

SZABÁLYOZÁSTECHNIKA 2. ZÁRTHELYI, A csoport

2011.12.09. 90 perc

Név	Neptun kód	Kurzus	Gyakorlatvezető	Összpontszám

1. Legyen a szabályozott szakasz átviteli függvénye $P(s) = \frac{2e^{-5s}}{(1+s)(1+2s)}$. Folytonos szabályozási körben

alkalmazzunk egy ideális $C(s) = A_c \frac{(1+sT_I)(1+sT_D)}{s}$ PID szabályozót. Állapítsa meg a T_I és T_D paraméterek szokásos méretezését és határozza meg A_c -t úgy, hogy a zárt rendszer fázistöbblete 45° legyen! Ha a differenciáló hatásban egy tárolós időállandót is alkalmazunk, mennyi legyen annak nagysága, ha a beavatkozó szerv 5-szörös ugrást tud csak leképezni? 4 pont ☐

2. Adja meg a $P(s) = \frac{2s+4}{s^2+4s+3}$ átviteli függvényű másodrendű rendszer állapotegyenletét irányítható kanonikus (fázisváltozós) alakban. Határozza meg a $k = [k_1 \ k_2]$ állapotviszacsatolást úgy, hogy az állapotviszacsatolással kapott zárt rendszer pólusai $p_1 = -4$, $p_2 = -5$ helyre kerüljenek. 4 pont ☐

3. Származtassa az $x[k+1] = Fx[k] + gu[k]$ diszkrét állapotegyenlet F mátrixát és g vektorát a folytonos rendszer állapotegyenletének A mátrixából és b vektorából! 4 pont ☐

4. Mi az z -transzformáció? Hova képezi le az s komplex sík imaginárius tengelyét? Hova képződik le az $s_1 = -5$ pont? 2 pont ☐

5. Egy folyamat impulzusátviteli függvénye: $G(z) = \frac{0.04(z+0.5)}{(z-0.8)(z-0.9)}$. A negatívan visszacsatolt szabályozási körben a szabályozó impulzusátviteli függvénye: $C(z) = 2 \frac{z-0.9}{z-1} \frac{z-0.8}{z}$.

a./ Adja meg a folyamat statikus átviteli tényezőjét.

b./ Adja meg a szabályozó differenciaegyenletét.

c./ Adja meg a zárt szabályozási körben a szabályozó kimenőjelének kezdeti és végértékét, ha az alapjel a mintavételezett egységugrás. 4 pont ☐

6. Legyen a szabályozott szakasz impulzusátviteli függvénye $G(z) = \frac{0.2z^{-1}}{1-0.8z^{-1}} z^{-3}$. Számítsa ki az optimális

Youla-szabályozót a $G_r = G_n = 1$ esetre. Vázolja fel a zárt szabályozási kör blokkvázlatát, valamennyi blokk impulzusátviteli függvényének megadásával. Az alapjel és a zavarsűrők impulzusátviteli függvényei

$$R_r(z) = R_n(z) = \frac{0.5z^{-1}}{1-0.5z^{-1}}.$$
4 pont ☐

7. Adja meg a diszkrét ideális PD szabályozó impulzusátviteli függvényét és differenciaegyenletét. A szabályozó bemenetén mintavételezett egységugrás hat. Adja meg a kimenőjel értékét az első 4 mintavételi pontban. A végértéktelek alkalmazásával is ellenőrizze a kezdeti és a végértéket. 4 pont ☐

8. Legyen a diszkrét idejű folyamat impulzusátviteli függvénye $G(z) = \frac{-2z^{-2} + 1.5z^{-3}}{1-1.8z^{-1} + 0.3z^{-2}}$. Számítsa ki és adja meg a predikciós szabályozó egyenletét. A megoldáshoz határozza meg n , d értékét és oldja meg a speciális

Diophantoszi egyenletet. 4 pont ☐

1.) Poluskiegészít alkalmazunk.

$$\boxed{T_I = 2} ; \boxed{T_D = 1}$$

A nyitott kör: $L = C \cdot P = \frac{2A_c}{s} e^{-s\tau}$

$$L(j\omega) = \frac{2A_c}{j\omega} e^{-5j\omega}$$

$$\varphi(\omega_c) = -\frac{\pi}{2} - 5\omega_c = -\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} ; \quad 5\omega_c = \frac{\pi}{4}$$

$$\omega_c = \frac{\pi}{20}$$

$$|L(j\omega_c)| = 1 = \frac{2A_c}{\omega_c} \Rightarrow \boxed{A_c = \frac{\omega_c}{2} = \frac{\pi}{40}}$$

Újra idealis PID:

$$C(s) = A_c \frac{(1+sT_I)(1+sT_D)}{s(1+sT_1)}$$

A kezdeti érték $u(0)$ a legnagyobb, $t=0$ -ban $y(0)=0$.



$$u(0) = \lim_{s \rightarrow \infty} s \cdot \frac{1}{s} A_c \frac{(\frac{1}{s} + T_I)}{1} \cdot \frac{\frac{1}{s} + T_D}{\frac{1}{s} + T_1} = A_c \frac{T_I T_D}{T_1} = 5$$

$$\text{Teljesen} \quad \boxed{T_1 = A_c \frac{T_I T_D}{5} = \frac{\pi}{40} \frac{2}{5} = \frac{\pi}{100}}$$

2.) $P(s) = \frac{2s+4}{s^2 + \underbrace{4}_{a_1}s + \underbrace{3}_{a_2}}$

Irányítási kánonikus (fázisváltó) alak:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 & -3 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u ;$$

$$y = [2 \quad 4] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + 0 \cdot u ; \quad \det(sI - A + bk) = (s+4)(s+5)$$

$$R(s) = s^2 + \underbrace{9}_{\hat{a}_1}s + \underbrace{20}_{\hat{a}_2}$$

$$\begin{bmatrix} s+4 & 3 \\ -1 & s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_1 & k_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s+4+k_1 & 3+k_2 \\ -1 & s \end{bmatrix}$$

$$\det[\] = s^2 + (4+k_1)s + 3+k_2 = (s+4)(s+5)$$

$$4+k_1 = 9$$

$$3+k_2 = 20$$

$$\boxed{k_1 = 5, k_2 = 17}$$

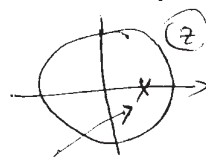
Vagy $k_1 = \lambda_1 - a_1 = 9 - 4 = 5$ és $k_2 = \lambda_2 - a_2 = 20 - 3 = 17$
automatikus

$$3.) \quad x[k+1] = F x[k] + g u[k]$$

$$F = e^{AT_0}; \quad g = \int_0^{T_0} e^{A\lambda} d\lambda b$$

$$\text{Ha } A \text{ invertálható, } g = A^{-1}(e^{AT_0} - I)b$$

$$4.) \quad z = e^{sT_0}$$



Az imaginárius tengely az egység-sugárú körre képrődik le.

$$s_1 = -5 \Rightarrow z_1 = e^{-5T_0}$$

5.) a, Statikus átviteli tényező:

$$\boxed{A = G(z=1) = \frac{0.04(1+0.5)}{(1-0.8)(1-0.9)} = \frac{0.04 \cdot 1.5}{0.2 \cdot 0.1} = 3}$$

$$b.) \quad C(z) = \frac{u(z)}{e(z)} = 2 \frac{(1-0.9z^{-1})}{1-z^{-1}} (1-0.8z^{-1}) = 2 \frac{1-1.7z^{-1}+0.72z^{-2}}{1-z^{-1}}$$

$$u(z) = 2 e(z) - 3.4 e(z) z^{-1} + 1.44 e(z) z^{-2} + u(z) z^{-1}$$

$$\boxed{u(k) = 2 e(k) - 3.4 e(k-1) + 1.44 e(k-2) + u(k-1)}$$

c.) $y(t \rightarrow \infty) = 1$, mivel a szabályozás 1 típusú.

$$\boxed{u(t \rightarrow \infty) = 1/3}$$

$y(t=0) = 0$, mivel a folyamat tárolás.

$$\begin{array}{c} \nearrow \\ \frac{z}{z-1} \\ \circ \uparrow \end{array} \rightarrow \boxed{C(z)} \rightarrow u \quad \boxed{u(0) = \lim_{z \rightarrow \infty} \frac{z}{z-1} C(z) = 2}$$

2. ZH MEGOLDÁS A CSOPORT

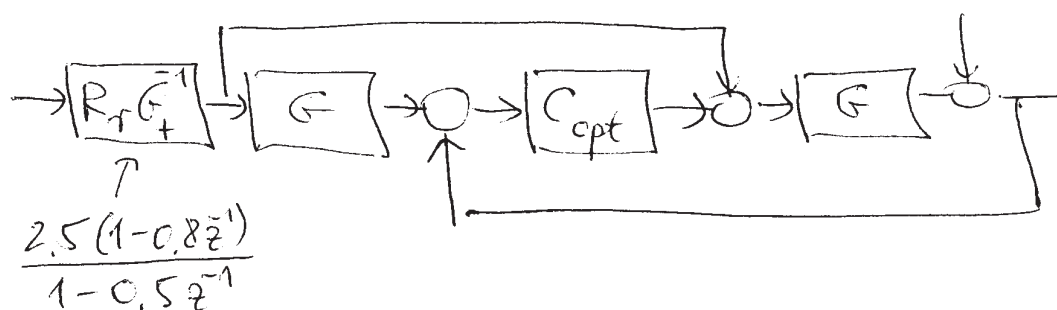
a.) (323. old.)

$$G = \frac{0.2 z^{-1}}{1-0.8 z^{-1}} \cdot z^{-3}; \quad G_+ = \frac{0.2 z^{-1}}{1-0.8 z^{-1}}; \quad G_- = 1; \quad d=3$$

$$C_{opt} = \frac{R_n G_+^{-1}}{1 - R_n G_- z^{-d}} = \frac{\frac{0.5 z^{-1}}{1-0.5 z^{-1}} \cdot \frac{1-0.8 z^{-1}}{0.2 z^{-1}}}{1 - \frac{0.5 z^{-1}}{1-0.5 z^{-1}} z^{-3}}$$

$$R_n = \frac{0.5 z^{-1}}{1-0.5 z^{-1}}$$

$$C_{opt} = \frac{2.5 (1-0.8 z^{-1})}{1-0.5 z^{-1}-0.5 z^{-4}}$$



$$7.) \quad C_{PD}(z) = k_c \frac{z-a}{z} = \frac{u(z)}{e(z)} = k_c (1-a z^{-1})$$

$$u(k) = k_c e(k) - k_c a e(k-1)$$

$$u(0) = k_c; \quad u(1) = k_c - k_c a$$

$$u(2) = k_c - k_c a = k_c (1-a)$$

$$u(3) = k_c - k_c a = k_c (1-a)$$

$$u(4) = k_c$$

$$u(5) = k_c - k_c a$$

$$u(6) = u(7) = k_c (1-a)$$

↑↑↑↑ a

$$u(t=0) = \lim_{z \rightarrow \infty} \frac{z}{z-1} k_c \frac{z-a}{z} = k_c$$

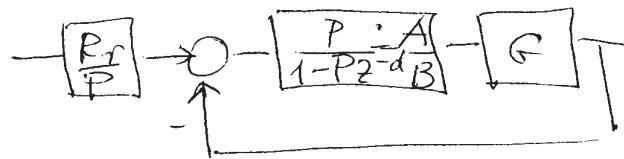
$$u(t \rightarrow \infty) = \lim_{z \rightarrow 1} (1-z^{-1}) \frac{z}{z-1} k_c \frac{z-a}{z} = k_c (1-a)$$

2.7H MEGOLDÁS A CSOPORT

8.) Predikciós szabályozás (333. old.)

$$G(z^{-1}) = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} z^{-d}$$

Kiephantósi csapadék:



$$1 = AF + Pz^{-d}$$

$\swarrow$ $\uparrow$ $\searrow$
 n -edfokú $(d-1)$ -edfokú $(n-1)$ -edfokú

$$C_{pr} = \frac{P}{1 - Pz^{-d}} \frac{A}{B}$$

A példára: $G(z) = \frac{-2z^{-3} + 1.5z^{-4}}{1 - 1.8z^{-1} + 0.3z^{-2}} =$

$$G(z) = \frac{-2z^{-1} + 1.5z^{-2}}{1 - 1.8z^{-1} + 0.3z^{-2}} \cdot z^{-2}$$

$$n=2, d=2$$

(Kéhet, hogy $d=3$ -at kell mégis felvenni?)

$$1 = (1 - 1.8z^{-1} + 0.3z^{-2})(f_0 + f_1z^{-1}) + (p_0 + p_1z^{-1})z^{-2}$$

$$f_0 = 1$$

$$-1.8f_0 + f_1 = 0 \Rightarrow f_1 = 1.8$$

$$0.3f_0 - 1.8f_1 + p_0 = 0$$

$$0.3 - 1.8^2 = -p_0 \Rightarrow p_0 = -0.3 + 1.8^2 = 3.24 - 0.3 = 2.94$$

$$0.3f_1 + p_1 = 0$$

$$p_1 = -0.3 \cdot 1.8 = -0.54$$

$$C_{pr} = \frac{2.94 - 0.54z^{-1}}{1 - 2.94z^{-2} + 0.54z^{-3}} \cdot \frac{1 - 1.8z^{-1} + 0.3z^{-2}}{-2z^{-1} + 1.5z^{-2}}$$

.. zH A, 8. feladat:

$$G(z) = \frac{-2z^{-2} + 1.5z^{-3}}{1 - 1.8z^{-1} + 0.3z^{-2}} = G_+ G_-$$

ígyd'rat,
a feladatot
1-gyel csíbleu-
tettük!

$$C_{pr} = \frac{P}{BF}$$

$$\begin{aligned} G_- &= z^{-2} \\ G_+ &= \frac{-2 + 1.5z^{-1}}{1 - 1.8z^{-1} + 0.3z^{-2}} \end{aligned}$$

A dicphantosi egyenlet: $d=2$

$$1 = AF + Pz^{-d}$$

n csíbleu $d-1$ csíbleu $n-1$ csíbleu

$$1 = (1 - 1.8z^{-1} + 0.3z^{-2})(f_0 + f_1z^{-1}) + (p_0 + p_1z^{-1})z^{-2}$$

$$f_0 = 1$$

$$-1.8f_0 + f_1 = 0; \quad f_1 = 1.8$$

$$0.3f_0 + p_0 = 0; \quad p_0 = -0.3$$

$$0.3f_0 - 1.8f_1 + p_0 = 0$$

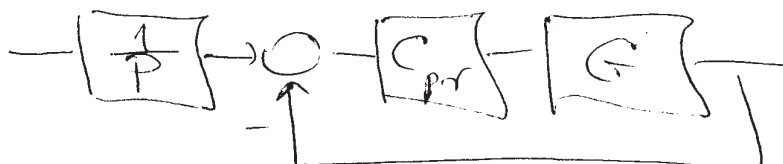
$$p_0 = 1.8f_1 - 0.3f_0 = 1.8 \cdot 1.8 - 0.3 = 2.94$$

$$0.3f_1 + p_1 = 0$$

$$p_1 = -0.3f_1 = -0.3 \cdot 1.8 = -0.54$$

Tehát $P = 2.94 - 0.54z^{-1}$

$$C_{pr} = \frac{2.94 - 0.54z^{-1}}{(-2 + 1.5z^{-1})(1 + 1.8z^{-1})} = \frac{2.94 - 0.54z^{-1}}{-2 - 2.1z^{-1} + 2.7z^{-2}}$$



Megoldandó

SZABÁLYOZÁSTECHNIKA 2. ZÁRTHELYI, B csoport
2011.12.09. 90 perc

Név	Neptun kód	Kurzus	Gyakorlatvezető	Összpontszám

1. Legyen a szabályozott szakasz átviteli függvénye $P(s) = \frac{2e^{-5s}}{(1+4s)(1+2s)}$ egy mintavételes rendszerben, ahol

$T_s = 1$ sec. Alkalmazzunk egy ideális $C_{PID}(z) = K_C \frac{(z-z_1)(z-z_2)}{z(z-1)}$ impulzusátviteli függvénnyel adott PID

szabályozót. Határozza meg a szabályozó paramétereit úgy, hogy a szabályozási kör fázistöbblete 60° legyen.

4 pont ☐

2. Egy zárt folytonos szabályozási körben a szakasz átviteli függvénye $P(s) = \frac{e^{-2s}}{1+10s}$.

a./ Adja meg a póluskiejtéses PI szabályozó algoritmusát. Határozza meg paramétereinek értékeit 60° fázistöbblet biztosítására.

b./ Egységugrás alapjelre adja meg a zárt körben a szabályozó kimenetén a beavatkozó jel kezdeti és végértékét. Adja meg a szabályozott jellemző kezdeti és végértékét.

4 pont ☐

3. A lineáris folytonos rendszer állapotmátrixai: A, b, c^T, d . Adja meg a nyitott rendszer karakterisztikus egyenletét.

Állapotvisszacsatolásos szabályozót alkalmazunk k^T visszacsatoló vektorral. Adja meg az állapotvisszacsatolásos rendszer blokk-diagramját és karakterisztikus egyenletét! Hogyan határozzuk meg az állapotvisszacsatoló vektort?

Hogyan módosul a struktúra megfigyelő alkalmazásával?

4 pont ☐

4. Vezesse le a diszkrét rendszer
$$\begin{aligned} x[k+1] &= Fx[k] + gu[k] \\ y[k] &= c^T x[k] + du[k] \end{aligned}$$
 állapotegyenletéből a $G(z)$ impulzusátviteli

függvényt!

4 pont ☐

5. Adja meg a diszkrét PI szabályozó impulzusátviteli függvényét és differenciaegyenletét. A mintavételezési idő $T = 1$ sec. A szabályozó zérusa $z_1 = 0.7788$. Adja meg a folyamat időállandóját, amelyet ez a zérus „kiejt”. A szabályozó bemenetén a bemenőjel az $u(t) = e^{-0.5t}$ jel mintavételezésével adódik. Adja meg a kimenőjel értékét az

első 3 mintavételi pontban.

4 pont ☐

6. Határozza meg a stabilizáló szabályozót Diophantoszi egyenlet segítségével az alábbi labilis szakaszra:

$G(z) = \frac{-1}{z-2} = \frac{-z^{-1}}{1-2z^{-1}}$. Helyezze el a zárt rendszer pólusát $z_1 = 0.5$ -re!

4 pont ☐

7. Adja meg az $P(s) = \frac{K}{1+sT_1}$ tag SRE ekvivalens impulzusátviteli függvényét T mintavételi idő mellett. A

mintavételes körben egységnyi negatív visszacsatolást alkalmazunk. Adja meg a stabilitás feltételét.

4 pont ☐

8. Adja meg az explicit és implicit korlátozások feltételeit optimalizáló módszerek esetén.

2 pont ☐

1. B/1 feladat megoldása

$$P(s) = \frac{2e^{-5s}}{(1+4s)(1+2s)} \quad C(z) = K_C \frac{(z-z_1)(z-z_2)}{z(z-1)}$$

A folyamat impulzusátviteli függvénye

$$G(z) = \frac{2(1-e^{-1/4})(1-e^{-1/2})(1+\delta z)}{(z-e^{-1/4})(z-e^{-1/2})} z^{-5} \approx \frac{2(1-e^{-1/4})(1-e^{-1/2})}{(z-e^{-1/4})(z-e^{-1/2})} z^{-5}$$

Ebből a számláló végén levő tagot az egyszerűség kedvéért elhanyagoljuk. Ez a közelítés kis frekvenciák esetén nem okoz nagy hibát. Ezek után a nyílt kör átvitele

$$L(z) = K_C \frac{2(1-e^{-1/4})(1-e^{-1/2})z^{-5}}{z(z-1)} = K_C \frac{2(1-e^{-1/4})(1-e^{-1/2})z^{-6}}{z-1}$$

A javtókulcs elején leírt módon meghatározzuk azt a frekvenciát, amihez a 60° fázistartalék tartozik, vagyis fázisa $-2\pi/3$ radián, amiből $\omega = \pi/36$ adódik.

$$L(j\omega) \approx K_C \frac{2(1-e^{-1/4})(1-e^{-1/2})e^{-6j\omega}}{j\omega}$$

$$|L(j\omega)| = 1 \Rightarrow K_C = \frac{\omega}{2(1-e^{-1/4})(1-e^{-1/2})} = \frac{\pi}{72(1-e^{-1/4})(1-e^{-1/2})} \approx 0.5$$

2. ZH B CSOPORT, MEGOLDÁSOK

$$1.) \quad z_1 = e^{-1/4} ; \quad z_2 = e^{-1/2}$$

$$L(z) = C(z)P(z) = K_c \frac{2z^{-5}}{z(z-1)}$$

$$L(j\omega) \sim \frac{2K_c}{j\omega} e^{-6j\omega}$$

$$-\frac{\pi}{2} - 6\omega_c = -\frac{2\pi}{3} ; \quad 6\omega_c = \frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{6}$$

$$|L(j\omega_c)| = 1 = \frac{2K_c}{\omega_c} = 1 \quad \omega_c = \frac{\pi}{36}$$

$$\boxed{K_c = \frac{\omega_c}{2} = \frac{\pi}{72}}$$

$$2.) \quad C_{PI}(s) = k_c \frac{1+10s}{10s}$$

$$a.) \quad L(s) = \frac{k_c}{10s} e^{-2s}$$

$$-\frac{\pi}{2} - 2\omega_c = -\frac{2\pi}{3} \quad 2\omega_c = \frac{\pi}{6} ; \quad \omega_c = \frac{\pi}{12}$$

$$\frac{k_c}{10\omega_c} = 1 ; \quad k_c = 10\omega_c = \frac{10\pi}{12} = \frac{5\pi}{6}$$

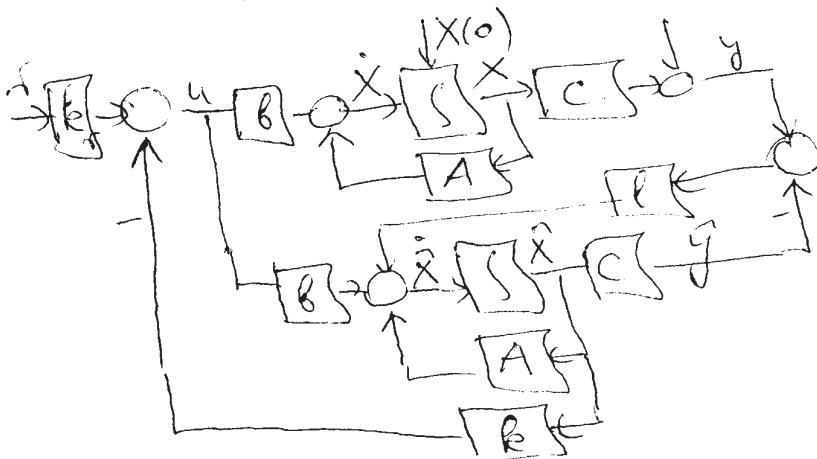
$$b.) \quad y(0) = 0 ; \quad y(\infty) = 1 ; \quad u(0) = k_c ; \quad u(\infty) = 1.$$

3.) Kar. eqy.

$$\det(sI - A) = 0$$

$$\text{állapotrinsátsátlárás: } \det(sI - A + b k) = 0 = (s - p_1)(s - p_2)$$

ismert $\downarrow$ meghatározható az Ackermann formulaival.



2. ZH B CSOPORT, megoldásai

$$4.) \quad zX(z) = FX(z) + gu(z)$$

$$(zI - F)X(z) = gu(z)$$

$$X(z) = (zI - F)^{-1} gu(z)$$

$$y(z) = \underbrace{\left[C^T (zI - F)^{-1} g + d \right]}_{\text{imp. átviteli fű.}} u(z)$$

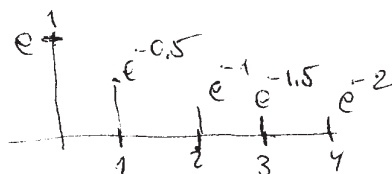
$$5.) \quad C(z) = k_c \frac{z - e^{-1/T_1}}{z - 1} = k_c \frac{z - 0.7788}{z - 1} = \frac{y(z)}{e(z)} = k_c \frac{1 - 0.7788z^{-1}}{1 - z^{-1}}$$

$$e^{-1/T_1} = 0.7788 \quad ; \quad -\frac{1}{T_1} = \ln 0.7788$$

$$u(z) = \frac{z}{z - e^{-0.5T}} = \frac{z}{z - e^{-0.5}} \quad ; \quad T_1 = -\frac{1}{\ln 0.7788}$$

$$y(z) = k_c e(z) - k_c 0.7788 e(z) \cdot z^{-1} + y(z) \cdot z^{-1}$$

$$\boxed{y(k) = k_c e(k) - k_c 0.7788 e(k-1) + y(k-1)}$$



$$y(0) = k_c$$

$$y(1) = k_c e^{-0.5} - k_c 0.7788 \cdot 1 + k_c$$

$$y(2) = k_c e^{-1} - k_c 0.7788 \cdot e^{-0.5} + y(1)$$

$$y(3) = k_c e^{-1.5} - k_c 0.7788 \cdot e^{-1} + y(2)$$

$$6.) \quad G(z) = \frac{-z^{-1}}{1 - 2z^{-1}} \quad \text{Keressük azt a } C = Y/X$$

szabályozót, amely stabilizálja a folyamatot
 az $P(z) = z - 0.5 = 0$ karakterisztikus
 polinom előírásával. (378. old.)

2. ZH B CSOPORT, megoldások

A szabályozót $n-1=0$ -adrendű alakként keressük, amit a

$$C = \frac{Y}{X} = \frac{K}{1} = K \text{ konstánssal birtosítható.}$$

$$AX + BY = R$$

$$(z-2) \cdot 1 - 1 \cdot K = z - 0.5 \Rightarrow C = K = -1.5$$

A zárt rendszer : $\frac{-1.5 \left(-\frac{1}{z-2} \right)}{1 + \frac{1.5}{z-2}} = \frac{1.5}{z-0.5} \text{ (ellenőrzés)}$

$$7.) P(z) = \frac{K(1 - e^{-T/T_1})}{z - e^{-T/T_1}}$$

$$\text{Kar. egyenlet : } 1 + \frac{K(1 - e^{-T/T_1})}{z - e^{-T/T_1}} = 0$$

$$z - e^{-T/T_1} + K(1 - e^{-T/T_1}) = 0$$

$$z_1 = e^{-T/T_1} - K(1 - e^{-T/T_1})$$

$$|z_1| < 1$$

$$|e^{-T/T_1} - K(1 - e^{-T/T_1})| < 1$$

8.) Explicit korlátozás : $x_{\min} \leq x \leq x_{\max}$

Implicit - " - : $g_j(x) \leq 0$, $j=1, \dots, k$
alakú.

(385. old.)

$f(x)$ skalar-értékű fn. szélsőértékének keresése
szóval.