

1. Zárthelyi

A2 2012 tavasz

1. Legyen L az \mathbb{R}^4 azon elemeinek halmaza, melyekre igaz, hogy koordinátáinak összege 0. Mutassa meg, hogy L altér és határozza meg egy bázisát!

2. Mely \mathbf{a} és \mathbf{b} valós számokra lesz az alábbi egyenletrendszernek

(a) nulla

(b) egyetlen

(c) végtelen sok megoldása?

$$x + 2y - z = -2$$

$$-2y - z = -1$$

$$-x + \mathbf{a}z = \mathbf{b}$$

3.

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ 11 & 12 & 13 & 14 & 15 \\ 16 & 17 & 18 & 19 & 20 \\ 21 & 22 & 23 & 24 & 25 \end{vmatrix} = ?$$

4. Legyen a síkban \mathbf{P} az x tengelyre való vetítés, \mathbf{R} az x tengelyre való tükrözés és \mathbf{I} az identitás. Mutassa meg, hogy $\mathbf{I} + \mathbf{R} = 2\mathbf{P}$.

5. Legyen $\mathbf{a} = (1, 1, 1)$ és \mathbf{A} az az \mathbb{R}^3 -on értelmezett lineáris transzformáció, melyre igaz, hogy $\mathbf{A}r = \mathbf{a} \times r$ minden $r \in \mathbb{R}^3$ esetén. Határozza meg \mathbf{A} mátrixát a szokásos bázisban (azaz abban a bázisban, melynek elemei $i = (1, 0, 0)$, $j = (0, 1, 0)$, $k = (0, 0, 1)$).

6. Legyen H a valós számokon értelmezett valós értékű függvények halmaza. Alterét alkotják-e H -nak az alábbi halmazok, ha a függvények összeadása és skalárral való szorzása a szokásos módon van definiálva?

(a) monoton növekvő függvények

(b) monoton függvények

(c) korlátos függvények

(d) Azon $f \in H$ függvények, melyekre igaz, hogy $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$

(e) Azon $f \in H$ függvények, melyekre igaz, hogy $f(0) = 0$

(f) Azon $f \in H$ függvények, melyekre igaz, hogy van $x_0 \in \mathbb{R}$, hogy $f(x_0) = 0$