

Formális módszerek az informatikában	
Zárthelyi dolgozat	Név: _____
A csoport	NEPTUN kód: _____

Jelölje meg az alábbi kérdésekhez felsorolt állítások közül azokat, amelyek helyes választ adnak a kérdésre! Figyelem: több állítás is helyes lehet a megadottak közül!

1. Elméleti kérdések

1.1. Petri háló, temporális logika

1.1-1. Mely állítások igazak a szomszédossági mátrixra?

4 pont

- | | igaz | hamis |
|--|--------------------------|--------------------------|
| (a) Ha a Petri háló nem tartalmaz olyan helyet, amely egyaránt bemeneti és kimeneti helye lenne egy tranzíciónak, akkor a szomszédossági mátrix alapján a Petri háló egyértelműen meghatározható. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| (b) A szomszédossági mátrixnak annyi sora van, ahány hely van a Petri hálóban, és annyi oszlopa, ahány él van a tranzíciók és a helyek között. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| (c) A szomszédossági mátrix egy $w(p,t)$ eleme az engedélyezett t tranzíció tüzelése előtt a hozzá kapcsolódó p helyen levő tokenek száma. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| (d) Korlátos Petri hálóban levő egységnyi súlyú hurokélek (amikor egy t tranzíció a hozzá kapcsolódó p helynek egyszerre bemeneti és kimeneti tranzíciója) a szomszédossági mátrixban 0 elemekként jelennek meg. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

1.1-2. Mely állítások igazak a T-invariánsokra?

4 pont

- | | igaz | hamis |
|---|--------------------------|--------------------------|
| (a) Ha egy Petri hálóban van minden tranzíciót lefedő, a kezdőállapotból tüzelhető T-invariáns, akkor a háló élő. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| (b) Ha a T-invariánsok minden tranzíciót lefednek, akkor a háló korlátos, mivel az egész hálóban igaz, hogy az invariánsoknak megfelelő tranzíciószekvenciák végrehajtása során a tokenszám nem változik. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| (c) Egy korlátos, élő Petri hálónak van minden tranzíciót tartalmazó tüzelhető T-invariánsa. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| (d) Egy T-invariáns nem lehet minimális, ha a háló összes tranzícióját tartalmazza. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

1.1-3. Mely állítások igazak a fedési fára?

4 pont

- | | igaz | hamis |
|---|--------------------------|--------------------------|
| (a) Egy Petri háló deadlockmentes, ha az ω megjelenik címkeként a fedési fában. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| (b) Pusztán a fedési fa alapján meghatározhatóak a háló P-, illetve T-invariánsai. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| (c) Végtelen állapottal rendelkező rendszernek vannak olyan állapotai, amelyekhez tartozó token eloszlások nem jelennek meg a rendszerhez tartozó fedési fában. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| (d) Egy háló akkor és csak akkor biztonságos, ha a fedési fa véges és csak 0 és 1 jelenik meg csomóponti címkeként a fedési fában. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

1.1-4. Mely állítások igazak egy (N, M_0) állapotgépre?

4 pont

- | | igaz | hamis |
|---|--------------------------|--------------------------|
| (a) Egy (N, M_0) állapotgép akkor és csak akkor élő, ha N szigorúan összefüggő, és M_0 -ban legalább egy token van. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| (b) Egy állapotgép L_1 -élő, ha a háló összefüggő, és M_0 -ban legalább egy token van. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| (c) Egy állapotgép elérhetőségi gráfja minden esetben véges. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| (d) Egy állapotgép megfordítható, ha élő és biztonságos. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

1.1-5.

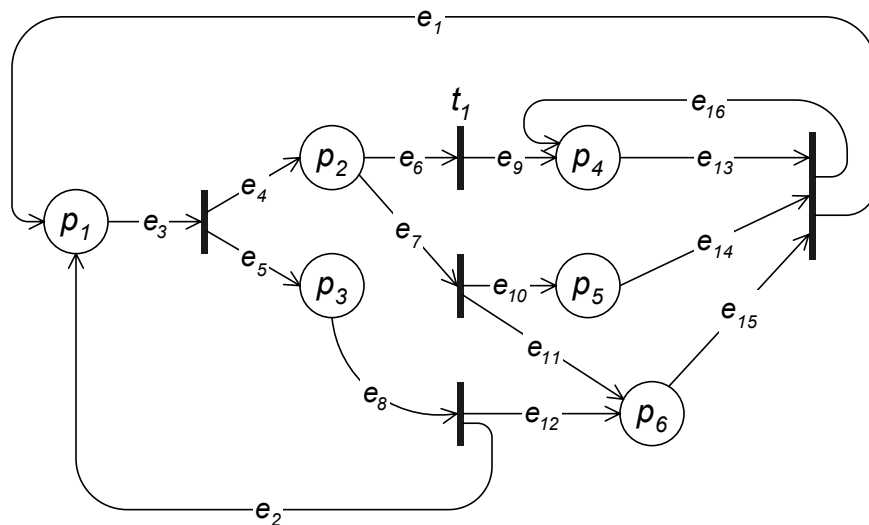
4 pont

Két folyamat kölcsönös kizárással használ egy közös erőforrást. A folyamatok lehetnek munka nélkül ($idle_1, idle_2$), hozzáférést igényelhetnek a kritikus szakaszhoz (ack_1, ack_2), vagy a kritikus szakaszban lehetnek (in_1, in_2). Egyszerre csak egy folyamat tartózkodik a kritikus szakaszban. Ha egy folyamat hozzá szeretne férni a kritikus szakaszhoz, akkor az előbb-utóbb hozzá is jut. A kritikus szakasz elhagyása után a folyamatok idle állapotba kerülnek. Az alábbi lineáris temporális logikai kifejezések közül mely állítások teljesülnek BIZTOSAN a fenti rendszerre (vagyis mely kifejezések teljesülnek, ha kizárólag a fenti információk állnak rendelkezésre)?

- | | igaz | hamis |
|--|--------------------------|--------------------------|
| (a) $\neg F(\neg (in_1 \vee in_2))$ | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| (b) $G((ack_1 \wedge in_1) \wedge (in_1 \wedge idle_1))$ | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| (c) $G(ack_1 \rightarrow F in_1) \wedge \neg F(in_1 \wedge in_2)$ | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| (d) $G((idle_1 \wedge (idle_1 \rightarrow X ack_1)) \wedge F(ack_1 \rightarrow F in_1))$ | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

1.2. Petri háló alosztályok

Az alábbi ábrán egy Petri háló látható. Az élekre írt azonosítók a feladat megoldását könnyítik (és nem élsúlyokat jelölnek, minden él súlya 1).



1.2-1. Melyik legszűkebb alosztályba tartozik a fenti Petri háló?

1 pont

1.2-2. Melyik legszűkebb alosztályba tartozik az az N' Petri háló, amelyet a fenti Petri hálóból a következő élek törlésével kapunk: e_2, e_6, e_9 (t_1 tranzíció), e_{11} ?

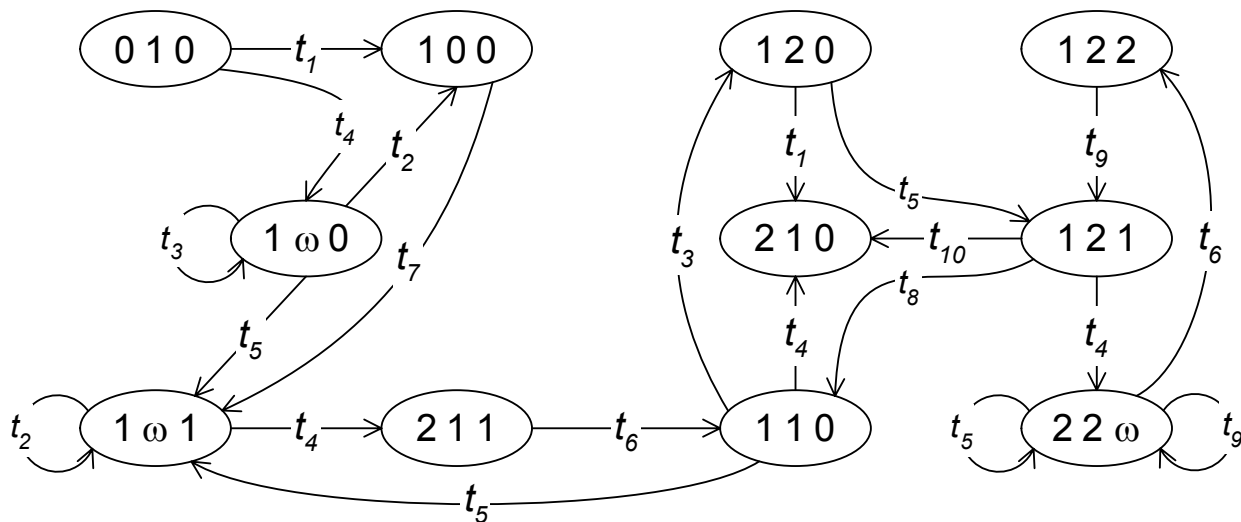
1 pont

1.2-3. Élő és/vagy biztos lesz-e a csonkított N' Petri háló a következő kezdőállapottal: $(0,0,1,1,1,0)$? Miért?

2 pont

1.3. Állapotter, dinamikus tulajdonságok

Az alábbi ábra egy Petri háló állapotterét mutatja be fedési gráf alakban. A hálóban 10 darab tranzíció található, amelyeket t_1, \dots, t_{10} címkékkel jelölünk. Az állapotokat a token eloszlás vektorral címkéztük meg, tehát $0\ 1\ 0$ jelentése: $m(p_1) = 0, m(p_2) = 1$ és $m(p_3) = 0$.



1.3-1. Vizsgálja meg az ábrát, majd válaszoljon a Petri háló dinamikus tulajdonságaival kapcsolatos kérdésekre!

14 pont

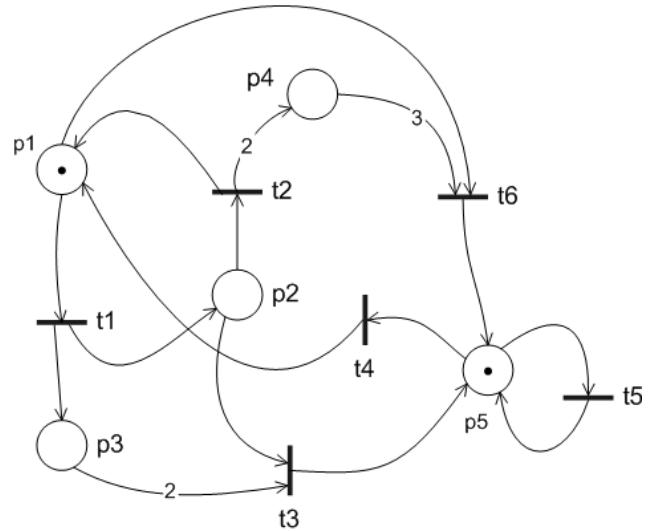
	igaz	hamis	nem dönthető el		igaz	hamis	nem dönthető el
(a) A Petri háló élő	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	(h) A háló korlátos	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
(b) A háló (deadlock) holtponmentes	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	(i) A háló megfordítható	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
(c) t_6 tranzíció L_3 -élő	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	(j) Létezik P-invariáns	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
(d) t_7 tranzíció L_2 -élő	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	(k) Létezik T-invariáns	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
(e) A $(2\ 2\ 1)$ állapot fedhető	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	(l) A hálóban létezik visszatérő állapot	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
(f) A $(2\ 1\ 0)$ állapot fedhető	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	(m) t_4 és t_6 tranzíció korlátos fair	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
(g) A háló perzisztens	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	(n) t_5 és t_8 tranzíció korlátos fair	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

2. Feladatok

2.1. Petri hálók

Adott az ábrán látható Petri háló és a hozzá tartozó W szomszédossági mátrix. A helyekbe írt pontok a kezdeti tokeneloszlást mutatják.

$$W = \begin{bmatrix} & t_1 & t_2 & t_3 & t_4 & t_5 & t_6 \\ p_1 & -1 & 1 & a & 1 & 0 & -1 \\ p_2 & 1 & b & -1 & 0 & 0 & 0 \\ p_3 & 1 & 0 & c & 0 & 0 & 0 \\ p_4 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & -3 \\ p_5 & 0 & 0 & 1 & -1 & d & 1 \end{bmatrix}$$



2.1-1. Milyen számokat kell a W szomszédossági mátrixban a betűvel jelölt kitöltetlen helyekre írunk?

1 pont

- (a) $a = -1, b = 0, c = 2, d = 2$
- (b) $a = 0, b = -1, c = -2, d = 0$
- (c) $a = 1, b = -1, c = 2, d = 0$
- (d) $a = 0, b = 1, c = -2, d = 1$

2.1-2. Melyek minimális alapú P-invariánsai a fenti Petri hálónak? (Martinez-Silva algoritmus)

4 pont

- (a) $p_1+p_2; p_2+p_4+p_5$
- (b) $p_1+p_2+p_3+p_5; p_2+2p_4+p_5$
- (c) $p_1+p_3; p_2+p_5$
- (d) $p_2+p_5; p_2+p_4+p_5$

2.1-3. Melyek a fenti Petri háló minimális alapú T-invariánsai? (Martinez-Silva algoritmus)

4 pont

- (a) $\sigma_1=(2,1,1,5,0,2)$

(b) $\sigma_1=(0,1,0,1,0,1)$; $\sigma_2=(1,0,0,0,1,0)$

(c) $\sigma_1=(2,0,1,0,2,0)$

(d) $\sigma_1=(6,3,3,5,0,2)$; $\sigma_2=(0,0,0,0,1,0)$

2.1-4. Élő-e a háló adott kezdőjelölés mellett? Miért?

2 pont

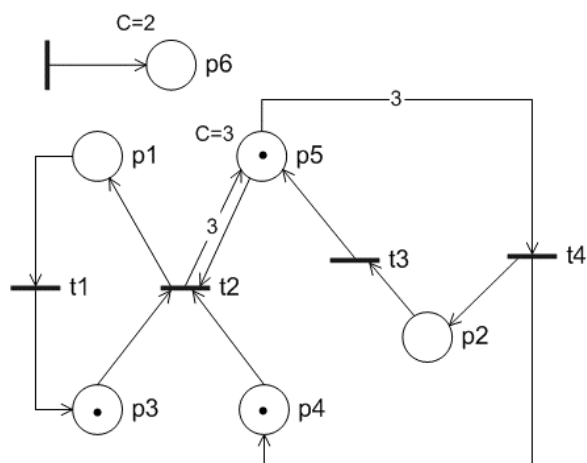
2.1-5. Korlátos-e a háló adott kezdőjelölés mellett? Miért?

2 pont

2.2. Petri háló kapacitáskorláttal

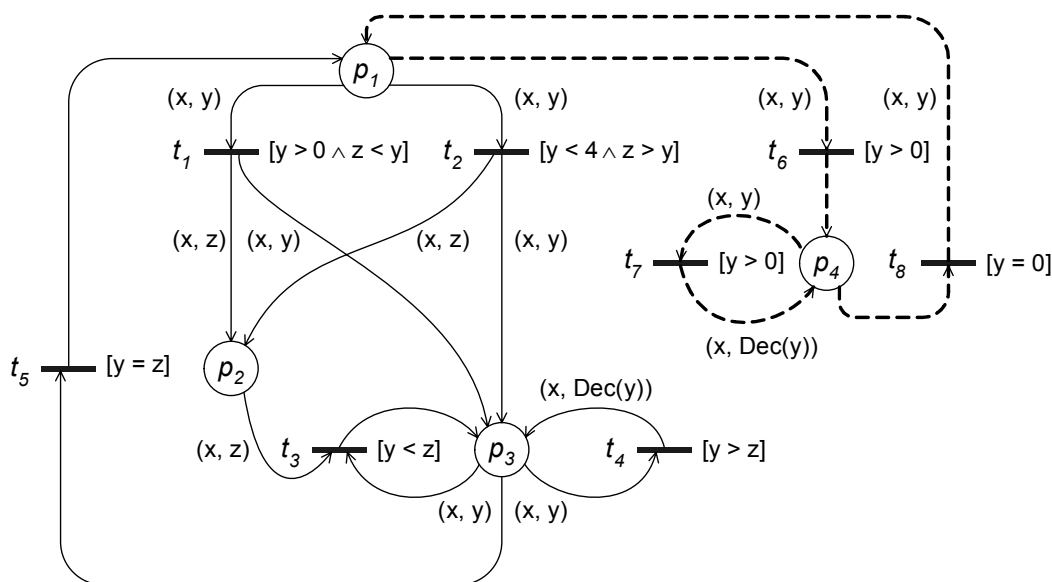
2.2-1. Az alábbi Petri hálóban p_5 és p_6 hely esetén kapacitáskorlát adott ($C(p_5)=3$, $C(p_6)=2$), minden további hely végtelen kapacitású. Egészítse ki az ábrát úgy, hogy a hálóval *ekvivalens*, de kapacitáskorlát *nélküli* Petri hálós modellt kapjon!

2 pont



2.3. Színezett Petri hálók

Az alábbi ábrán egy 4 emeletes (5 szintes: $\{0, \dots, 4\}$, ahol a 0 a földszintet jelöli) épület liftvezérlésének egyszerűsített színezett Petri háló modellje látható. (Leírásunk a folyamatos vonallal jelölt részhálóra vonatkozik, a szaggatott vonallal jelölt részháló csak a 2.2-4. feladatban jut szerephez.) Az épületben 3 lift ($L = \{l_1, l_2, l_3\}$) található. A liftek csak belülről vezérelhetők, a kívánt emelet gombjának megnyomásával. A liftek aktuális állapotát egy (x, y) rendezett párral jelöljük ($x \in \{l_1, l_2, l_3\}$, $y \in \{0, \dots, 4\}$). A z változó a $\{0, \dots, 4\}$ halmazból veszi az értékét. A liftek lefele és felfele haladhatnak, ezt a működést a t_4 , illetve a t_3 tranzíció tüzelése valósítja meg. A tranzíciók mellé írt szögletes zárójelben megadott kifejezések őrfeltételeket jelölnek. Kezdőállapotban a p_1 helyen a következő 3 token található: $(l_1, 0)$, $(l_2, 0)$, $(l_3, 0)$.



2.3-1. Mit modellez a t_5 tranzíció?

2 pont

2.3-2. Néhány p_2 helyhez kapcsolódó él töröltünk. Egészítse ki az ábrát a hiányzó élekkel és élkifejezésekkel úgy, hogy a liftek működése a fenti leírásnak megfeleljen!

2 pont

2.3-3. Adja meg a $t_3 \rightarrow p_3$ élhez tartozó (az ábrából hiányzó) élkifejezést!

1 pont

2.3-4. Milyen működést modellez a szaggatott vonallal jelölt részháló?

2 pont