Statisztika zh
megoldások

1. A minta realizáció: $x_1, x_2, \ldots, x_n$

$$L(x_1,x_2,\ldots,x_n;\lambda) = \prod_{i=1}^{n} f(x_i;\lambda) = \prod_{i=1}^{n} \lambda x_i^{-\lambda-1} = \lambda^n + \left(\prod_{i=1}^{n} x_i\right)^{-\lambda-1}$$

$$l(x_1,x_2,\ldots,x_n;\lambda) = n\ln\lambda + (-\lambda-1)\sum_{i=1}^{n}\ln x_i$$

$$\frac{\partial l}{\partial\lambda} = \frac{n}{\lambda} - \sum_{i=1}^{n}\ln x_i = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{n}{\sum_{i=1}^{n}\ln x_i}$$

$$\frac{\partial^2 l}{(\partial\lambda)^2} = -\frac{n}{\lambda^2} < 0 \Rightarrow \text{minimumhely}$$

2. Egymintás t-próbát kell alkalmazni.

$\bar{x}_{10} = 0,985, s^*_{10} = 0,032283$

$t = \frac{0,981-1}{0,032282}\sqrt{10} = -1,469302$

$f = 10-1 = 9, t_{0,05} = 2,225$

Döntés: Elfogadjuk a nullhipotézist, azaz nem térnek el az adatok a hipotetikus értéktől.

3. Becsléses illeszkedésvizsgálatot kell khi-négyzet próbával végrehajtani.

A λ paramétert az átlaggal becsüljük:

$\lambda \approx \frac{1}{100}(16+40+72+68+45+30+7+8) = 2,86$

$p_i = \frac{\lambda^i}{i!}e^{-\lambda},$

p_0	p_1	p_2	p_3	p_4	p_5	p_6	p_7	p_8	p_9
0,057770726	0,165224277	0,236270717	0,22524475	0,161049996	0,092120598	0,043910818	0,017940706	0,006413802	0,002038164

$T = \sum_{i=0}^{9}\frac{(\nu_i-np_i)^2}{np_i} = 1,823713829, f = 10-1-1 = 8, K_{0,05} = 15,51$

Döntés: Elfugadjuk a nullhipotézist, azaz a fenyőfák számának eloszlása követi a Poisson eloszlást.

4. Párosított kétmintás t-próbával kell dönteni.

$\frac{1}{8}\sum_{i=1}^{8}(B_i - A_i) = 1,05, s^*_n = 1,22007$

$t = \frac{1,05-0}{1,22007}\sqrt{8} = 2,434$

$f = 8-1 = 7, t_{0,05} = 2,365$

Döntés: A nullhipotézist elvetjük. Van különbség a két gyógyszer között, mégpedig az A jelű gyógyszer szignifikánsan hamarabb hat.

5. Khi négyzetes homogenitásvizsgálatot végzünk.

Apa: $\nu_1 = 622, \nu_2 = 378$

Fiú: $\vartheta_1 = 619, \vartheta_2 = 381$

$$T = 1000 \cdot 1000 \cdot \left(\frac{\left(\frac{622}{1000}-\frac{619}{1000}\right)^2}{622+619} + \frac{\left(\frac{378}{1000}-\frac{381}{1000}\right)^2}{378+381}\right) = 0,0191$$

$f = 2-1 = 1, K_{0,05} = 3,84$

Döntés: Elfogadjuk a nullhipotézist. Az apák és fiúk szemszín eloszlása azonos.