

1. feladat (16 pont)

Állapítsa meg az alábbi hatványsor konvergenciatartományát!

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n 3^n} (x+3)^n$$

2. feladat (13 pont)

Közelítse az

$$\int_0^1 \cos(2x^3) dx$$

integrált a függvény hatodfokú, 0-körüli Taylor-polinomjának integráljával! Adjon becslést a hibára!

3. feladat (24 pont)

Hol folytonos az alábbi függvény? Számolja ki a parciális deriváltjait! Hol lehetnek a függvénynek lokális szélsőérték helyei, vagyis melyek a függvény stacionárius pontjai?

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{5x^2y^2}{2x^2 + 7y^2}, & \text{ha } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & \text{ha } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

4. feladat (8+14=22 pont)

a) Mikor mondjuk, hogy egy $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ függvény az (x_0, y_0) pontban totálisan differenciálható? Adjon elégséges feltételt a totális differenciálhatóságra.

b) Határozza meg az

$$f(x, y) = \sin((3x - y)^3) - 8y$$

függvény $(1, 3)$ pontbeli érintősíkjának egyenletét! Számolja ki az f függvény $(4, -3)$ vektorral párhuzamos iránymenti deriváltját a $(1, 3)$ pontban.

5. feladat (15 pont)

Az integrálás sorrendjének felcserélésével számoljuk ki az alábbi integrált:

$$\int_0^4 \int_{\sqrt{x}}^2 \sqrt{1+y^3} dy dx$$

6. feladat (10 pont)

Határozza meg az $x = 0$, $x = 2$, $y = 0$, $y = 1$, $z = 0$, $z = x + y^3$ felületek által határolt tartomány térfogatát.

IMSC feladat (15 IMSC pont) Adott a síkon n tömegpont $(x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$, m_1, \dots, m_n tömegekkel. A sík mely pontjára vonatkoztatva lesz a rendszer tehetetlenségi nyomatéka minimális? (n darab egyenként m_i tömegű, a vonatkoztatási ponttól egyenként r_i távolságra elhelyezett tömegpontból álló merev test tehetetlenségi nyomatéka $\sum_{i=1}^n m_i r_i^2$).