

2022 december 22.  
Munkaidő: 110 perc

## KALKULUS VIZSGA 1

BME, Természettudományi Kar, Matematika Intézet

---

Név:

Neptun kód:

--	--	--	--	--	--	--	--

1.	2.	3.	4.	5.	6.	+	$\Sigma$

- Engedélyezem**, hogy a pontszámomat és a jegyemet a Neptun kódommal (de név nélkül) feltüntessék nyilvánosan az előadás Teams csoportjában.
- Nem engedélyezem**, hogy a pontszámomat és a jegyemet a Neptun kódommal (de név nélkül) feltüntessék nyilvánosan az előadás Teams csoportjában.
- 

1. (15 p) Számítsa ki a következő mátrix determinánsát és adja meg a rangját is! Van-e az  $\mathbf{A}$  mátrixnak inverze? (Nem kell az inverzet kiszámítani, ha van!)

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 4 & 0 & -1 \\ 2 & -1 & 0 \\ 10 & 8 & -1 \end{bmatrix}.$$

2. (15 p) Számítsa ki az alábbi határértéket, amennyiben létezik!

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} (\sqrt{n^4 - 3n + 7} - (n^2 + 5))$$

3. (20 p) Oldja meg az alábbi egyenletet a komplex számok halmazán! Az összes megoldást sorolja fel!

$$z^2 - 2\bar{z} = -1$$

4. (15p) Határozza meg az alábbi függvény negyedfokú Taylor-polinomját az  $x_0 = 0$  körül!

$$f(x) = \cos(3x) - x^2$$

**Két oldalas a feladatsor.**

5. (15p) Számítsa ki az alábbi integrált!

$$\int \operatorname{sh}\left(\frac{x}{2}\right)(2x - 5)dx = ?$$

6. (20p) Számítsa ki az alábbi improprius integrált!

$$\int_0^{+\infty} \frac{1}{2 + 3x + x^2} dx = ?$$

**Az alábbi feladatot csak a 40% eléréséhez javítjuk ki.**

(15 p) Adja meg az

$$f(x) = \frac{x - 1}{x + 2}$$

függvény értelmezési tartományát és derivált függvényét! Emellett adja meg azon legbővebb nyílt intervallumokat, amelyeken a fenti függvény monoton nő, illetve csökken!

*Részleges megoldásért részpontszám adható, de indoklás nélküli eredményközlésért nem jár pont. Az előadáson vagy gyakorlatokon bizonyított állítások felhasználhatók bizonyítás nélkül az állítást pontosan idézve (például "Előadáson/Gyakorlaton bizonyítottuk, hogy. . ."), kivéve ha a feladat éppen a szerepelt állítás bizonyítása. **Semmilyen segédeszköz nem használható, számológép sem! Mobiltelefont használni tilos! Ha egy feladatnál egyértelműen megállapítható az egymásról másolás ténye, akkor a megoldások beküldőinek (beleértve azt is, akiről történt a másolás) nem jár pont. Jó munkát!***