**ANALÍZIS 2**
Mérnök Informatikus szak

**VIZSGA**

2015 január 16
Munkaidő: 90 perc

BME, Természettudományi Kar, Matematika Intézet, Analízis Tanszék

**Név:**

**Neptun kód:** | | | | | | |

**vizsga súlya:** ☐ **50%** ☐ **100%**

| **1.** | **2.** | **3.** | **4.** | **5.** | $\sum$ |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | |

**1. feladat (elmélet, 4+4*4 pont)**

A: Mit mond ki Young tétele?

B: Mondjunk el mindent az $i) - iv)$ problémákban szereplő diffegyenletek típusáról amit csak meg tudunk azokról állapítani, továbbá mindegyik esetben határozzuk meg a megoldások számát.

i) $x \mapsto y(x)?\quad (y' + y + x)^2 = y' + y + x + 2, \qquad y(1) = 0.$

ii) $x \mapsto y(x)?\quad y' = x^2 + y'', \qquad y(1) = 0.$

iii) $x \mapsto y(x)?\quad (y')^3 = 1 + y^2, \qquad y(1) = 0.$

iv) $x \mapsto y(x)?\quad yy' = \cos(y), \qquad y(1) = 0.$

**2. feladat (20 pont)**

Adjuk meg (nem feltétlen explicit alakban) az

$$x \mapsto y(x)?\quad y' = (y + 2x - 2)^2 - y - 2x$$

diffegyenlet <u>összes</u> megoldását.

**3. feladat (20 pont)**

Az $x \mapsto y(x)$ függvény kielégíti az

$$y' = \arctan(y) + x$$

diffegyenletet és az $y(0) = 0$ kezdeti feltételt. Egy másodrendű Taylor-polinom segítségével adjunk becslést $y$ értékére az $x = 0.1$ pontban továbbá a Lagrange-féle maradéktag fölhasználásával adjunk fölső korlátot a becslés hibájára.

**4. feladat (20 pont)**

Hol és milyen lokális szélsőértéke van az

$$f(x,y,z) = 4(xy+yz) - (x^2+y^2+z^2) - \frac{1}{3}y^3$$

képlettel megadott $f$ függvénynek?

**5. feladat (20 pont)**

Számoljuk ki a

$$T = \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : \; x, y \geq 0, \; xz \leq y\sqrt{x^2+y^2}, \; (x^2+y^2+z^2)^2 \leq z\right\}$$

test térfogatát.