ANALÍZIS 2
Mérnök Informatikus szak

II. ZÁRTHELYI

2012 november 19
Munkaidő: 90 perc

BME, Természettudományi Kar, Matematika Intézet, Analízis Tanszék

Név:

Neptun kód: | | | | | | |

1.	2.	3.	4.	5.	6.	$\sum$

1. feladat (18 pont)

Számoljuk ki az

$$f(x) := \sqrt{3 - x^2 + 2x}$$

képlettel definiált függvény hetedik és nyolcadik deriváltjának értékét az $x = 1$ pontban. *Segítség: elöször írjuk föl a függvény $x_0 = 1$ bázispontú Taylor-sorát.*

2. feladat (18 pont)

Becsüljük meg az

$$I = \int_{-0.1}^{0.1} e^{-x^2}\, dx$$

integrál értékét az integrandusz $x_0 = 0$ bázispontú másodfokú Taylor-polinomjának segítségével. Igaz-e, hogy a becslés hibája kisebb mint 10^{-4}?

3. feladat (16 pont)

Legyen $f(x) = x$, ha $|x| \leq \frac{\pi}{2}$ és 0, ha $|x| > \frac{\pi}{2}$. Írjuk föl az f függvény $[-\pi, \pi]$ intervallumon vett Fourier-sorát. Mennyi a kapott sor értéke az $x = \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}$ és $x = \frac{3\pi}{4}$ pontokban?

4. feladat (16 pont)

Döntsük el, hogy a megadott limeszek léteznek -e, és ha igen, határozzuk meg értéküket.

$$a) \lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{xy}{x^2 + 2y^2}, \qquad b) \lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{\sin(x)y^2}{x^2 + 2y^2}.$$

5. feladat (16 pont)

Tekintsük az

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{xy}{x^2+2y^2}, & \text{ha } (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & \text{ha } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

képlettel megadott $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ függvényt. Döntsük el, hol léteznek, és ahol léteznek, ott írjuk föl a $\partial_1 f, \partial_2 f$ és Df deriváltakat.

6. feladat (16 pont)

Az $x, y > 0$ tartományon legyen $f(x,y) = (3x)^{y^4}$. Milyen $\underline{v}$ irányban ($\|v\| = 1$) lesz maximális, illetve minimális a $D_{\underline{v}} f$ iránymenti derivált értéke az $(e/3, e)$ pontban?