

# „Bode diagram kézzel”

Avagy hogyan rajzolhatunk mi is aszimptotikus amplitúdó-jelleggörbét?

## Felhasznált irodalom:

Lantos Béla: Irányítási rendszerek elmélete és tervezése I.  
<http://vehok.uni-pannon.hu/~runya/Iranyitas%20II/Dr%20Czekkel%20J%E1nos%20-%20Szab%E1lyoz%E1stechnika%20jegyzet03.PDF>  
[http://e-oktat.pmmf.hu/szabalyozasok\\_tartalom](http://e-oktat.pmmf.hu/szabalyozasok_tartalom)  
[http://www.ms.sapientia.ro/~martonl/Docs/PID\\_Szabalyozo.pdf](http://www.ms.sapientia.ro/~martonl/Docs/PID_Szabalyozo.pdf)  
<http://www.jegyzet.hu/uploaded/593/bode.pdf>

## Aszimptotikus amplitúdó-jelleggörbe felrajzolása (Bode)

Nézzünk egy példát!

Legyen az átviteli függvény:

$$W(s) = 10 \frac{1+s}{s(1+0.1s)(1+2s+2s^2)}$$

Fontos, hogy mind a számláló, mind a nevező,  $1+Ts$  illetve  $1+2T\mu s+T^2s^2$  alakú polinomokra legyen rendezve.

Ekkor az átviteli függvény erősítési tényezője, **K=10** leolvasható.

A számláló gyökei a zérusok, a nevező gyökei a pólusok.

Most határozzuk meg először a számláló gyökeit, vagyis a **zérusokat**:

$$1+s=0 \rightarrow z_1 = -1$$

A **pólusok**:

$$p_1 = 0, p_2 = -10, p_{3,4} = -\frac{1}{2} \pm j\frac{1}{2}$$

Ezek után készítsük el az alábbi táblázatot, melynek első sorában a pólusok és a zérusok abszolút értékük szerinti növekvő sorrendbe vannak rendezve.

Pólusok/zérusok abszolút értéke	$ p_1 =0$	$ p_3 =\frac{1}{\sqrt{2}}$	$ z_1 =1$	$ p_2 =10$
Index	+1	+1	-1	+1
multiplicitás	1	2	1	1

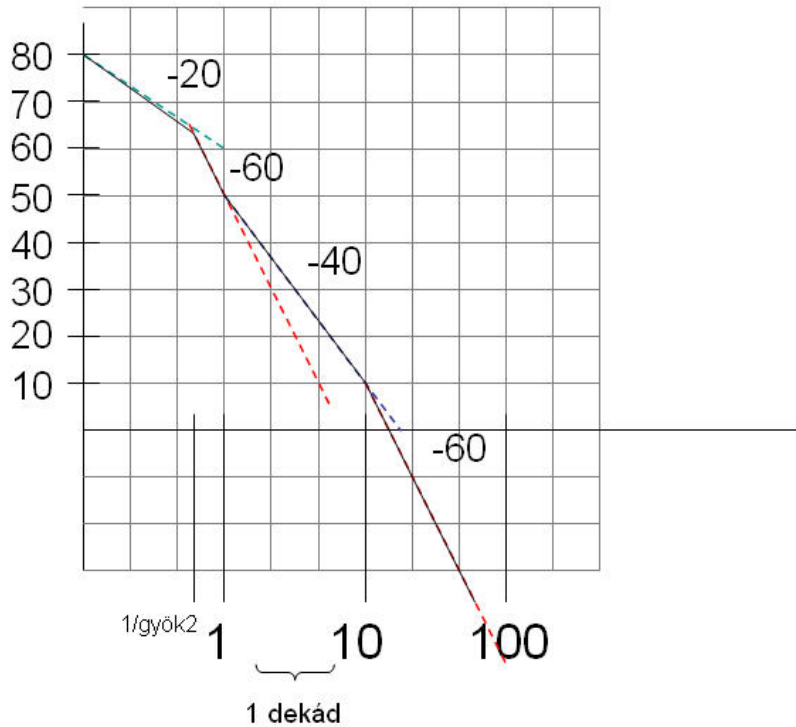
Az index értéke zérus esetén -1, pólus esetén +1.

A multiplicitás pedig azt jelenti, hogy „hányszoros gyök”, itt jelen esetben a  $|p_3|=\frac{1}{\sqrt{2}}$  kétszeres gyök, tehát a multiplicitása 2, a többié 1.

Ezzel a nehezen túl is vagyunk. A jelleggörbe meredeksége a következő képlet szerint alakul:

$$\left(-20 \frac{dB}{dek}\right) \cdot (\text{multiplicitás}) \cdot (\text{index})$$

És ez a meredekség érték mindig az előző meredekséghez hozzáadódik.



Pólusok/zérusok abszolút értéke	$ p_1  = 0$	$ p_3  = \frac{1}{\sqrt{2}}$	$ z_1  = 1$	$ p_2  = 10$
Index	+1	+1	-1	+1
multiplicitás	1	2	1	1

Nézzük az alábbi ábrát, a táblázat alapján. Először  $(-20 \frac{dB}{dek}) \cdot (1) \cdot (+1) = -20$  a meredekség egészen a  $p_3$  pólusig. Ez azt jelenti, hogy egy dekád alatt 20 dB-t esik az amplitúdó. (zöld szaggatott vonal).

Nekünk azonban csak  $|p_3| = \frac{1}{\sqrt{2}}$ -ig kell ez a meredekség, utána ugyanis

$-20 + (-20 \frac{dB}{dek}) \cdot (2) \cdot (+1) = -60$  lesz a meredekség az előző meredekséghez való hozzáadás és a kétszeres multiplicitás miatt. (piros szaggatott vonal éppen 1 dekád alatt 60dB-et esik.)

Ezt odatolva  $1/\sqrt{2}$ -höz egészen  $|z_1| = 1$ -ig ez lesz a meredekség. A következő meredekség a „zérusság” miatt  $-60 + (-20 \frac{dB}{dek}) \cdot (-1) \cdot (+1) = -40$  lesz (kék szaggatott), majd ismét -60.

Ezzel meg is rajzoltuk az aszimptotikus amplitúdó jelleggörbét, ennek azonban még csak a meredekségei jó, az  $y$ -nal való metszéspont rossz.

Tovább:

Az így kapott görbét függőleges irányban eltoljuk úgy, hogy a legelső  $-20 \cdot n$  dB/dekád-os görbe (illetve annak meghosszabbítása)  $w=1$  frekvenciánál vegye fel a  $20 \cdot \lg K$  értéket, ahol  $K$  az átviteli függvény erősítési tényezője (jelen esetben 10).

Speciálisan  $n=1$ -re úgy is számolhatunk hogy a görbe  $w=K$ -nál messe a 0dB-es tengelyt. (ez is igaz nálunk)

Ezen az ábrán jól látszik, hogy az egészet lefelé eltoltuk addig, amíg a kezdeti  $-20$ dB/dekádos meredekség meghosszabbítása metszi a 0dB-es tengelyt, illetve  $w=1$ -nél éppen  $20$ db/dekás az értéke ennek a zöld szaggatott vonalnak, tehát mindkét feltétel pontosan teljesül.

**Készen vagyunk, a piros görbe az aszimptotikus jelleggörbe!**

