2. Vizsgazárthelyi

2011 nyár A2

1. Adja meg a következő egyenletrendszer összes megoldását!

$$\begin{aligned} x + 2z + w &= 4 \\ -x + 2y + w &= 2 \\ 2x - y + 3z + w &= 5 \end{aligned}$$

2. Határozza meg az $f(x,y) = 3x^2 - 6x + y^4 - 32y$ függvény lokális szélsőértékhelyeit!

3. Legyen K az egységsugarú origóközéppontú kör x tengely feletti fele.

$$\iint_K x^4 y \, dx \, dy = ?$$

4. $\displaystyle \lim_{n \longrightarrow \infty} \int_0^1 \frac{n^4 x^4}{x^4 + n^4} \, dx = ?$

5. Számítsa ki az $\displaystyle \int_0^1 \frac{\sin x}{x} \, dx$ értékét 0.001 pontossággal!

6.

(a) Legyenek $\mathbf{A}$ és $\mathbf{B}$ az L lineáris tér tetszőleges lineáris transzformációi és $\mathbf{0}$ a nulla transzormáció ($\mathbf{0}x = 0$ minden $x \in L$-re). Igaz-e:

- **(a1)** ha $\mathbf{AB} = \mathbf{0}$, akkor $\mathbf{A} = \mathbf{0}$ vagy $\mathbf{B} = \mathbf{0}$,
- **(a2)** ha $\mathbf{A}$ és $\mathbf{B}$ invertálhatóak, akkor $\mathbf{A} + \mathbf{B}$ is az.

(b) Legyen a a sík tetszőleges pontja és f tetszőleges a-ban deriválható kétváltozós függvény. Igaz-e:

- **(b1)** ha $\operatorname{grad} f(a) = 0$, akkor f-nek lokális szélsőértékhelye van a-ban,
- **(b2)** ha f-nek lokális szélsőértékhelye van a-ban, akkor $\operatorname{grad} f(a) = 0$.

(c) Igaz-e, hogy ha az $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ sor konvergenciasugara R, akkor a sor

- **(c1)** konvergens a $[-R, R]$-en,
- **(c2)** egyenletesen konvergens a $(-R, R)$-en.