
A *-gal jelölt feladatoknak legalább a 40 százalékát meg kell oldani

1. feladat (20 pont)

Vizsgálja és vázolja az

$$f(x) = \frac{x^3 + 4}{x^2}$$

függvényt! Határozza meg és vázolja a ∞ és a $-\infty$ -beli aszimptótákat is!

2. feladat (10 pont)

Mit nevezünk sorokra vonatkozó majoráns illetve minoráns kritériumnak? Bizonyítsa be a minoráns kritériumot!

3. feladat (10 pont)

(i) Írja le a L'Hospital szabályt!

(ii)

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x-1} - \frac{e}{e^x - e} = ?$$

4. feladat (8 pont)

Írja le a $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A \in \mathbf{R}$ definíciót! Igazolja, hogy egy pontban folytonos pozitív függvény a pont környezetében pozitív!

***5. feladat (17 pont)**

(i) Vezesse be az $u = \arctan \sqrt{x}$ új változót az

$$\int \frac{1}{\sqrt{x}(1+x) \arctan \sqrt{x}} dx$$

integrálba, majd határozza meg az integrált!

(ii)

$$\int \frac{x^2 - 4x + 7}{(x-3)(x-1)^2} dx = ?$$

***6. feladat (25 pont)**

(i) Írja fel a parciális integrálás képletét és határozza meg az alábbi integrálokat:

$$\int \ln x dx = ? \qquad \int_0^1 \ln x dx = ?$$

(ii) Írja fel az $f(x) = \ln x$ függvény $x_0 = e$ ponthoz tartozó érintő egyenesének az egyenletét!

(iii) Határozza meg az $y = \ln x$ görbe és a (ii)-ben szereplő érintő egyenes, valamint az x tengely által határolt, $y \geq 0$ félsíkba eső tartományának a területét!

7. feladat (10 pont)

Tegyük fel, hogy a

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3}$$

sort a tizedik részletösszeggel közelítjük. Becsülje meg a H_{10} hibát egy alkalmas improprius integrállal! Vázlatos rajzzal indokoljon! Igaz-e, hogy $H_{10} < 1/100$?

Csak a kettes vizsgajegy eléréséhez javítjuk ki:

8. feladat (10 pont)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (3^{n-1} n^2)^{1/n} =? \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n-1}{2n+1} \right)^{3n+2} =? \quad \lim_{n \rightarrow \infty} e^{-n^2} =?$$

pdf by Syntern