

JAVÍTÁSI PÉLDÁNY

Nagypélda

Egy folytonos idejű rendszer állapotváltozós leírása a következő:

$$x_1'(t) = -3 x_1(t) - 5 x_2(t) + 2 u(t)$$

$$x_2'(t) = x_1(t) - x_2(t)$$

$$y(t) = 4 x_1(t)$$

a) Igazolja, hogy a rendszernek létezik átviteli karakterisztikája! (2 pont)

b) Számítsa ki a rendszer átviteli karakterisztikáját, és írja fel normál alakban! (3 pont)

c) A rendszer $u(t)$ periodikus bemeneti jele: $u(t) = 10 [\varepsilon(t) - \varepsilon(t - 1)]$, ha $0 < t < 4$, és $u(t+4) = u(t)$.

c1) Adja meg a bemeneti jel valós alakú, **elsőrendű** Fourier polinomját! (3 pont)

c2) Adja meg a válaszjel **elsőrendű** Fourier polinomját! (2 pont)

a)
$$\begin{vmatrix} -3-\lambda & -5 \\ 1 & -1-\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2 + 4\lambda + 8, \quad \lambda_{1,2} = -2 \pm j 2, \quad \text{Re}(\lambda_{1,2}) < 0, \text{ a rendszer}$$

aszimptotikusan stabilis, így GV stabilis is. 2 pont

b) Egyik megoldás.
$$\begin{aligned} j\omega \bar{X}_1 &= -3 \bar{X}_1 - 5 \bar{X}_2 + 2 \bar{U} \\ j\omega \bar{X}_2 &= \bar{X}_1 - \bar{X}_2 \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} (j\omega + 3) \bar{X}_1 + 5 \bar{X}_2 &= 2 \bar{U} \\ -\bar{X}_1 + (j\omega + 1) \bar{X}_2 &= 0 \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} /*(j\omega + 1) \\ /*(-5) \end{array}$$

$$\bar{X}_1 (j\omega)^2 + 4j\omega + 8 = \bar{U} (2j\omega + 2)$$

$$\bar{Y} = 4 \bar{X}_1 = \bar{U} \frac{8j\omega + 8}{(j\omega)^2 + 4j\omega + 8}, \quad H(j\omega) = \frac{8j\omega + 8}{(j\omega)^2 + 4j\omega + 8}$$

Másik megoldás.

$$j\omega \underline{\underline{E}} - \underline{\underline{A}} = \begin{bmatrix} j\omega + 3 & 5 \\ -1 & j\omega + 1 \end{bmatrix}, \quad \det(j\omega \underline{\underline{E}} - \underline{\underline{A}}) = (j\omega)^2 + 4j\omega + 8$$

$$(j\omega \underline{\underline{E}} - \underline{\underline{A}})^T = \begin{bmatrix} j\omega + 3 & -1 \\ 5 & j\omega + 1 \end{bmatrix}, \quad \text{adj}(j\omega \underline{\underline{E}} - \underline{\underline{A}}) = \begin{bmatrix} j\omega + 1 & -5 \\ 1 & j\omega + 3 \end{bmatrix}$$

$$H(j\omega) = \frac{\begin{bmatrix} 4 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} j\omega + 1 & -5 \\ 1 & j\omega + 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}}{(j\omega)^2 + 4j\omega + 8} = \frac{\begin{bmatrix} 4 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2j\omega + 2 \\ 2 \end{bmatrix}}{(j\omega)^2 + 4j\omega + 8} = \frac{8j\omega + 8}{(j\omega)^2 + 4j\omega + 8}$$

Csak egyik megoldás értékelhető 3 pont

c1)
$$\omega_0 = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}, \quad U_0 = \frac{1}{4} \int_0^1 10 dt = 2,5$$

$$U_1^c = \frac{1}{4} \int_0^1 10 e^{-j\frac{\pi}{2}t} dt = 2,5 \left[\frac{e^{-j\frac{\pi}{2}t}}{-j\frac{\pi}{2}} \right]_0^1 = j \frac{5}{\pi} \left(e^{-j\frac{\pi}{2}} - 1 \right) = \frac{5}{\pi} (1 - j),$$

$$U_1 = \frac{10\sqrt{2}}{\pi} \approx 4,5016; \quad \rho_1 = -\frac{\pi}{4}, \quad U_1^A = U_1^B = \frac{10}{\pi} \approx 3,1831$$

$$u(t) \approx 2,5 + 3,1831 \cos\left(\frac{\pi}{2}t\right) + 3,1831 \sin\left(\frac{\pi}{2}t\right),$$

$$\text{vagy } u(t) \approx 2,5 + 4,5016 \cos\left(\frac{\pi}{2}t - \frac{\pi}{4}\right) \quad 3 \text{ pont}$$

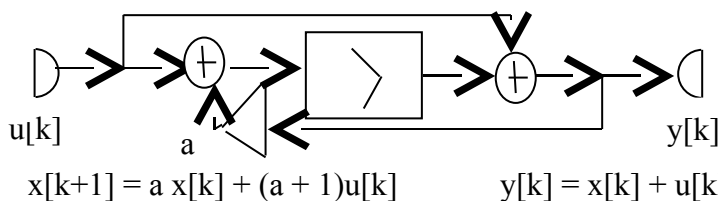
c2) $H(j\omega)|_{\omega=0} = 1,$

$$H(j\omega)|_{\omega=\frac{\pi}{2}} = \frac{8 + j4\pi}{-0,25\pi^2 + j2\pi + 8} = 1,7794 e^{j0,1550} \quad (8,88^\circ)$$

$$y(t) \approx 2,5 + 8,0100 \cos\left(\frac{\pi}{2}t - 0,6304\right) \quad (-36,12^\circ) \quad 2 \text{ pont}$$

Kispéldák

1.



$$x[k+1] = a x[k] + (a + 1)u[k] \quad y[k] = x[k] + u[k] \quad 1 \text{ pont}$$

Adja meg a hálózattal adott DI rendszer állapotváltozós leírását normál alakban! (1 pont)

2. Adja meg az $x[k] = 5 \cos(0,11\pi k + 0,2\pi)$ szinuszos DI jel periódusát! (1 pont)

$$L = 200 \quad 1 \text{ pont}$$

3. Az $x[k]$ szinuszos jel diszkrét körfrekvenciája $0,1\pi$, kezdőfázisa $0,5$ (radián). Mekkora a kezdőfázisa az $x[k-1]$ jelnek? (1 pont)

$$0,1858 \quad (10,65^\circ) \quad 1 \text{ pont}$$

4. Egy DI rendszer átviteli karakterisztikája és bemeneti jele: $H(e^{j\vartheta}) = \frac{1}{1 - 0,5 e^{-j\vartheta}}$,

$u[k] = 3 \cos \frac{\pi}{2} k$. Adja meg a rendszer válaszjelét! (1 pont)

$$2,6833 \cos\left(k \frac{\pi}{2} - 0,4633\right) \quad (-26,57^\circ) \quad 1 \text{ pont}$$

5. Egy DI rendszer átviteli tényezője $\vartheta_1 = \frac{\pi}{4}$ diszkrét körfrekvencián $3 e^{j0,6}$. Adja meg az átviteli

tényezőt $\vartheta_2 = \frac{7\pi}{4}$ diszkrét körfrekvencián! (1 pont)

$$3 e^{-j0,6} \quad 1 \text{ pont}$$