

## JAVÍTÁSI PÉLDÁNY

### Nagypélda

Egy diszkrét idejű rendszer állapotváltozós leírása a következő:

$$\begin{aligned} x_1[k+1] &= 0,6 x_1[k] + 0,2 x_2[k] \\ x_2[k+1] &= -1,3 x_1[k] + 0,4 x_2[k] + 2 u[k] \\ y[k] &= 5 x_2[k] \end{aligned}$$

- a) Igazolja, hogy a rendszernek létezik átviteli karakterisztikája! (2 pont)  
 b) Számítsa ki a rendszer átviteli karakterisztikáját, és írja fel normál alakban! (3 pont)  
 c) A rendszer  $u[k]$  periodikus bemeneti jele:  $u[k] = 4 \delta[k] + 4 \delta[k-3]$ , ha  $0 \leq k \leq 3$ , és  $u[k+4] = u[k]$ .

c1) Adja meg a bemeneti jel valós alakú Fourier sorát! (3 pont)

c2) Adja meg a válaszjel Fourier sorát! (2 pont)

a)  $\begin{vmatrix} 0,6 - \lambda & 0,2 \\ -1,3 & 0,4 - \lambda \end{vmatrix} = \lambda^2 - \lambda + 0,5, \quad \lambda_{1,2} = 0,5 \pm j 0,5, \quad |\lambda_{1,2}| = \sqrt{0,5} < 1, \text{ a rendszer}$   
 aszimptotikusan stabilis, így GV stabilis is. 2 pont

b) Egyik megoldás. 
$$\begin{aligned} e^{j\vartheta} \bar{X}_1 &= 0,6 \bar{X}_1 + 0,2 \bar{X}_2 \\ e^{j\vartheta} \bar{X}_2 &= -1,3 \bar{X}_1 + 0,4 \bar{X}_2 + 2 \bar{U} \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} (e^{j\vartheta} - 0,6) \bar{X}_1 - 0,2 \bar{X}_2 &= 0 \quad /* (-1,3) \\ 1,3 \bar{X}_1 + (e^{j\vartheta} - 0,4) \bar{X}_2 &= 2 \bar{U} \quad /* (e^{j\vartheta} - 0,6) \end{aligned} \right\}$$

$$\bar{X}_2 (e^{j2\vartheta} - e^{j\vartheta} + 0,24 + 0,26) = 2 \bar{U} (e^{j\vartheta} - 0,6)$$

$$\bar{Y} = 5 \bar{X}_2 = \bar{U} \frac{10 e^{j\vartheta} - 6}{e^{j2\vartheta} - e^{j\vartheta} + 0,5}, \quad H(e^{j\vartheta}) = \frac{10 e^{-j\vartheta} - 6 e^{-j2\vartheta}}{1 - e^{-j\vartheta} + 0,5 e^{-j2\vartheta}} = \frac{10 e^{j\vartheta} - 6}{e^{j2\vartheta} - e^{j\vartheta} + 0,5}$$

Másik megoldás.

$$e^{j\vartheta} \underline{\underline{E}} - \underline{\underline{A}} = \begin{bmatrix} e^{j\vartheta} - 0,6 & -0,2 \\ 1,3 & e^{j\vartheta} - 0,4 \end{bmatrix}, \quad \det(e^{j\vartheta} \underline{\underline{E}} - \underline{\underline{A}}) = e^{j2\vartheta} - e^{j\vartheta} + 0,5$$

$$(e^{j\vartheta} \underline{\underline{E}} - \underline{\underline{A}})^T = \begin{bmatrix} e^{j\vartheta} - 0,6 & 1,3 \\ -0,2 & e^{j\vartheta} - 0,4 \end{bmatrix}, \quad \text{adj}(e^{j\vartheta} \underline{\underline{E}} - \underline{\underline{A}}) = \begin{bmatrix} e^{j\vartheta} - 0,4 & 0,2 \\ -1,3 & e^{j\vartheta} - 0,6 \end{bmatrix}$$

$$H(e^{j\vartheta}) = \frac{[0 \ 5] \begin{bmatrix} e^{j\vartheta} - 0,4 & 0,2 \\ -1,3 & e^{j\vartheta} - 0,6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}}{e^{j2\vartheta} - e^{j\vartheta} + 0,5} = \frac{[0 \ 5] \begin{bmatrix} 0,4 \\ 2 e^{j\vartheta} - 1,2 \end{bmatrix}}{e^{j2\vartheta} - e^{j\vartheta} + 0,5} = \frac{10 e^{j\vartheta} - 6}{e^{j2\vartheta} - e^{j\vartheta} + 0,5}$$

$$H(e^{j\vartheta}) = \frac{10 e^{-j\vartheta} - 6 e^{-j2\vartheta}}{1 - e^{-j\vartheta} + 0,5 e^{-j2\vartheta}}$$

Csak egyik megoldás értékelhető 3 pont

c1)  $L = 4, \quad \vartheta_0 = \frac{\pi}{2}, \quad U_0 = \frac{1}{4} (4 + 4) = 2$

$$U_1^c = \frac{1}{4} \left( 4 + 4 e^{-j3\frac{\pi}{2}} \right) = 1 + j \quad U_1 = 2\sqrt{2}, \quad \rho_1 = \frac{\pi}{4}, \quad U_1^A = 2, \quad U_1^B = -2.$$

$$U_2^c = \frac{1}{4} \left( 4 + 4 e^{-j2\frac{\pi}{2}3} \right) = 0 \quad u[k] = 2 + 2\sqrt{2} \cos \left( k \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \right), \quad (2\sqrt{2} \approx 2,8284)$$

$$\text{vagy } u[k] = 2 + 2 \cos \left( k \frac{\pi}{2} \right) - 2 \sin \left( k \frac{\pi}{2} \right) \quad 3 \text{ pont}$$

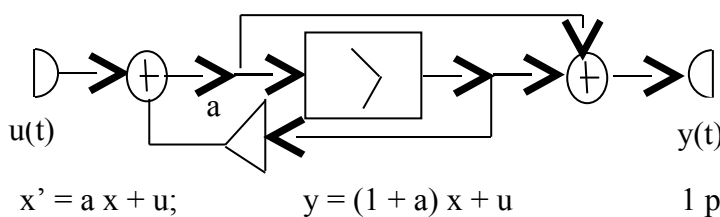
c2)  $H(e^{j\vartheta}) \Big|_{\vartheta=0} = \frac{10-6}{1-1+0,5} = 8,$

$$H(e^{j\vartheta}) \Big|_{\vartheta=\frac{\pi}{2}} = \frac{10 e^{j\frac{\pi}{2}} - 6}{e^{j\pi} - e^{j\frac{\pi}{2}} + 0,5} = \frac{-6 + j10}{-0,5 - j} = 5,6 - j 8,8 = 10,4307 e^{-j2,1375} (-122,47^\circ)$$

$$y[k] = 16 + 29,5025 \cos \left( k \frac{\pi}{2} - 1,3521 \right) \quad (-77,47^\circ) \quad 2 \text{ pont}$$

Kispéldák

1.



Adja meg a hálózattal adott FI rendszer állapotváltozós leírását normál alakban! (1 pont)

$$x' = a x + u; \quad y = (1 + a) x + u \quad 1 \text{ pont}$$

2. Adja meg az  $x(t) = 6 \cos \left( 1,5 t - \frac{\pi}{6} \right)$  jel deriváltjának komplex amplitúdóját! (1 pont)

$$9 e^{j\frac{\pi}{3}} \text{ vagy } 4,5 + j 4,5 \sqrt{3} \approx 4,5 + j 7,7942 \quad 1 \text{ pont}$$

3. Egy FI rendszer átviteli karakterisztikája és bemeneti jele:  $H(j\omega) = \frac{1}{j\omega + 2}$  és  $u(t) = 4 \cos 2t$ .

Adja meg a rendszer válaszjelét! (1 pont)

$$y(t) = \sqrt{2} \cos \left( 2 t - \frac{\pi}{4} \right) \quad 1 \text{ pont}$$

4. Adja meg az  $x(t) = 5 \cos 12 t + 3 \cos (18 t + 0,2)$  periodikus FI jel periódusát! (1 pont)

$$T = \frac{\pi}{3} \approx 1,0472 \text{ (egész számú többszörös is elfogadható.)} \quad 1 \text{ pont}$$

5. Egy DI rendszer átviteli tényezője  $\vartheta_1 = \frac{\pi}{3}$  diszkrét körfrekvencián  $6 e^{j0,3}$ . Adja meg az átviteli

tényezőt  $\vartheta_2 = \frac{5\pi}{3}$  diszkrét körfrekvencián! (1 pont)

$$6 e^{-j 0,3} \quad 1 \text{ pont}$$