

# VIIIAB05 - Szabályozástechnika

## Stabilitás, Soros kompenzátorok

Dr. habil. Harmati István

Irányítástechnika és Informatika Tanszék,  
Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem

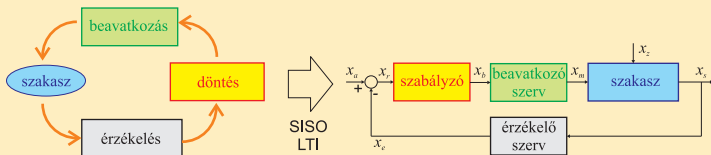
2020. február 28.



# Az előző részek tartalmából

## a hallgató

- 1 képes megfogalmazni a szabályozástechnika vizsgálódásainak tárgyát,
- 2 ismeri a szabályozási kör elemeit, osztályozásának, szempontjait, minőségi jellemzőit,



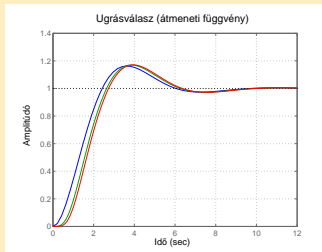
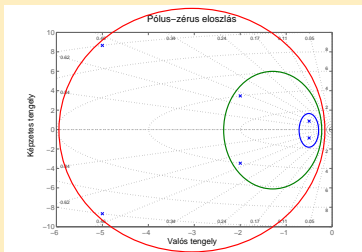
- 3 átlátja, milyen módon kapható meg egy szakasz átviteli függvénye,
- 4 képes meghatározni a szabályozási kör statikus tulajdonságait

$$W_o(s) = \frac{K \prod_{k=1}^{m_1} (\tau_k s + 1) \prod_{l=1}^{m_2} (\tau_l^2 s^2 + 2\eta_l \tau_l s + 1)}{s^i \prod_{p=1}^{n_1} (T_p s + 1) \prod_{q=1}^{n_2} (T_q^2 s^2 + 2\xi_q T_q s + 1)}$$

# Az előző részek tartalmából

## a hallgató

- 1 ismeri a kapcsolatot a tranziensek tulajdonságai, a frekvenciaválasz és a pólus-zérus eloszlás között,
- 2 ismeri a tranziens viselkedés domináns póluspár alapján történő közelítését,



# Az előző részek tartalmából

## Stabilitás

A rendszer  $y(t)$  válasza korlátos marad minden véges kezdeti feltételre és korlátos  $u(t)$  bemenetre.

$$y(t) = Ce^{At}x_0 + \int_0^t Ce^{A(t-\tau)}Bu(\tau)d\tau + Du(t) \quad x_0 = x(0)$$

## Zéro bementi stabilitás - zero input stability

$y(t)$  korlátos tetszőleges  $x_0$  ( $\|x_0\| < \infty$ ) mellett, ha  $u(t) \equiv 0$ . Feltétel: nincs pólus a jobb félsíkon, az origóban és nincs többszörös pólus a képzetes tengelyen.

## Zéro állapot stabilitás - zero state stability

$y(t)$  korlátos tetszőleges korlátos  $u(t)$  mellett, ha  $x_0 = 0$ . Feltétel: nincs pólus a jobb félsíkon és a képzetes tengelyen.



# Az előző részek tartalmából

## Nyquist-kritérium

**Adott a felnyitott kör  $W_o(s)$  átviteli függvénye, amelynek  $P$  pólusa van a jobb félsíkon. A zárt kör akkor és csak akkor stabil, ha  $W_o(s)$  Nyquist-görbéje pontosan  $P$ -szer kerüli meg a komplex számsík  $-1$  pontját az óramutató járásával ellentétes irányban.**

## Következmény (egyszerűsített Nyquist-kritérium)

Ha a  $W_o(s)$  felnyitott kör átviteli függvényének nincsen pólusa a jobb félsíkon, akkor a stabilitás szükséges és elégséges feltétele, hogy  $W_o(s)$  Nyquist-görbéje ne kerülje meg a  $-1$  pontot.

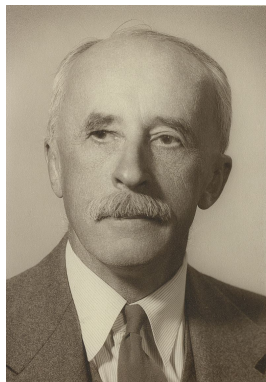
# A negyedik előadás célja

## A hallgató

- 1 ismeri az egyszerűsített Nyquist-kritériumot és az abból levezethető Bode-kritériumot,
- 2 ismeri vágási frekvencia és a fázistartalék definícióját és kapcsolatukat a stabilitással,
- 3 a Bode-diagram aszimptotikus közelítésével képes hatékonyan meghatározni a vágási frekvenciát és a fázistartalékot,
- 4 ismeri a hagyományos soros kompenzátorok működési mechanizmusát és tisztában van a hangolás szempontjaival,
- 5 tisztában van a beavatkozó jel korlátosságának következményeivel,
- 6 tisztában van a sáv szélesség fogalmával a szabályozási körök esetében,
- 7 tisztában van a PID szabályozókban alkalmazott három hatás (arányos, integráló és deriváló) jellemzőivel,

# Tartalom

- 1 Egyszerűsített Nyquist-kritérium
- 2 A Bode-kritérium
- 3 Soros kompenzátorok/szabályzók
- 4 Szabályzótervezés
- 5 PID szabályzók családja
- 6 PID szabályzók hangolása



Nyikolaj Minorszkij (1885-1970)  
orosz villamosmérnök



# Tartalom

- 1 **Egyszerűsített Nyquist-kritérium**
- 2 A Bode-kritérium
- 3 Soros kompenzátorok/szabályzók
- 4 Szabályzótervezés
- 5 PID szabályzók családja
- 6 PID szabályzók hangolása



# Egyszerűsített Nyquist-kritérium

## Tegyük fel

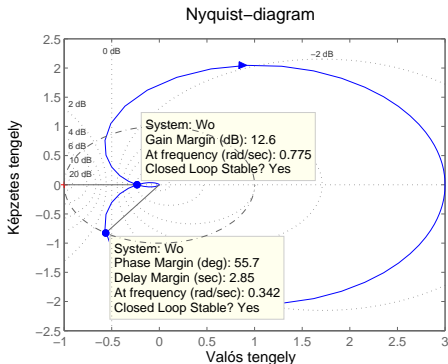
- 1  $W_o(s)$ -nek csak a bal félsíkon van pólusa és legfeljebb az origóban.
- 2  $W_o(s)$  Nyquist-görbéje egy ponton metszi az egységkört.

## Stabilitás jellemzése

- 1 fázistartalék:  $\varphi_m$  (phase margin)
- 2 erősítés tartalék  $G_m$  (gain margin)

## Kérdés

Körerősítés hatása  $\varphi_m$ -re és  $G_m$ -re?



# Egyszerűsített Nyquist-kritérium

## Vágási frekvencia

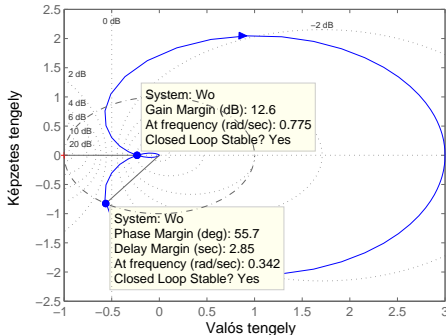
A (erősítés) vágási frekvencia (**gain crossover frequency**) az a frekvencia, ahol a Nyquist-görbe metszi az egységkört, azaz ahol a hurokerősítés egységnyi.

## Kérdés

A fázis vágási frekvencia (**phase crossover frequency**) az a frekvencia, ahol a Nyquist-görbe eléri a negatív valós féltengelyt, azaz ahol a fázistolás  $-\pi$ .

$$W_o(s) = \frac{3}{(s+1)(3s+1)(5s+1)}$$

Nyquist-diagram



# Tartalom

- 1 Egyszerűsített Nyquist-kritérium
- 2 A Bode-kritérium**
- 3 Soros kompenzátorok/szabályzók
- 4 Szabályzótervezés
- 5 PID szabályzók családja
- 6 PID szabályzók hangolása



# Bode-kritérium

## Használata

A felnyitott kör  $W_o(s)$  átviteli függvényéből következtethetünk a zárt kör stabilitására, ha

- 1  $W_o(s)$  minden pólusa a bal félsíkon van (esetleg az origóban) és
- 2 nincs egynél több olyan körfrekvencia, hogy  $\|W_o(j\omega_C)\| = 1$

## Megjegyzés

A Bode-kritérium a Nyquist-kritérium speciális esete.

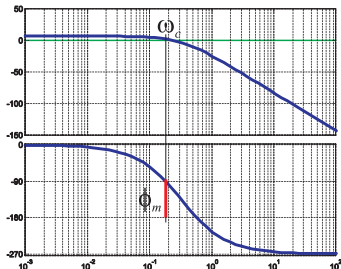
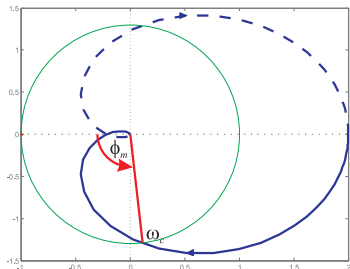
## Megjegyzés

A Bode-diagramon az egységkört a  $0dB$  tengely jeleníti meg és az (erősítés) vágási frekvencia ( $\omega_C$ ) az a frekvencia, ahol az amplitúdómenet metszi a  $0dB$  tengelyt.

# Bode-kritérium

## Megjegyzés

Akkor nem vesszük körbe a  $-1$  pontot, ha a görbe korábban már bekerült az egységkörön belülré, azaz a vágási frekvenciához  $-180^\circ$ -nál nagyobb fázistolás tartozik.



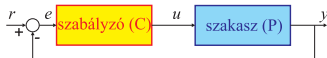
$$\text{STABILITÁS} \Leftrightarrow \phi_m > 0 \quad (\phi_m = \pi + \varphi(\omega_c))$$

# Tartalom

- 1 Egyszerűsített Nyquist-kritérium
- 2 A Bode-kritérium
- 3 Soros kompenzátorok/szabályzók**
- 4 Szabályzótervezés
- 5 PID szabályzók családja
- 6 PID szabályzók hangolása



# Soros kompenzátor



## Miért soros?

Mert a szakasszal sorba kapcsoljuk és elé helyezzük. (Más struktúrákat is használhatnánk.)

## Szabályzó hangolása

A szabályzó paramétereit (széles tartományban) tetszőlegesen választhatjuk meg. A szabályzó paramétereinek beállítását hangolásnak (**tuning**) nevezzük.

## Hangolás szempontjai (bővíthető)

- 1 STABILITÁS (előírt fázistartalék)
- 2 tranziens minősége (kimeneten  $y$  és a beavatkozó jelen  $u$ )
- 3 statikus pontosság



# PID szabályzók - eredet

## Hajók irányítási problémája

- 1 Cél: iránytartás, a legyezési szög (yaw angle) állítsa, eliminálása.
- 2 Zavarások: oldalirányú áramlás (drift), szélnyomás.
- 3 Beavatkozó szerv: kormánylapát.
- 4 Felhasználás: navigáció, tűzvezetés.
- 5 Elvárás: jobb, mint egy tapasztalt kormányos.

## Nyikolaj Fjodorovics Minorszkij

- 1 1885 (Korcseva, Oroszország) - 1970 (Olaszország)
- 2 Orosz-amerikai mérnök, tengerész
- 3 Cikke: 1922-ben PID szabályzót javasol és elemez. (Cím: Directional stability of automatically steered bodies).
- 4 Az elnevezés ekkor még más volt.



# PID szabályzók - eredet

## A kormányos - helmsman



Az ötlet a kézi vezérlés megfigyelése alapján született

## Első alkalmazás (1923)



USS New Mexico (1943-ban)  
(ma tengeralattjáró viseli a nevét)

# PID szabályzók - eredet

## A 3D probléma - USS New Mexico SSN-779

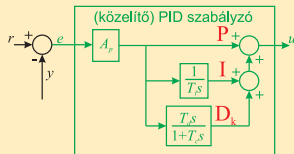
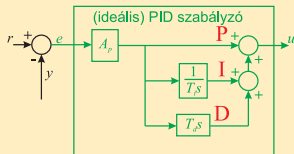


# Soros kompenzátor

## Egyszerűsítés

Tetszőleges, fizikailag megvalósítható átviteli függvény választható szabályzónak. Ha a fokszámok túl nagyok, akkor túl sok a hangolható paraméter. Így tehát választunk egy átviteli függvény halmazt átlátható mennyiségű paraméterrel.

## Természetes jelöltek



# PID szabályzók családja

## Proportional - Integral - Derivative

A PID szabályzók esetén a beavatkozó jel három hatás lineáris kombinációja

- ① egy hibajellel arányos tag (P-hatás)
- ② egy hibaintegrállal arányos tag (I-hatás)
- ③ egy hibaderiválttal arányos tag (D-hatás)

## Megjegyzések

- Egyes hatások elhagyhatók (P, PI, PD szabályzók).
- Ha van I-tag, akkor lehet azonosan nulla hiba mellett is beavatkozó jelet előállítani.
- Az ideális D-hatás nem realizálható.
- Az I hatás növeli a típuszámot.

## A szabályzó átviteli függvénye

Ideális D-hatást tartalmazó PID szabályzó átviteli függvénye.

$$W_{PID_k}(s) = A_p \left( 1 + \frac{1}{sT_i} + \frac{sT_d}{sT_c + 1} \right) = \frac{A_p T_i (T_d + T_c) s^2 + (T_i + T_c) s + 1}{T_i s (sT_c + 1)}$$

## Gyakorlati jelentőség

Szabályozási körök több, mint 70%-ban alkalmazzák. "Bemegyünk a boltba és veszünk egyet."

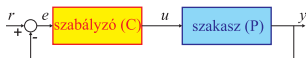
- Akytec
- Siemens
- Honeywell

# Tartalom

- 1 Egyszerűsített Nyquist-kritérium
- 2 A Bode-kritérium
- 3 Soros kompenzátorok/szabályzók
- 4 Szabályzótervezés**
- 5 PID szabályzók családja
- 6 PID szabályzók hangolása



# Soros kompenzátor



## Miért soros?

Mert a szakasszal sorba kapcsoljuk és elé helyezzük. (Más struktúrákat is használhatnánk.)

## Szabályzó hangolása

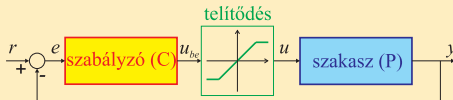
A szabályzó paramétereinek beállítását hangolásnak (**tuning**) nevezzük.

## Hangolás szempontjai

- 1 **STABILITÁS** (előírt fázistartalék),
- 2 statikus pontosság,
- 3 tranziensek gyorsasága (beállási idő, illetve sávszélesség),
- 4 beavatkozó jel korlátozásainak figyelembe vétele

# A beavatkozó jel korlátossága

## Telítődés



## Telítődés karakterisztikája

$$u = \begin{cases} u_{max} & \text{ha } u_{be} \geq u_{max} \\ u_{be} & \text{ha } u_{min} < u_{be} < u_{max} \\ u_{min} & \text{ha } u_{be} \leq u_{min} \end{cases}$$

## Megjegyzés

Mivel feltettük, hogy lineáris viselkedésű elemekből épül fel a szabályozási kör, ezért olyan szabályozót kell alkalmazni, amely a lineáris tartományban tartja a telítődéses elemet, azaz  $u_{min} \leq u_{be} \leq u_{max}$ .





# Illusztráció telítődésre - tempomat tervezése

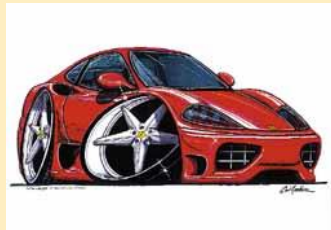
## Specifikáció

Egy  $r(t) = 100\varepsilon(t)$  ( $\frac{km}{h}$ ) alapjelugrás esetében  $T_{rise}(t) = 8sec$ . Melyik esetben kerül telítődésbe a beavatkozó jel (kikért motornyomaték)?

Jármű A



Jármű B



Nem érdemes ugyan azt a szabályzót tervezni mindkét járműhöz.

# A szabályozási kör sáv szélessége

## Szűrő

A (zárt) szabályozási kör  $W_{cl}(s) = W_{yr}(s)$  átvitele szűrőként viselkedik az  $r(t)$  alapjel és az  $y(t)$  kimenet között.

## Sáv szélesség

Az a frekvencia, ahol a szűrő erősítése  $-3\text{dB}$ -nél nagyobb.

## Kívánt sáv szélesség

Minél nagyobb a sáv szélesség, annál gyorsabb alapjel vihető át egységnyi erősítéssel a kimenetre (annál jobbák a követési tulajdonságok).

# Hogyan becsülhető a szabályozási kör sávszélessége?

## Feltételezés

A felnyitott kör átviteli függvényére teljesül, hogy nagy frekvencián nagy a csillapítása, kis frekvencián viszont nagy az erősítése, azaz

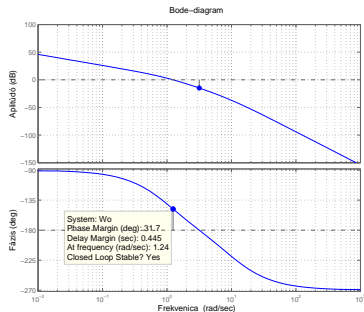
- 1 ha  $\omega \ll \omega_c$ , akkor  $\|W_o(j\omega)\| \gg 1$
- 2 ha  $\omega \gg \omega_c$ , akkor  $\|W_o(j\omega)\| \ll 1$

Emlékeztetőül (vágási frekvencia):

$$\|W_o(\omega_c)\| = 1$$

## Feltételt teljesítő $W_o(s)$

$$W_o(s) = \frac{2}{s(s+1)(0,1s+1)}$$



# Hogyan becsülhető a szabályozási kör sáv szélessége?

$$|W_{cl}(j\omega)| = \left| \frac{W_o(j\omega)}{1 + W_o(j\omega)} \right|$$

Alacsony frekvencián  $\omega \ll \omega_c$

Itt,  $|W_o(j\omega)| \gg 1$ , így

$$|W_{cl}(j\omega)| = \left| \frac{W_o(j\omega)}{1 + W_o(j\omega)} \right| \approx \left| \frac{W_o(j\omega)}{W_o(j\omega)} \right| = 1$$

Magas frekvencián  $\omega \gg \omega_c$

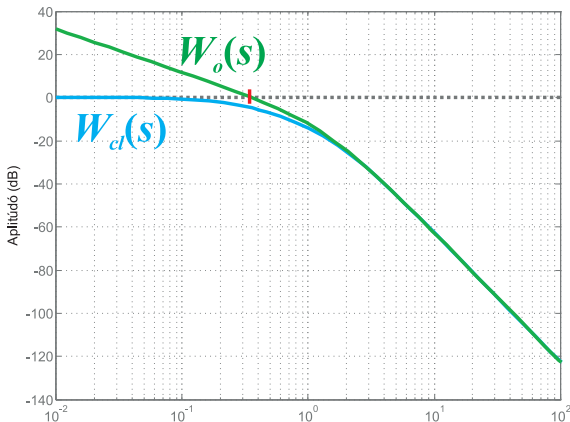
Itt,  $|W_o(j\omega)| \ll 1$ , így

$$|W_{cl}(j\omega)| = \left| \frac{W_o(j\omega)}{1 + W_o(j\omega)} \right| \approx \left| \frac{W_o(j\omega)}{1} \right| = |W_o(j\omega)|$$

# Sávszélesség - illusztráció

$$W_P(s) = \frac{3}{40s^3 + 54s^2 + 15s + 1}$$

$$W_C(s) = \frac{5,132s^2 + 1,796s + 0,1283}{0,5132s^2 + s}$$

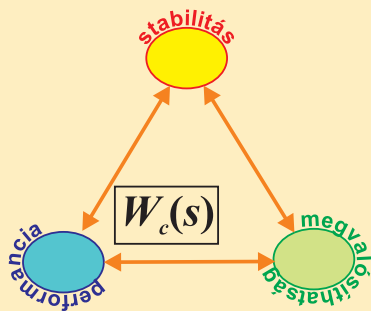


# A hangolás problémája

## Követelmények

- 1 **STABILITÁS** (pozitív fázistartalék, illetve pozitív erősítéstartalék a Bode-kritériumot használva)
- 2 **Performancia**: tranziensek minősége (beállási idő, túllövés,  $T_{2\%}$ , stb.), statikus tulajdonságok
- 3 **Megvalósíthatóság**: realizálható beavatkozó jelek (fizikailag biztosítható nagyságú jelek)

## Követelmények háromszöge



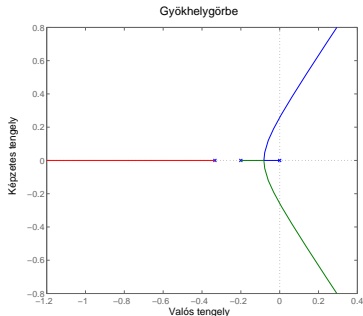
# Eszközeink a hangoláshoz I

## Gyök helygörbe

- 1 A **zárt kör** pólusainak helye a komplex síkon a körerősítés függvényében.
- 2 Bemenet  $W_o(s)$ .
- 3 Kritikus körerősítés.
- 4 Tükrös a valós tengelyre.
- 5 Egyéb törvényszerűségek...

## Példa

$$W_o(s) = \frac{5}{s(3s+1)(5s+1)}$$



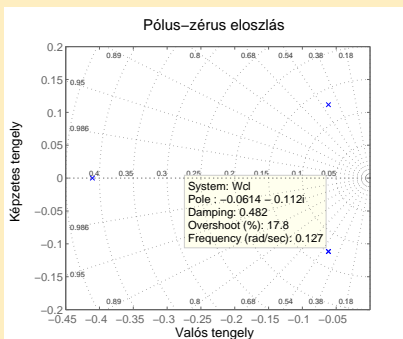
# Eszközeink a hangoláshoz II

## Pólus-zérus eloszlás

- 1 A **zárt kör** pólusainak helye.
- 2 Domináns póluspár.
- 3 Tranziensek minősége.
- 4 Csillapításból túllövés.
- 5 Valós részből gyorsaság.

## Példa

$$W_o(s) = \frac{0,1}{s(3s + 1)(5s + 1)}$$





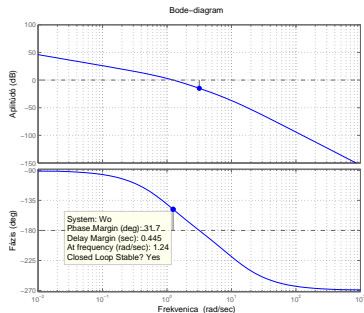
# Eszközeink a hangoláshoz III

## Bode-diagram

- 1 Felnyitott körhöz rajzoljuk általában.
- 2 Vágási frekvencia és sávszélesség.
- 3 Fázistartalék és erősítéstartalék.
- 4 Zárt kör stabilitásra következtethetünk.
- 5 Aszimptotikus közelítéssel is fel tudjuk rajzolni.

## Példa

$$W_o(s) = \frac{2}{s(s+1)(0,1s+1)}$$



# Milyen hangolás a jó hangolás?

## Stabilitás

Teljesíti az előírt fázistartalékot és ezzel **GARANTÁLJA A STABILITÁST**.  
A fázistartalék beállításának pontossága a specifikációtól függ.

## Gyorsaság

A zárt kör válaszában a felfutása rövid, a lengések gyorsan csillapodnak, azaz a zárt kör sáv szélessége és (domináns póluspárjának) a csillapítása is kellően nagy.

## Beavatkozó jel

Alapjelváltás esetén a beavatkozó jel a **fizikailag realizálható intervallumban marad!**

## Implementálhatóság

Egy jó hangolási módszer szisztematikus és sok esetet lefed.



# Tartalom

- 1 Egyszerűsített Nyquist-kritérium
- 2 A Bode-kritérium
- 3 Soros kompenzátorok/szabályzók
- 4 Szabályzótervezés
- 5 PID szabályzók családja**
- 6 PID szabályzók hangolása



# PID szabályzók családja

## Proportional - Integral - Derivative

A PID szabályzók esetén a beavatkozó jel három hatás lineáris kombinációja

- 1 egy hibajellel arányos tag (P-hatás)
- 2 egy hibaintegrállal arányos tag (I-hatás)
- 3 egy hibaderiválttal arányos tag (D-hatás)

## Megjegyzések

- Egyes hatások elhagyhatók (P, PI, PD szabályzók).
- Ha van I-tag, akkor lehet azonosan nulla hiba mellett is beavatkozó jelet előállítani.
- Az ideális D-hatás nem realizálható, közelítő D-hatást, vagy szűrt D-hatást (**filtered D term**) szokás alkalmazni.
- Az I-hatás növeli a típuszámot azaz lehetővé teszi nulla maradó hiba biztosítását.



# P típusú szabályzó

## Átviteli függvénye

$$W_C(s) = A_p$$

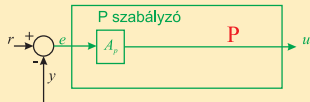
## Beavatkozó jel számítása

$$u(t) = A_p e(t)$$

## Paraméterei

$A_p$  erősítés

## Hatásvázlat



## Maximális beavatkozó jel

Ugrás alakú ( $r(t) = \varepsilon(t)$ ) alapjelnél

$$u_{max} = u(0) = A_p$$

# PI típusú szabályzó

## Átviteli függvénye

$$W_C(s) = A_p \left( 1 + \frac{1}{sT_i} \right) = \frac{A_p}{T_i} \frac{sT_i + 1}{s}$$

## Beavatkozó jel számítása

$$u(t) = A_p \left( e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau \right)$$

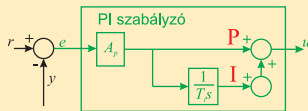
## Paramétere

$A_p$  erősítés és  $T_i$  időállandó vagy integrálási idő.

## Pólusok és zérusok

Egy zérus a  $-\frac{1}{T_i}$  helyen és egy pólus az origóban (az integrátor).

## Hatásvázlat



## Maximális beavatkozó jel

Ugrás alakú ( $r(t) = \varepsilon(t)$ ) alapjelnél

$$u_{max} = u(0) = A_p$$

# $PD_k$ típusú szabályzó

## Átviteli függvénye

$$W_C(s) = A_p \left( 1 + \frac{sT_d}{1 + sT_c} \right)$$

## Megjegyzés

Ha  $T_c = 0$ , akkor jutunk az ideális D-hatáshoz.

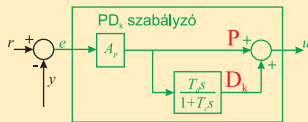
## Paramétereit

$A_p$  erősítés,  $T_d$  deriválási idő és  $T_c$  időállandó.

## Pólusok és zérusok

Egy zérus a  $-\frac{1}{T_c+T_d}$  helyen és egy pólus a  $-\frac{1}{T_c}$  helyen.

## Hatásvázlat



## Maximális beavatkozó jel

Ugrás alakú  $(r(t) = \varepsilon(t))$  alapjelnél

$$u_{max} = u(0) = A_p \left( 1 + \frac{T_d}{T_c} \right)$$

# PID<sub>k</sub> szabályzó

## Átviteli függvénye

$$W_C(s) = A_p \left( 1 + \frac{1}{sT_i} + \frac{sT_d}{1+sT_c} \right)$$

## Megjegyzés

Ha  $T_c = 0$ , a D-hatás ideális.

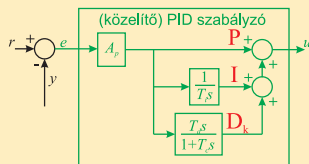
## Paramétere

$A_p$  erősítés,  $T_d$  deriválási idő,  $T_i$  integrálási idő és  $T_c$  időállandó.

## Pólusok és zérusok

Két zérus (lehet komplex pár is) és két pólus a  $-\frac{1}{T_c}$  és 0 helyeken.

## Hatásvázlat



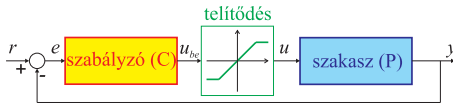
## Maximális beavatkozó jel

Ugrás alakú ( $r(t) = \varepsilon(t)$ ) alapjelnél

$$u_{max} = u(0) = A_p \left( 1 + \frac{T_d}{T_c} \right)$$



# Telítődés kezelése az I tagoknál - antiwindup



## Probléma

A szabályzó akkor is integrálni fogja a hibát, mikor a beavatkozó jel "telítésbe ment", azaz a szabályozási kör már nem a lineáris tartományban működik.

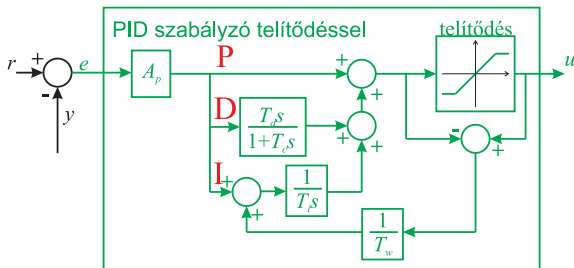
## Következmény

Az integrátor túlintegrál, ami a tranziens romlásához (túllövés, nagyobb beállási idő) vezet.

# Integrator antiwindup megoldás

## Megoldás (integrator antiwindup)

- 1 az I tag bemenetét nullává tesszük, mikor a telítődéses karakterisztika vízszintes részére érünk,
- 2 az I tag bemenetét módosítjuk, mikor a telítődéses karakterisztika vízszintes részére érünk.



a második megoldás hatásvázlata



# Megjegyzések

## Jelölés

A továbbiakban a  $k$  indexet a közelítő D-hatásnál elhagyjuk.

## Fokszámok

Bármelyik szabályzó esetében (közelítő D-hatással) a számláló és a nevező fokszámainak különbsége nulla.

## Állapotok

Az arányos tag kivételével mindegyik szabályzó saját állapottal rendelkezik.

# Tartalom

- 1 Egyszerűsített Nyquist-kritérium
- 2 A Bode-kritérium
- 3 Soros kompenzátorok/szabályzók
- 4 Szabályzótervezés
- 5 PID szabályzók családja
- 6 PID szabályzók hangolása**



# Pólus-zérus kiejtés

## A szabályzó zérusainak felhasználása

A szabályzó zérusaival a szakasz (stabil) pólusait ejtjük ki.

## Indoklás

A sávszélességet ( $\omega_c$ ) tudjuk növelni a megfelelő pólus kiejtésével, amivel a zárt kör pólusait balrabb toljuk.

## Az ingyen ebédek esetei - engineering tradeoffs

Tipikus  $W_o(s)$  átvitelek esetében

- 1  $\omega_c$  növelése (sávszélesség növelése) általában csökkenti a fázistartalékot, így a tranziensek minősége romlik (nagyobb túllövés, csillapítás csökkentése)
- 2  $\omega_c$  növelése (sávszélesség növelése) általában növeli a beavatkozó jel nagyságát (telítődés kockázata)



# Szisztematikus tervezés

## Szabályzó kiválasztása (P, PI, PD, PID)

- Típuszám növeléséhez I-hatás kell.
- Tranziensek gyorsításához  $D$  hatás kell.

## P, PI (D-hatás nélkül)

Itt a maximális beavatkozó jel csak  $A_p$ -től függ.

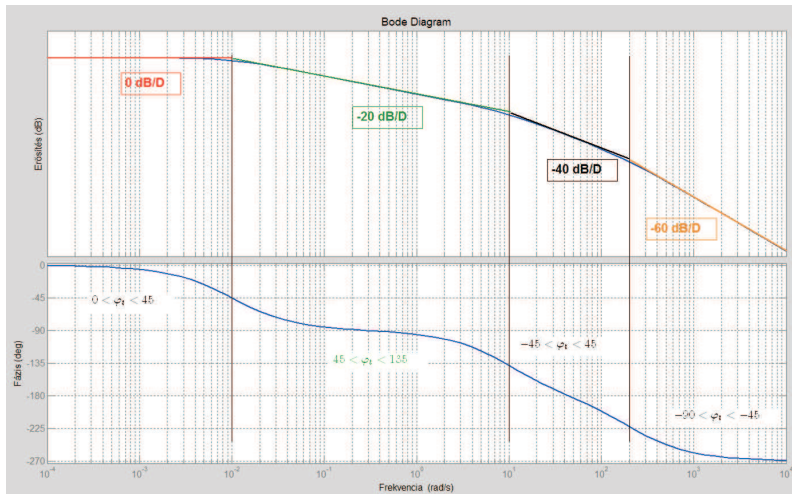
- 1 Pólus-zérus kiejtés (I-hatás esetén megadja  $T_i$  értékét)
- 2 Fázistartalék beállítása  $A_p$  meghatározásával

## PD, PID

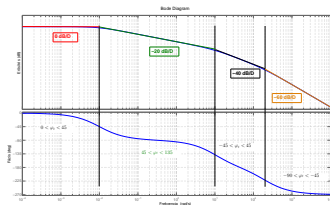
Itt a maximális beavatkozó jel csak  $A_p$ -től és időállandóktól függ.

- 1 Pólus-zérus kiejtés
- 2  $A_p$ ,  $\omega_c$ , és az időállandók meghatározása egyenletrendszer alapján

# Megfigyelés (minimumfázisú rendszereknél)



# Pólus-zérus kiejtés

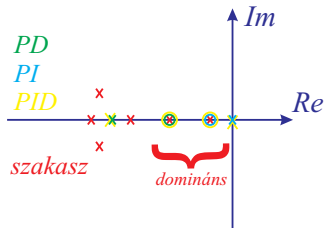


## Következmény

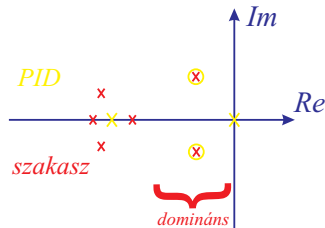
- 1 A vágási frekvencia a  $-20\text{dB}/D$  szakaszra kerül, hogy a megfelelő fázistartalékot (tipikusan  $\varphi \in [45^\circ, 75^\circ]$ ) biztosítsuk.
- 2 A sávszélesség ( $BW \approx \omega_C$ ) tehát úgy növelhető, hogy a  $-20\text{dB}/D$  meredekségű szakaszt a „nagy” frekvenciák felé hosszabbítjuk.
- 3 A meredekség a pólusoknál csökken, a hosszabbításhoz azokat kell kiejteni.



# Pólus-zérus kiejtés



valós domináns pólusok



konjugált komplex domináns póluspár

## Sávszélesség növelése

- A zárt kör sávszélességét növelendő a szabályzó zérusaival a szakasz pólusait kiejtjük.
- Ez egyben növeli  $W_o(s)$   $-20$  dB/D meredekségű szakaszát és  $\omega_C$ -t.
- Ugyanakkor  $\omega_C \approx BW$  (sávszélesség)

# PD, PID paraméterek számítása egyenletek alapján

## Előírások

A  $\varphi_t$  fázistartalék és a maximális beavatkozó jel  $u_{max}$  adottak.

## Kiejtés

Kiejtési szabályok (korábbról) - a  $-20dB/D$  szakasz meghosszabbítása

- 1 PD: a szakasz második leglassabb (valós) pólusa
- 2 PID: a szakasz két leglassabb (valós vagy konjugált komplex) pólusai

## Egyenletek

Ismeretlenek:  $A_p, \omega_c, T_i$  (Matlab támogatás: `fsolve`)

$$\|W_o(j\omega_c)\| - 1 = 0$$

$$\pi + \arg(W_o(j\omega_c)) - \varphi_t = 0$$

$$u_{PD, PID}(0) - u_{max} = 0$$

