Illés Balázs



BUDAPESTI MŰSZAKI ÉS GAZDASÁGTUDOMÁNYI EGYETEM
ELEKTRONIKAI TECHNOLÓGIA TANSZÉK

WE CONNECT CHIPS AND SYSTEMS

Az SPC alapjai

- **SPC (Statistical Process Control)** = Statisztikus Minőség Szabályozás
- Sokszor a termékek rendkívüli nagy száma, más esetben a technológia jellege (folytonos technológiák, pl. tejüzem vagy kénsavgyártás) vagy gazdasági megfontolások nem teszik lehetővé a folytonos ellenőrzést, vizsgálatot (roncsolásos vizsgálatok).
- Egy gyártás összességét jelentő tételből teszünk kijelentéseket a minta ismeretében.
- Mintavétel: a kiválasztás **pszeudo jellegű** „majdnem véletlen”. Gépi úton nehéz teljesen véletlent előállítani.



WE CONNECT CHIPS AND SYSTEMS

Az SPC alapjai

- A gyakorlatban vannak a **mintavételt nehezítő tényezők**:
- Csomagolás: csomagolási egységeket nem lehet ésszerűtlenül bárhol megbontani. (pl. pólók csomagolása: konténerbe – dobozba – méret szerint – színek szerint)
- Emberi tényező: „Az emberek szeretik a szisztematikus dolgokat”, nehezen tudunk ténylegesen véletlen mintavételt végezni. Emellett befolyásoló lehet sok egyéb tényező (fáradtság, lelki állapot stb...)
- **Ezért sokszor erősen befolyásolt a mintavétel véletlensége!**



WE CONNECT CHIPS AND SYSTEMS

Az SPC alapjai

- SPC alapmennyiségei:

- Minta átlag: $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$

- Minta szórás: $s_x = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}}$

Korrigált:

$$s_x^* = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

- Terjedelem: $x_{ter} = |x_{max} - x_{min}|$

- Mozgóátlag: $\bar{x}_{n_1}^{n_2} = \frac{1}{n_2 - n_1 + 1} \sum_{i=n_1}^{n_2} x_i$



Adatgyűjtés és osztályozás

- Mely adatokat gyűjtjük: **a termék szempontjából szignifikáns adatokat**
- Szignifikáns adat lehet, minden olyan jellemző, ami a **termék minőségét (vagy megbízhatóságát)** befolyásolhatja. (Nagymértékben alkalmazásfüggő)
- A gyűjtött adatok nem csak **kvantitatívak** (számszerűek) lehetnek, hanem **kvalitatívak** (minősítéses) típusúak.
- Gyűjtendő adatok meghatározásának lépései:
 1. Elméleti meghatározás, specifikáció alapján
 2. **Gyakorlati meghatározás próbagyártással**
 3. Éles gyártás közbeni próba (tapasztalatszerzés)
 4. Eredményesség visszacsatolása



Adatgyűjtés és osztályozás

- Gyűjtendő adatok meghatározásának lépései:
- **1. Elméleti meghatározás, specifikáció alapján:**
- Sorra vesszük a specifikáció teljesüléséhez elengedhetetlen paramétereket, amelyek változását érdemes lehet megfigyelni.
- Az összes szignifikáns paraméter általában nem vizsgálható.
- Paraméterek szűkítésének 1. lépése: Csak olyan paramétert érdemes figyelni amelyre „**Befolyásunk**” **van**, olyan adatot főleg gyűjteni amit a gyártásunk nem befolyásol (pl. beszállított alkatrészház mérete).



Adatgyűjtés és osztályozás

- **2. Gyakorlati meghatározás próbagyártással**
- Az elméletileg meghatározott paraméterek szűkítésének 2. lépése:
- Milyen adatokat érdemes gyűjteni:
- **Gyártás során ingadozást mutat**, kvázi állandó értékek gyűjtése felesleges.
- **Kritikus a gyártás szempontjából**: kritikus gyártási lépés eredménye, ami gyakori hibát okozhat
- **Kritikus a termék szempontjából**: olyan jellemző amely értéke nem kompromisszum képes



Adatgyűjtés és osztályozás

- **3. Éles gyártás közbeni próba (tapasztalatszerzés)**
- AZ SPC egyik legfontosabb alapelve a tapasztalat szerzés a gyártásról
- Az elméletileg és a próbagyártás során megalkotott SPC sok esetben módosulhat az éles gyártás során
- A nagyobb tétel-minta szám miatt a statisztika javul, előre nem várt eredményeket kaphatunk
- **4. Eredményesség visszacsatolása**
- Az éles gyártás során szerzett tapasztalatokat folyamatosan vissza kell csatolni az SPC-be!
- Az idő előrehaladásával a gyártási körülmények, paraméterek és elvárások módosulhatnak



Adatgyűjtés és osztályozás

- **Adatok súlyozása**: gazdasági és egyéni okok miatt sokszor rákényszerülünk, hogy a lényeges adatok között is sorrendet állítsunk fel. (Pareto analízis)
- **Az adatok osztályozása**: az adatokat kezelhető osztályokba kell sorolni,
- Az osztályokat különféle kritériumok, szempontok alapján határozzuk meg. (pl. gyártósor, műszak, gép, stb.)
- Az adatokat idősorok szerint kell minősíteni.
- A véletlen és rendszeres hibák elkülöníthetőségét biztosítani kell. (Hisztogram analízis)



Adatgyűjtés és osztályozás

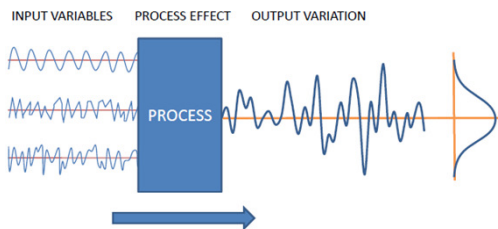
- **Hibakép vagy hibaok?**
- A gyakorlatban fontos: hibakép vagy hibaok statisztikát csinálunk-e.
- Hibakép: megmutatja, hogy egy szerelvénynél pl. hiányzik egy forrasztás, alkatrész, stb...
- Hibaok: pl. kifogyott a forrasztóanyag, vagy odaadagolta, de elromlott a hőközlő, stb...
- Egy hibaképhez több hibaok is tartozhat!
- Általában hibaképeket vizsgálunk
- Egy ellenőrző pont egy hibaképet vizsgál, ehhez akár 30 hibaok is tartozhat



WE CONNECT CHIPS AND SYSTEMS

Folyamatparaméterek

- **Mik azok a folyamatparaméterek amik befolyásolják a gyártásunkat?**



WE CONNECT CHIPS AND SYSTEMS

Folyamatparaméterek példa

- **Chip beültetés folyamat paraméterei:**
- **Bemenő paraméterek:**
 - A lemezen lévő Cu rajzolat pontossága
 - A chip geometria pontossága
- **Process paraméterek:**
 - Mozgató motor pontossága
 - Pipetta „pontossága”
 - Beültető gép „off set”-je



WE CONNECT CHIPS AND SYSTEMS

Folyamatparaméterek

- A bemenő paraméterek ingadozása + gyártás ingadozása okozza a végtermék minőségének ingadozását.
- A szűk keresztmetszet itt is érvényes: a bemenő paraméterek (beépülő alkatrészek) ingadozásánál nem lehetséges kisebb ingadozású végterméket létrehozni.
- A bemenő paraméterek nem feltétlenül vannak hatással egymásra, de szélsőséges esetben erősíthetik is egymás negatív hatását! (Az ilyen esetekkel feltétlenül foglalkozni kell, korreláció analízis)
- **Célunk a gyártás ingadozásának alacsonyan tartása.**



Folyamatparaméterek

- **Gyártás ingadozásának alacsonyan tartása:**
- Minőségért felelős személyek kiválasztása
- „Minőségpontok” definiálása a gyártásban
- A gyártás folyamatos monitorozás (SPC)
- Az eredmények rendszeres (napi/heti kiértékelése)
- Hiba vagy „negatív tendenciák” esetén beavatkozás
- A berendezések rendszeres szervizelése
- A berendezések rendszeres képességvizsgálata és kalibrálása
- A mérőműszerek rendszeres kalibrációja



Szabályozókártyák

- Az SPC legfőbb eszközei az ún. **szabályozókártyák**.
- A mért értékeket vagy valamely statisztikai jellemzőjüket az idő függvényében ábrázoljuk.
- Az időfüggés bevezetése miatt a rendszer dinamikája vizsgálható, a „jövő becsülhetővé válik”.
- **Leggyakrabban használt szabályozókártyák:**
- **I-MR:** Maga a mért értékek és mozgóterjedelem
- **X-bar-R:** A mért érték átlaga és terjedelme
- **X-bar-S:** A mért érték átlaga és szórása



Szabályozókártyák

- Az SPC legfőbb eszközei az ún. **szabályozókártyák**.
- A mért értékeket vagy valamely statisztikai jellemzőjüket az idő függvényében ábrázoljuk. Az időfüggés bevezetése miatt a rendszer dinamikája vizsgálható. Leggyakrabban használt szabályozókártyák:
- I-MR:** Maga a mért érték és mozgó terjedelem (nagyon kevés minta esetén, nincs értelme más statisztikai paraméternek)
- X-bar-R:** A mért érték átlaga és terjedelme (közepes mintaszám esetén, a szórás még csaloó lehet)
- X-bar-S:** A mért érték átlaga és szórása (nagy mintaszám esetén, a statisztikai paraméterek biztosan jól reprezentálják a megfigyelt jelenséget)



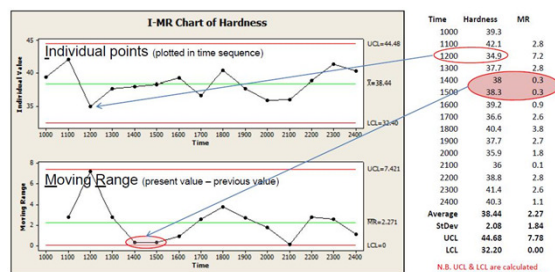
Szabályozókártyák

- I-MR (Maga a mért értékek és mozgóterjedelem)**
- Alkalmazása:** ha a gyártás jellegéből adódóan a mintavétel nem lehetséges (pl. folyamatos üzemű gyártás, tejüzem) vagy csak nagyon kevés minta áll rendelkezésre (pl. kisszerűs manufaktúráis gyártás)
- Kevés mintából nincs értelme más statisztikai paramétert számolni, mivel nagyon nagy lenne a bizonytalanság
- A legalacsonyabb reprezentációs értékkel rendelkező szabályozókártya, ritkán alkalmazott (kivéve fenti esetek)



Szabályozókártyák

- I-MR (Maga a mért érték és mozgó terjedelem)**



Szabályozókártyák

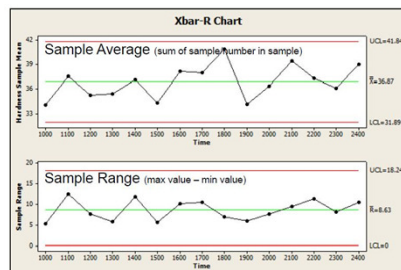
- **X-bar-R** (A mért érték átlaga és terjedelme)
- **Alkalmazása:** ha a gyártás jellegéből adódóan csak kis számú mintavétel lehetséges, tipikusan $n < 10$ (pl. kisszériás manufakturális gyártás).
- Ilyen esetekben az átlag már bír egy bizonyos reprezentativitással, de a szórás még nem.
- Az esetleges kiugró értékek miatt a terjedelem még jobban jellemez, mint a szórás.
- Az I-MR-nél nagyobb a reprezentációs értéke de kisebb mint az X-bar-S-nek



MECHANICAL CHIPS AND SYSTEMS

Szabályozókártyák

- **X-bar-R** (A mért érték átlaga és terjedelme)



MECHANICAL CHIPS AND SYSTEMS

Szabályozókártyák

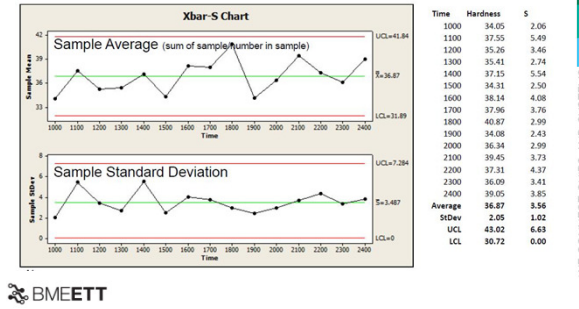
- **X-bar-S** (A mért érték átlaga és szórása)
- **Alkalmazása:** ha a gyártás jellegéből adódóan lehetőség van elégséges mintavételére, tipikusan $n > 10$ (tömeggyártási technológiák, **Mikroelektronika**).
- Ilyen esetekben mind az átlag mind a szórás megfelelően reprezentatív.
- A legnagyobb reprezentációs értékkel bíró szabályozókártya.
- Az elektronikai iparban általánosan alkalmazott szabályozókártya.



MECHANICAL CHIPS AND SYSTEMS

Szabályozókártyák

- **X-bar-S** (A mért érték átlaga és szórása)



Elfogadási és beavatkozási határok

- A szabályozókártyákhoz minden esetben tartoznak **elfogadási és beavatkozási határok**
- **Beavatkozási határok:** ha a mért vagy számított érték az átlép a beavatkozási határokat akkor a folyamat működése nem megfelelő, (még nem feltétlen gyártunk selejtet)
- **Elfogadási határok:** ha a mért vagy számított érték az elfogadási határok között van akkor a termék minősége megfelelő, de a folyamat működése mutathat rossz tendenciát.
- **Elfogadási határ $\geq$ Beavatkozási határ**

BMEETT

Elfogadási és beavatkozási határok

- **Elfogadási és beavatkozási határok közötti tartomány:**
- Az SPC jelzést ad, hogy a folyamat tendenciája esetlegesen nem megfelelő.
- Ha tartósan itt tartózkodik az adott érték akkor dönthetünk a beavatkozás mellett.
- Elfogadási és beavatkozási határok lehetnek azonosak is! (Gyártás specifikus)
- Elfogadási és beavatkozási határok nem feltétlenül szimmetrikusak $\pm$ irányban

BMEETT

Elfogadási és beavatkozási határok

- **Elfogadási és beavatkozási definiálása:**
- Nincsenek egzakt szabályok, gyártás és termék specifikus.
- Általánosan (ököliszabály):
- Beavatkozási tartomány átlag és egyéni értékeknél:

$$\bar{x} \pm (1.5 \sim 2s)$$
- Elfogadási tartomány átlag és egyéni értékeknél

$$USL = \bar{x} + 3s \quad LSL = \bar{x} - 3s$$



Elfogadási és beavatkozási határok

- **Elfogadási és beavatkozási definiálása:**
- Általánosan (ököliszabály):
- Beavatkozási tartomány szórás, terjedelem és mozgóterjedelem esetén általában nem definiált
- Elfogadási tartomány szórás, terjedelem és mozgóterjedelem esetén:

$$USL = \bar{s} + 3D(s) \quad USL = \bar{R} + 3D(R) \quad USL = \overline{MR} + 3D(MR)$$

$$LSL = 0 \quad LSL = 0 \quad LSL = 0$$
- (Szórás esetén abszolút értéket számolunk)



SPC döntési szabályok

- **„Western Electric szabályok:**
- A szabályozókártyákon nem szabályozott és random viselkedések elkülönítésére és kiszűrésre alkotott szabályok.
- Az alkalmazandó irányelveket Western Electric cég dolgozta ki 1956-ban.
- A WE módszer megpróbál különbséget tenni a szabályozó kártyákon bekövetkező természetes és nem természetes sorminták között, különféle kritériumok alapján.



SPC döntési szabályok

- „Western Electric szabályok:
- **WE kritériumok:**
- Középvonal környéki minták hiánya (minta keveredés)
- Kontrol limit körüli minták hiánya (minta rétegződés)
- Kontrol limiten kívüli minták (instabilitás)
- Egyéb természet ellenes viselkedés (szisztematikus ismétlődés és trendek a mintákban)
- A WE a szabályozókártyákat a középvonal és a kontrol limitek között a standard szórás alapján három zónára osztja.



WE CONTROL CHARTS AND SYSTEMS

SPC döntési szabályok

- „Western Electric szabályok:
- A WE zónák:
- **A zóna:** a kontrol limit (általában 3σ) és a 2σ közötti terület.
- **B zóna:** a 2σ és 1σ közötti terület.
- **C zóna:** a 1σ és a középvonal közötti terület.
- A WE legfontosabb szabályai a 4 db. ún. zóna szabály amelyek segítségével a folyamat instabilitása és természetellenes viselkedése kiszűrhető.

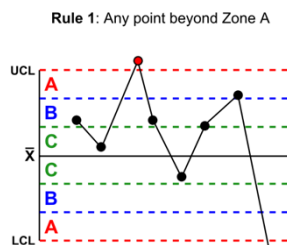


WE CONTROL CHARTS AND SYSTEMS

SPC döntési szabályok

- „Western Electric zóna szabályok:

- 1. zóna szabály:
- **Ha akár 1 pont is kilép az UCL vagy LCL határokon akkor beavatkozunk.**

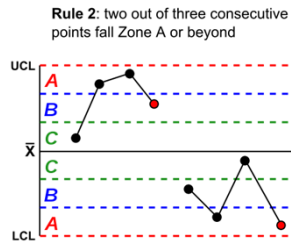


WE CONTROL CHARTS AND SYSTEMS

SPC döntési szabályok

- „Western Electric zóna szabályok:

- 2. zóna szabály:
- Ha három egymást követő érték közül kettő az „A” zónába (2 és 3 σ közötti rész) vagy azon kívül kerül, azonos oldalon, akkor beavatkozunk**

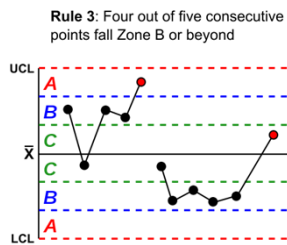


BMEETT

SPC döntési szabályok

- „Western Electric zóna szabályok:

- 3. zóna szabály:
- Ha öt egymást követő érték közül négy a „C” zónán (1 σ középvonal közötti rész) kívül esik, azonos oldalon, akkor beavatkozunk**

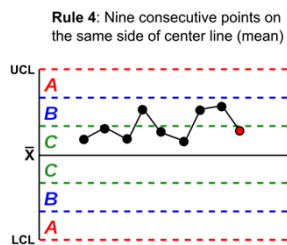


BMEETT

SPC döntési szabályok

- „Western Electric zóna szabályok:

- 4. zóna szabály:
- Ha 9 egymást követő pont a középvonal azonos oldalára esik, akkor beavatkozunk**



BMEETT

SPC döntési szabályok

- „Western Electric szabályok:
- Az előző 4 zóna szabály szimmetrikus kontrol limitek esetére vonatkozott.
- Ha kontrol limitek nem szimmetrikusak más szabályokat alkalmazunk a beavatkozásra:
- 1. Ha akár 1 pont is kilép az UCL vagy LCL
- 2. Két egymás utáni pont a felső „A” tartományba esik
- 3. Három egymás utána pont a felső „B” tartományba esik
- 4. Hét egymás utána pont a középvonal fölé esik
- 5. Tíz egymás utána pont a középvonal alá esik
- 6. Négy egymás utána pont az alsó „A” tartományba esik



MECONOT COURSES AND SYSTEMS

SPC döntési szabályok

- „Western Electric „sorminta” szabályok:
- 1. Tizenöt egymást követő pont a C zónába esik: lehetséges, hogy a minta rétegzetté vált (túl kicsi a változás).
- 2. Nyolc egymást követő pont bármely oldalon a „C” zónán kívül esik: lehetséges, hogy a minta keveredett (heterogén a minta).
- 3. Középvonal alatti pontok sorozata középvonal feletti pontok sorozatára vált vagy fordítva: negatív trend következett be (pl. középérték eltolódás)



MECONOT COURSES AND SYSTEMS

SPC döntési szabályok

- „Western Electric „sorminta” szabályok:
- Szabályok nélkül szűrendő jelenségek:
- „Ismétlődés”: egy kártya jellege az előzőleg mért kártya jellegét követi
- „Szisztematikusság”: alternáló minták sorozata



MECONOT COURSES AND SYSTEMS

SPC döntési szabályok

- **Nelson szabályok:**
- A szabályozókártyákon nem szabályozott és random viselkedések elkülönítésére és kiszűrésre alkotott szabályok.
- Az alkalmazandó irányelveket **Lloyd S Nelson** dolgozta ki 1984-ben.
- A WE módszer 4 zóna szabályán túl még 4 szabályt fogalmazott meg.
- A WE nem szabályozott vagy „sorminta” szabályait írja le zónaszabályokkal.

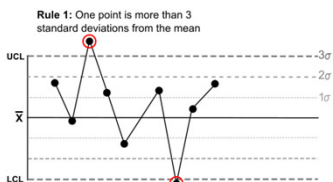


WE CONNEXION CHIPS AND SYSTEMS

SPC döntési szabályok

- **Nelson zóna szabályok:**

- 1. zóna szabály:
- ***Ha akár 1 pont is kilép az UCL vagy LCL határokon, akkor beavatkozunk.***

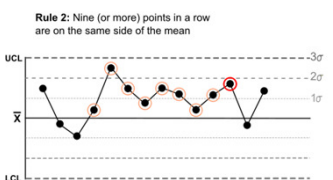


WE CONNEXION CHIPS AND SYSTEMS

SPC döntési szabályok

- **Nelson zóna szabályok:**

- 2. zóna szabály:
- ***Ha 9 egymást követő pont a középvonal azonos oldalára esik, akkor beavatkozunk.***



Gyanús tendencia a mintákban, átlag eltolódás



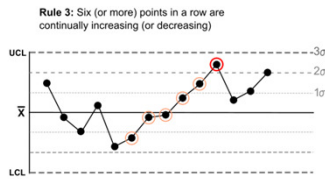
WE CONNEXION CHIPS AND SYSTEMS

SPC döntési szabályok

- Nelson zóna szabályok:

- 3. zóna szabály:

Ha 6 egymást követő pont folyamatosan növekszik, akkor beavatkozunk.



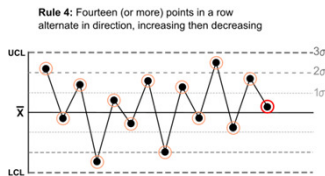
Gyanús tendencia a mintákban

SPC döntési szabályok

- Nelson zóna szabályok:

- 4. zóna szabály:

Ha 14 egymást követő pont a középvonal körül alternál, akkor beavatkozunk.

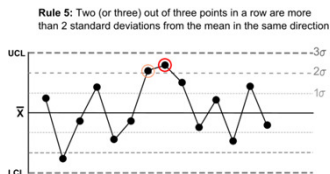


SPC döntési szabályok

- Nelson zóna szabályok:

- 5. zóna szabály:

Ha három egymást követő érték közül kettő az „A” zónába kívül kerül, azonos oldalon, akkor beavatkozunk

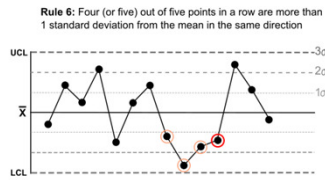


SPC döntési szabályok

- Nelson zóna szabályok:

- 6. zóna szabály:

Ha öt egymást követő érték közül négy a „C” zónán kívül esik, azonos oldalon, akkor beavatkozunk



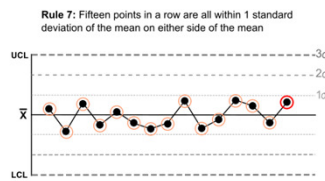
BMEETT

SPC döntési szabályok

- Nelson zóna szabályok:

- 7. zóna szabály:

Ha tizenöt egymást követő érték a „C” zónába esik, akkor beavatkozunk



Rétegzett (túl homogén) a minta

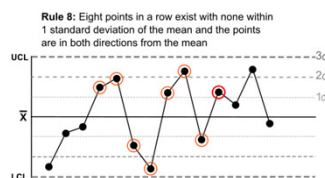
BMEETT

SPC döntési szabályok

- Nelson zóna szabályok:

- 8. zóna szabály:

Ha nyolc egymást követő érték közül egy sem esik a „C” zónába, akkor beavatkozunk



Kevert (heterogén) a minta

BMEETT

SPC döntési szabályok

- Melyiket alkalmazzuk? **WE vagy Nelson?**
- Ha jobban megvizsgáljuk őket az eltérés elég kicsi.
- A mai SPC szoftverek pl. (Minitab) a WE és Nelson szabályokat általában együttesen alkalmazzák és nem is feltétlenül mindet.



SPC példa

- **Pasztanyomtatásának ellenőrzése:**
- **Specifikáció:**
 - Célérték = 250 μm
 - Beavatkozási határok = 230 – 270 μm
 - Elfogadási határok = 210 – 290 μm
 - Mérések száma = 5 db (30 kártyánként)



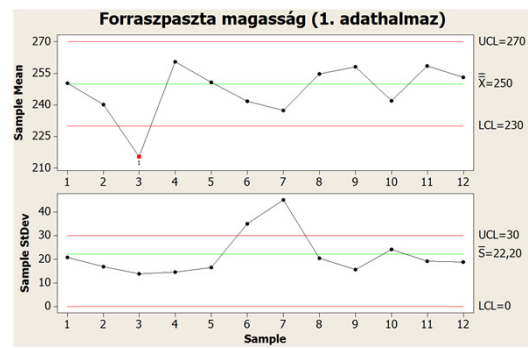
SZABÁLYZÓKÁRTYÁK TÍPUSAI – STENCILNYOMTATÁSSAL FELVITT FORRASZPASZTA MAGASSÁGA (PÉLDA 1)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Mérés1	255	243	203	266	255	265	190	250	268	256	234	266
Mérés2	225	265	222	280	234	233	272	265	234	244	265	276
Mérés3	262	244	232	256	265	210	260	221	255	260	243	234
Mérés4	276	222	221	261	233	290	187	270	259	250	276	256
Mérés5	234	227	199	240	267	211	278	268	275	200	275	234
Átlag	250,4	240,2	215,4	260,6	250,8	241,8	237,4	254,8	258,2	242	258,6	253,2
Szórás	20,77	16,90	13,90	14,59	16,44	35,00	45,12	20,46	15,61	24,25	19,11	18,90
Terj.	51	43	33	40	34	80	91	49	41	60	42	42

Beavatkozási határok (pl.)	Átlag	Szórás	Terjedelem	Elfogadási határok	Átlag
UCL	270	30	50	USL	290
LCL	230	—	—	LSL	210

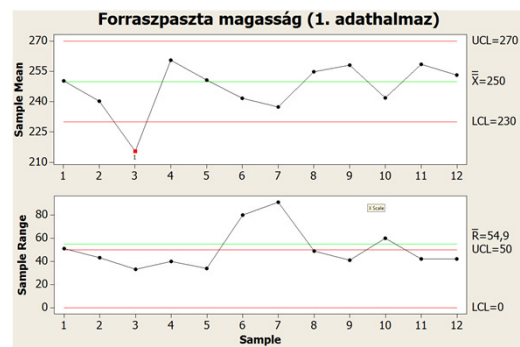


SZABÁLYZÓKÁRTYÁK TÍPUSAI – STENCILNYOMTATÁS (XBAR-S/1)



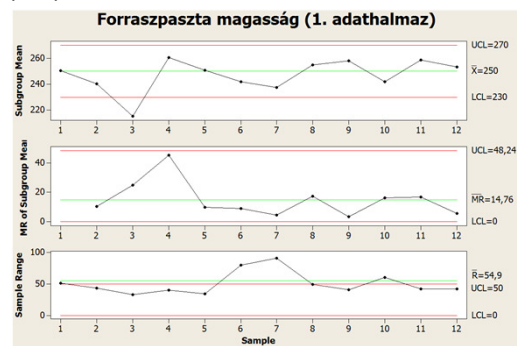
BMEETT

SZABÁLYZÓKÁRTYÁK TÍPUSAI – STENCILNYOMTATÁS (XBAR-R/1)



BMEETT

SZABÁLYZÓKÁRTYÁK TÍPUSAI – STENCILNYOMTATÁS (I-MR)



BMEETT

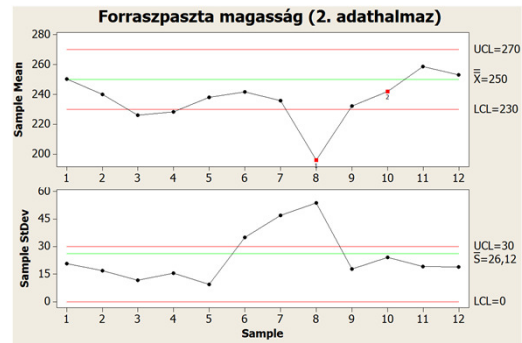
SZABÁLYZÓKÁRTYÁK TÍPUSAI – STENCILNYOMTATÁSSAL FELVITT FORRASZPASZTA MAGASSÁGA (PÉLDA 2)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Mérés1	255	243	231	241	236	265	190	177	243	256	234	266
Mérés2	225	265	222	231	234	233	272	190	234	244	265	276
Mérés3	262	244	244	245	233	210	260	270	255	260	243	234
Mérés4	276	222	221	215	233	290	180	124	220	250	276	256
Mérés5	234	227	213	210	255	211	278	220	210	200	275	234
Átlag	250,4	240,2	226,2	228,4	238,2	241,8	236	196,2	232,4	242	258,6	253,2
Szórás	20,77	16,90	11,82	15,49	9,47	35,00	47,14	53,94	17,90	24,25	19,11	18,90
Terj.	51	43	31	35	22	80	98	146	45	60	42	42

Beavatkozási határok (pl.)	Átlag	Szórás	Terjedelem	Elfogadási határok	Átlag
UCL	270	30	50	USL	290
LCL	230	—	—	LSL	210

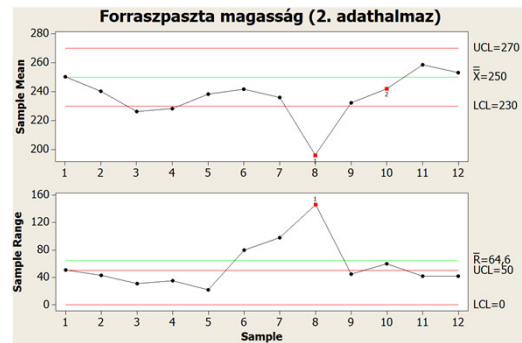
BMEETT

SZABÁLYZÓKÁRTYÁK TÍPUSAI – STENCILNYOMTATÁS (XBAR-S/2)



BMEETT

SZABÁLYZÓKÁRTYÁK TÍPUSAI – STENCILNYOMTATÁS (XBAR-R/2)



BMEETT

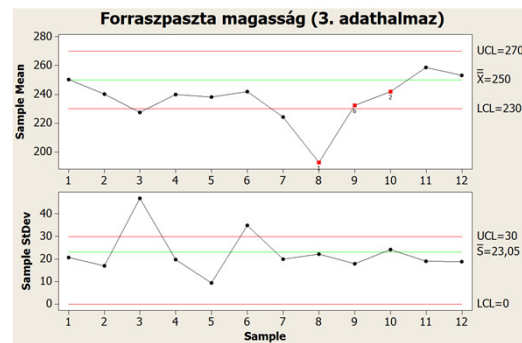
SZABÁLYZÓKÁRTYÁK TÍPUSAI – STENCILNYOMTATÁSSAL FELVITT FORRASZPASZTA MAGASSÁGA (PÉLDA 3)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Mérés1	255	243	160	255	236	265	210	177	243	256	234	266
Mérés2	225	265	222	231	234	233	255	190	234	244	265	276
Mérés3	262	244	244	245	233	210	234	210	255	260	243	234
Mérés4	276	222	221	258	233	290	210	167	220	250	276	256
Mérés5	234	227	290	210	255	211	212	220	210	200	275	234
Átlag	250,4	240,2	227,4	239,8	238,2	241,8	224,2	192,4	232,4	242	258,6	253,2
Szórás	20,77	16,90	46,92	19,72	9,47	35,00	19,98	22,13	17,90	24,25	19,11	18,90
Terj.	51	43	130	48	22	80	45	53	45	60	42	42

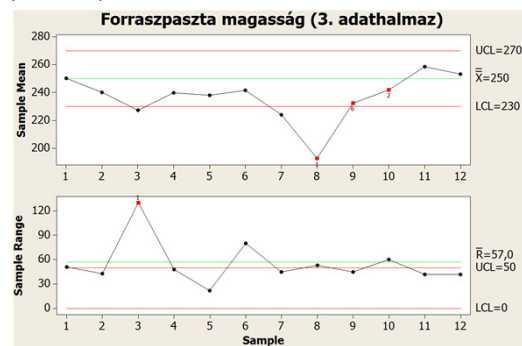
Beavatkozási határok (pl.)	Átlag	Szórás	Terjedelem	Elfogadási határok	Átlag
UCL	270	30	50	USL	290
LCL	230	—	—	LSL	210



SZABÁLYZÓKÁRTYÁK TÍPUSAI – STENCILNYOMTATÁS (XBAR-S/3)



SZABÁLYZÓKÁRTYÁK TÍPUSAI – STENCILNYOMTATÁS (XBAR-R/3)



Pareto elemzés

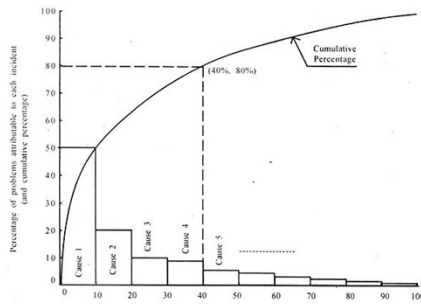
- **Vilfredo Pareto** sejtelezéssel foglalkozó matematikus módszere: **melyik hibával érdemes foglalkozni?**
- Számoljuk össze az előforduló hibaképek (hibaokok) gyakoriságát és rendezzük azokat nagyságszerinti csökkenő sorrendbe.
- **Ha kumulatív görbe exponenciális szaturációt mutat a gyártásunk megfelelő.** Ez praktikus azt jelenti, hogy a hibák 80%-át 3-4 hibakép jelenti.
- A Hibakép Pareto egyszerűbb, egyszerűbben lehet belőle a termelésre következtetni. A Hibaok Pareto sokkal összetettebb elemzést igényel (ritkábban használt).



ME CONVENT CASES AND SYSTEMS

Pareto elemzés

- Ahhoz hogy akár 80%-al csökkenjen a selejtelek száma elég az első 3-4 hibaképpel foglalkozni!



ME CONVENT CASES AND SYSTEMS

Pareto-Lorenz elemzés

- **A Pareto módszer kiegészítése a hibaképek költségének elemzésével.**
- Nem biztos, hogy a leggyakoribb hiba okozza a legtöbb veszteséget!
- A sorba rendezett hibaképek gyakorisága alá ábrázoljuk azok összes költségének százalékos arányát is.
- Hibakép költsége:
 - a selejt költségéből,
 - javítási költségéből,
 - osztályos áruk költségéből.



ME CONVENT CASES AND SYSTEMS

Pareto-Lorenz elemzés

- *Ha mind a két görbe kumulatív exponenciális szaturációt mutat a gyártásunk megfelelő.*
- **Praktikusan:** az első 3-4 hibára esik a jelentkező hibák 2/3-a és a hibák költségeinek 2/3-a.
- Probléma: az egyes hibaképek direkt - indirekt költség sokszor nehezen meghatározható és sok más paraméter is befolyásolja.



MECONOT CHIPS AND SYSTEMS

Pareto elemzés PÉLDA 1

- Előforduló hibaképek:
 - Zárványos forrasztás: 33 %
 - Nyíltkötés: 12 %
 - Elemelkedő alkatrészláb: 4%
 - Forrasz golyósodás: 25%
 - Egyéb: 26 %



MECONOT CHIPS AND SYSTEMS

Pareto elemzés PÉLDA 2

- Előforduló hibaképek:
 - Zárványos forrasztás: 33 %
 - Rövidzár: 8 %
 - Nyíltkötés: 12 %
 - Hiányzó alkatrész: 16 %
 - Elemelkedő alkatrészláb: 4%
 - Forrasz golyósodás: 25%
 - Egyéb: 2%
 - Alkatrész törés: 0.5%
 - Hordozó vetemedése: 1.5%



MECONOT CHIPS AND SYSTEMS

Pareto-Lorenz elemzés PÉLDA

- Előforduló hibaképek:

– Zárványos forrasztás: 33 %	költsége: 22%
– Rövidzár: 8 %	költsége: 24%
– Nyíltkötés: 12 %	költsége: 6%
– Hiányzó alkatrész: 16 %	költsége: 10%
– Elemelkedő alkatrészláb: 4%	költsége: 2%
– Forrasztás golyósodás: 25%	költsége: 34%
– Egyéb: 2%	költsége: 2%
• Alkatrész törés: 0.5%	
• Hordozó vetemedése: 1.5%	



SPC 6

6. Gép- és folyamatképesség vizsgálatok

Dr. Illés Balázs



BUDAPESTI MŰSZAKI ÉS GAZDASÁGTUDOMÁNYI EGYETEM
ELEKTRONIKAI TECHNOLÓGIA TANSZÉK

WE CONNECT CHIPS AND SYSTEMS
WE CONNECT CHIPS AND SYSTEMS
WE CONNECT CHIPS AND SYSTEMS

Tartalom

- Standard Normális eloszlás
- Szabályozott és szabályozatlan folyamat
- A hibatá: PPM és DPMO
- Gép-, folyamatképesség
- Gép- és folyamatképesség (példa)
- Stabilitás
- Minőség kapacitás
- Minőségkapacitás (példa)

BMEETT

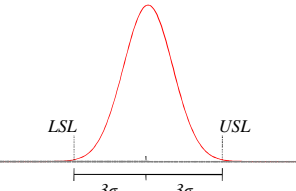
2/21

WE CONNECT CHIPS AND SYSTEMS
WE CONNECT CHIPS AND SYSTEMS
WE CONNECT CHIPS AND SYSTEMS

A STANDARD NORMÁLIS ELOSZLÁS

Sűrűségfüggvénye: $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right]$

Intervallum-szélesség	$\pm\sigma$	$\pm2\sigma$	$\pm3\sigma$	$\pm4\sigma$	$\pm5\sigma$	$\pm6\sigma$
P valószínűség	0,68268	0,9545	0,9973	0,999936	0,9999994	0,999999998



BMEETT

3/21

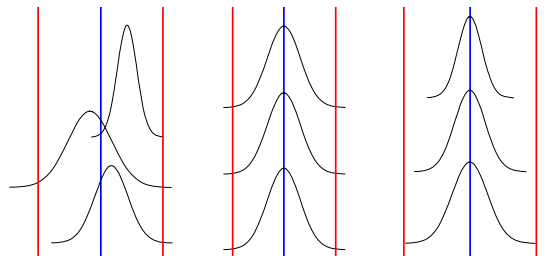
WE CONNECT CHIPS AND SYSTEMS
WE CONNECT CHIPS AND SYSTEMS
WE CONNECT CHIPS AND SYSTEMS

A SZABÁLYOZOTT ÉS SZABÁLYOZATLAN FOLYAMAT

Szabályozatlan folyamat

Szabályozott folyamat

Szabályozott folyamat és kielégíti az elvárásokat

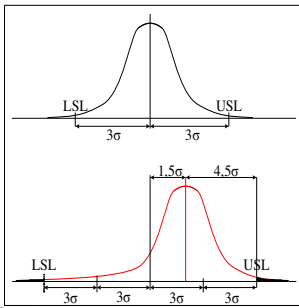


BMEETT

4/21

A HIBARÁTA: PPM ÉS DPMO

PPM (Part per million) és DPMO (Defects per million opportunity)
az 1 millió hibahelyre vetített hibaarány



	Középpontos eloszlás (ppm)
1 σ	317 311 hiba/10 ⁶
2 σ	45 500 hiba/10 ⁶
3 σ	2700 hiba/10 ⁶
4 σ	63 hiba/10 ⁶
5 σ	0,574 hiba/10 ⁶
6 σ	0,002 hiba/10 ⁶

	Eltolt (1.5) eloszlás (ppm)
1 σ	697 672 hiba/10 ⁶
2 σ	308 770 hiba/10 ⁶
3 σ	66 811 hiba/10 ⁶
4 σ	6210 hiba/10 ⁶
5 σ	233 hiba/10 ⁶
6 σ	3,4 hiba/10 ⁶

BMEETT

5/21

GÉP-, FOLYAMATKÉPESSÉG

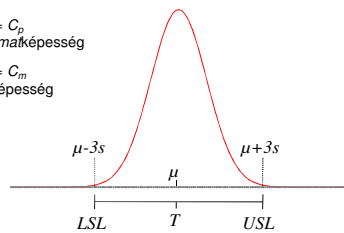
Alapértelmezés (ha a célérték megegyezik a gyártott tétel mért jellemzőjének átlagával $\mu - T = 0$):

$$C = \frac{FTH - ATH}{2k \cdot s}$$

C = capability képesség
 FTH = USL felső tűréshatár
 ATH = LSL alsó tűréshatár
 s = minta szórása
 μ = minta átlaga
 T = target Gyártási célérték

C_p folyamatképesség	1 ($s=\sigma$)	1.33 ($s=3\sigma/4$)	2 ($s=\sigma/2$)
Hibaráta, PPM (középpontos)	2700	63	0,002

$k=3 = C_p$ folyamatképesség
 $k=4 = C_m$ gépképesség



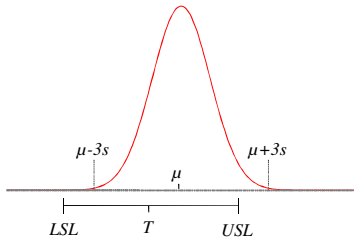
BMEETT

6/21

KORRIGÁLT KÉPESSÉGI INDEX

Ha a célérték nem feltételen egyezik meg a gyártott tétel mért jellemzőjének átlagával ($\mu - T \neq 0$) ezenkívül $C_K \leq C$ mindig igaz:

$$C_{PU} = \frac{FTH - \mu}{k \cdot s}; \quad C_{PL} = \frac{\mu - ATH}{k \cdot s}; \quad C_{PK} = \min(C_{PU}, C_{PL})$$



BMEETT

7/21

GÉPKÉPESSÉG – PINBEÜLTETÉS VIZSGÁLATA



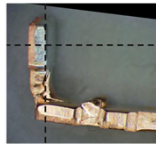
a) PIN illesztése vízszintes szálkereszthez



b) PIN mélység mérése



a) PIN illesztése vízszintes szálkereszthez



PIN szög meghatározása

PIN mélység	
Célérték	3,925 mm
Felső beavatkozási határ	4,0 mm
Alsó beavatkozási határ	3,85 mm
Felső specifikációs határ	4,05 mm
Alsó specifikációs határ	3,8 mm

PIN szög	
Célérték	95,25 °
Felső beavatkozási határ	95,75 °
Alsó beavatkozási határ	94,75 °
Felső specifikációs határ	97 °
Alsó specifikációs határ	93,5 °

BMEETT

8/21

Gépképesség (példa)

- **Pin illesztés mélység:** 100 db mérés alapján a minták átlaga 3.9 mm, 0.025 mm-es szórással.
- Mekkora a C_m értéke?

$$C_m = \frac{FTH - ATH}{2k \cdot s} = \frac{4.05 - 3.8}{2 \cdot 4 \cdot 0.025} = 1.25$$

- Mekkora a korrigált C_{mk} ?

$$C_{MU} = \frac{FTH - \mu}{k \cdot s} = \frac{4.05 - 3.9}{4 \cdot 0.025} = 1.5; \quad C_{MK} = \min(C_{PU}, C_{PL}) = 1$$

$$C_{ML} = \frac{\mu - ATH}{k \cdot s} = \frac{3.9 - 3.8}{4 \cdot 0.025} = 1;$$

BMEETT

9/21

Gépképesség (példa)

- **Pin illesztés szög:** 100 db mérés alapján a minták átlaga 95.2° 0.3°-os szórással.
- Mekkora a C_m értéke?

$$C_m = \frac{FTH - ATH}{2k \cdot s} = \frac{97 - 93.5}{2 \cdot 4 \cdot 0.3} = 1.45$$

- Mekkora a korrigált C_{mk} ?

$$C_{MU} = \frac{FTH - \mu}{k \cdot s} = \frac{97 - 95.2}{4 \cdot 0.3} = 1.5; \quad C_{MK} = \min(C_{PU}, C_{PL}) = 1.42$$

$$C_{ML} = \frac{\mu - ATH}{k \cdot s} = \frac{95.2 - 93.5}{4 \cdot 0.3} = 1.42;$$



10/21

Stabilitás

- **Stabilitás:** azt mutatja meg, hogy a gyártás mennyire egyenletesen produkálja a C_{MK} vagy C_{PK} értékeket.
- Ha több folyamatból tevődik össze a gyártás, akkor a részfolyamat-képességek eredője határozza meg a **minőségkapacitást**. statikus / dinamikus
- Azt elemezzük, hogy vannak-e olyan **ingadozások**, amik nagyban veszélyeztetik egy átlagosan tudott minőségkapacitást.
- C_{MK} vagy C_{PK} értékeket nem elég csak egyszer megmérni, a folyamatokat folyamatosan meg kell figyelni!
- Figyelni kell a kiugró értékeket, a trendeket!



11/21

STABILITÁS ÉS KÉPESSÉG

		STABIL?	
		igen	nem
KÉPES?	igen		
	nem		

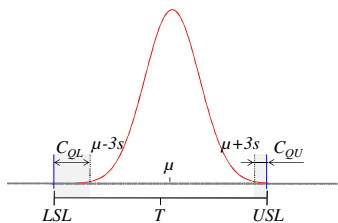


12/21

MINŐSÉG KAPACITÁS

Ha a minta szórása jóval kisebb, mint az elfogadási határok távolsága (ha $\mu - T = 0$, akkor C_Q szimmetrikus; ha $\mu - T \neq 0$, akkor C_Q aszimmetrikus):

$$C_{QU} = FTH - \mu - 3s; \quad C_{QL} = \mu - 3s - ATH; \quad C_Q = \min(C_{QU}, C_{QL})$$



A minőségkapacitás (példa)

- **Pin illesztés mélység:** 100 db mérés alapján a minták átlaga 3.9 mm, 0.025 mm-es szórással.
- Mekkora a C_Q értéke?

$$C_{QU} = FTH - \mu - 3s = 4.05 - 3.9 - 3 \cdot 0.025 = 0.075;$$

$$C_{QL} = \mu - 3s - ATH = 3.9 - 3.8 - 3 \cdot 0.025 = 0.025;$$

$$C_Q = \min(C_{QU}, C_{QL}) = 0.025$$

Minőségkapacitás (példa)

- **Pin illesztés szög:** 100 db mérés alapján a minták átlaga 95.2° 0.3°-os szórással.
- Mekkora a C_Q értéke?

$$C_{QU} = FTH - \mu - 3s = 97 - 95.2 - 3 \cdot 0.3 = 0.9;$$

$$C_{QL} = \mu - 3s - ATH = 95.2 - 93.5 - 3 \cdot 0.3 = 0.8;$$

$$C_Q = \min(C_{QU}, C_{QL}) = 0.8$$

A minőségkapacitás

- A minőségben meglévő tartalékok feltárására szolgál.
- A szórások elemzésén alapul.
- A tartalékokat az átlagok névleges értékhez közelítésével és a szórások csökkentésével mozgósíthatjuk.
- **Minőségkapacitás szintek**
 - SMK statikus mk.
 - DMK dinamikus mk.
 - SDMK stabilizált din. mk.
 - EMK elméleti mk.

A minőségkapacitás

- **Tartalékszámítás (Példa):**
- 1. Mintavételezéssel felvesszük az alaphelyzetet (statikus minőségkapacitás)
- 2. Megvizsgáljuk mennyivel javulna a helyzet, ha első lépésben a minták átlagait közelítenénk a gyártás célértékéhez (dinamikus minőségkapacitás)
- 3. Megvizsgáljuk mekkora lenne a javulás, ha a legkisebb elért szórást tudnánk minden időpontban biztosítani (stabilizált dinamikus minőségkapacitás)
- 4. Végül megvizsgálhatjuk milyen tartalékok vannak az elméletileg elérhető legjobb eredményekben (elméleti minőségkapacitás)

GÉPKÉPESSÉG – PINBEÜLTETÉS VIZSGÁLATA



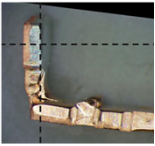
a) PIN illesztése vízszintes szálkereszthez



b) PIN mélység mérése



a) PIN illesztése vízszintes szálkereszthez



PIN szög meghatározása

PIN mélység	
Célérték	3,925 mm
Felső beavatkozási határ	4,0 mm
Alsó beavatkozási határ	3,85 mm
Felső specifikációs határ	4,05 mm
Alsó specifikációs határ	3,8 mm

PIN szög	
Célérték	95,25 °
Felső beavatkozási határ	95,75 °
Alsó beavatkozási határ	94,75 °
Felső specifikációs határ	97 °
Alsó specifikációs határ	93,5 °

A minőségkapacitás (példa)

- **Pin illesztés mélység:** Tekintsük az előzőekben kiszámolt minőség kapacitást a rendszer statikus SMK-jának! (0.025)
- A 2. lépésben beavatkozunk és: 100 db mérés alapján a minták átlagát 3.92 mm-re javítjuk 0.027 mm-es szórással.
- Mekkora lesz a dinamikus minőség kapacitás?

$$DMK_U = FTH - \mu - 3s = 4.05 - 3.92 - 3 \cdot 0.027 = 0.049;$$

$$DMK_L = \mu - 3s - ATH = 3.92 - 3.8 - 3 \cdot 0.027 = 0.039;$$

$$DMK = \min(DMK_U, DMK_L) = 0.039$$

- A javulás $0.039 - 0.025 = 0.014$!

A minőségkapacitás (példa)

- **Pin illesztés mélység:**
- **A 3. lépésben:** 100 db mérés alapján a minták átlagát 3.918 mm-re rontjuk de a szórást 0.02 mm-re javítjuk.
- Mekkora lesz a stabilizált minőség kapacitás?

$$SDMK_U = FTH - \mu - 3s = 4.05 - 3.918 - 3 \cdot 0.02 = 0.072;$$

$$SDMK_L = \mu - 3s - ATH = 3.918 - 3.8 - 3 \cdot 0.02 = 0.058;$$

$$SDMK = \min(SDMK_U, SDMK_L) = 0.058$$

- További javulás $SDMK - DMK = 0.019$!

A minőségkapacitás (példa)

- **Pin illesztés mélység:**
- A 4. lépésben megvizsgáljuk mekkora lenne az elméleti minőség kapacitás ha a berendezés mindig tudná teljesíteni a „best case” specifikációját ami: 3.925 mm-es átlag, 0.015mm-es szórás mellett:

$$EMK_U = FTH - \mu - 3s = 4.05 - 3.925 - 3 \cdot 0.015 = 0.08;$$

$$EMK_L = \mu - 3s - ATH = 3.925 - 3.8 - 3 \cdot 0.015 = 0.08;$$

$$EMK = \min(EMK_U, EMK_L) = 0.08$$

- További javulás $EMK - SDMK = 0.022$ javulás lenne elméletileg lehetséges! (Ennél több már nincs a rendszerben.)



TERMÉKEK MEGBÍZHATÓSÁGA

Dr. Illés Balázs



BUDAPESTI MŰSZAKI ÉS GAZDASÁGTUDOMÁNYI EGYETEM
ELEKTRONIKAI TECHNOLÓGIA TANSZÉK

WE CONNECT CHIPS AND SYSTEMS

Az előadás témakörei

- A megbízhatóság fogalma
- A meghibásodás fajtái
- Az állományfüggvény, az élettartam jellegzetes szakaszai
- A „fürdőkád-görbe”
- Megbízhatósági függvények
- Elhasználódó és nem elhasználódó objektumok



2/19

WE CONNECT CHIPS AND SYSTEMS

Megbízhatóság

- **A megbízhatóság fogalma:**
- „Időfüggő minőség”
- „A megbízhatóság a minőség dinamikája”
- „A termék specifikációjának időben teljesülésének módja”
- Lényeges -> megbízhatóság egy időfüggő fogalom!



3/19

WE CONNECT CHIPS AND SYSTEMS

Meghibásodás

• Meghibásodások fajtái:

1. Meghibásodás közvetlenül a működtetés megkezdése után (az élettartam kezdeti szakaszában).
2. Meghibásodás az élettartam hasznos szakaszában (az alkatrészek előregedése előtt).
3. Meghibásodás az alkatrészek előregedési szakaszban.

Meghibásodás

• Meghibásodások okai:

1. Kezdeti szakaszban történő meghibásodás esetén -> **főleg gyártási és alapanyag hibák miatt**
2. Hasznos élettartam alatti meghibásodások esetén -> **véletlen (sztochasztikus) hibák, esetleg nem megfelelő használat**
3. Előregedési szakasz alatti meghibásodások esetén -> **anyagok előregedése miatt**

Meghibásodás

• Meghibásodások kezelése:

- Kezdeti meghibásodások
 - Olcso termék esetén: „nem foglalkozik vele a gyártó”, inkább cseréli az elromlott készüléket
 - Drága termék esetén: „Burn in” módszer
- Burn in módszer: „Túléltetik” a kezdeti szakaszt a termékkel a gyártás helyén (pl. hűtőszekrényeket 2 napig járatják eladás előtt)

Meghibásodás

• Meghibásodások kezelése:

- Hasznos élettartam alatti meghibásodások
Garanciális szerviz (majd garanciális szerviz után sima szerviz)
- Előregedési szakasz alatti meghibásodások
Generálózás, felújítás, kopó alkatrészek cseréje, főleg nagyon értékű készülékek esetén (pl. autó)

Meghibásodás

• „Fizikai vs erkölcsi” elévülés

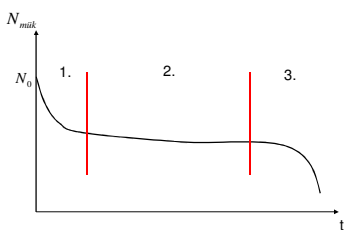
- A tényleges fizikai és erkölcsi elévülés sok esetben nem esik egybe (pl. mobil kommunikációs eszközök).
- 20. századi megbízhatósági filozófia: nem igazán ismerte az erkölcsi elévülést „egy termék annál inkább eladható minél tovább működik”, (pl. Hajdú mosógépek 20 évig is működtek).
- Mára nagy szerepe van az erkölcsi elvülésnek!

Meghibásodás

• Élettartam tervezése:

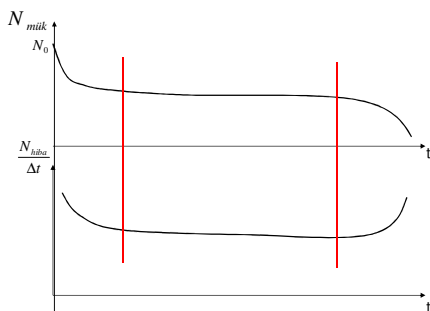
- Ha készülék tovább működik mint amíg úgy is lecserélik az sem a vevőnek sem a gyártónak nem érdeke.
- Termékeket úgy kell megtervezni, hogy az erkölcsi és fizikai elévülés közel egybe essen.
- Manapság gyakran alkalmazott üzletpolitika: „Fizikai elévüléssel presszionált csere” (pl. háztartási gépeket 6-8 éves élettartamra gyártják, ha akarom ha nem cserélni kell...)

Az élettartam jellegzetes szakaszai (az állomány függvény)



1. Kezdeti meghibásodások szakasza
2. Hasznos élettartam
3. Elhasználódás szakasza

A „fürdőkád-görbe„ és az állomány függvény kapcsolata



A megbízhatósági függvények

- A működés valószínűsége (sokszor egyszerűen, bár pontatlanul ezt nevezik megbízhatóságnak)
- A meghibásodás valószínűsége, vagy más megközelítésben a működési idő eloszlásfüggvénye
- A meghibásodás sűrűségfüggvénye
- A meghibásodási ráta
- Jellegzetességük, hogy bármelyikből bármelyik másik három kiszámítható!

A megbízhatósági függvények tetszőleges eloszlásra

Megbízhatósági függvény: $R(t) = \frac{N_t}{N_0}$

Hiba függvény: $F(t) = \frac{N_0 - N_t}{N_0}$

Meghibásodás sűrűség-függvénye: $f(t) = \frac{N(t) - N(t + \Delta t)}{N_0 \Delta t}$

Hibaráta függvény: $\lambda(t) = \frac{N(t) - N(t + \Delta t)}{N(t) \Delta t}$

A megbízhatósági függvények tetszőleges eloszlásra

Egymásból történő kiszámítás módjai:

$$F(t) = 1 - R(t)$$

$$f(t) = F'(t)$$

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)} = -\frac{R'(t)}{R(t)}$$

A működés valószínűsége

- A működési valószínűség egy adott időpontban egyenlő az $R(t)$ függvény értékével.
- A hasznos élettartam szakaszára:

$$\lambda(t) = -\frac{R'(t)}{R(t)} \longrightarrow \int_0^t \lambda(t) dt = \int_0^t -\frac{R'(t)}{R(t)} dt$$

$$\int_0^t \lambda(t) dt = -\ln R(t) \longrightarrow R(t) = e^{-\int_0^t \lambda(t) dt}$$

Nem elhasználódó objektumok

- Nem elhasználódó objektumok esetén exponenciális eloszlás használható
- Ekkor λ konstans értékű.
- A legtöbb elektronikai alkatrész ilyennek tekinthető!
- Ezen objektumok jellemzője az „örökifjúság”
- Örökifjúság: Nem számít mennyit működött már az objektum annak a valószínűsége, hogy egy dt időn belül meghibásodik nem változik.

Nem elhasználódó objektumok

- Ha λ konstans értékű, akkor:

$$\lambda(t) = \lambda$$

$$R(t) = e^{-\lambda t}$$

$$F(t) = 1 - e^{-\lambda t}$$

$$f(t) = \lambda \cdot e^{-\lambda t}$$

- Lényeges: anyagszerkezeti kopás mindenhol van, semmi sem működik örökké, csak emberi léptékben.

Elhasználódó objektumok megbízhatósági leírása

- Öregedő (leginkább mechanikailag kopó) objektumok a két paraméteres Weibull-eloszlással modellezhetők megbízhatósági szempontból:

$$R(t) = e^{-\alpha t^\beta}$$

$$F(t) = 1 - e^{-\alpha t^\beta}$$

$$f(t) = \alpha \cdot \beta \cdot t^{\beta-1} \cdot e^{-\alpha t^\beta}$$

$$\lambda(t) = \alpha \cdot \beta \cdot t^{\beta-1}$$

A várható működési idő

- A megbízhatósági vizsgálatok egyik legfontosabb kérdése: mennyi a várható élettartam = várható működési idő
- A megbízhatósági függvény alapján becsülhető:

$$T_0 = \int_0^{\infty} R(t) dt$$

- Ha a λ konstans: $T_0 = \frac{1}{\lambda}$
