Javítási példány

Nagypélda

Egy diszkrét idejű rendszer normál alakú állapotváltozós leírásának mátrixai: $\underline{\underline{A}} = \begin{bmatrix} 1 & -0,7 \\ 0,8 & -0,8 \end{bmatrix}$,

$\underline{B} = \begin{bmatrix} p \\ q \end{bmatrix}$, $\underline{C}^T = \begin{bmatrix} -2 & 2 \end{bmatrix}$ és D = r, ahol p, q és r paraméter.

a) Számítsa ki a paraméterek értékét a rendszer impulzusválaszának h[0]=h[1]=0, h[2] = 0,6 értékei ismeretében! ! (6 pont)

A továbbiakban ***más***, p = 0, q = 2 és r = 1 paraméterekkel számoljon!

b) Számítsa ki a rendszer impulzusválaszának formuláját! (10 pont)

c) Számítsa ki a rendszer válaszát az u[k] = 5 (konstans) gerjesztő jelre! (Megjegyezzük, a c) feladat megoldható h[k] ismerete nélkül is.) (4 pont)

---

a)

k	$x_1[k]$	$x_2[k]$	$u[k]=\delta[k]$	$y[k]=h[k]$	
0	0	0	1	r	
1	p	q	0	-2p+2q	
2	p-0,7q	0,8p-0,8q	0	- 0,4p-0,2q	4 pont

$$\left.\begin{aligned} r &= 0 \\ -2p + 2q &= 0 \\ -0,4p - 0,2q &= 0,6 \end{aligned}\right\} \quad \begin{aligned} p &= -1 \\ q &= -1 \\ r &= 0 \end{aligned}$$

2 pont, összesen az a) feladatra 6 pont

b) A rendszermátrix sajátértékei: $\begin{vmatrix} 1-\lambda & -0,7 \\ 0,8 & -0,8-\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2 - 0,2\,\lambda - 0,24 = 0$

$\lambda_1 = 0,6$, $\lambda_2 = -0,4$ 2 pont

Egyik megoldás. $h[k] = M_1\, 0,6^{k-1} + M_2\,(-0,4)^{k-1}$, $k \geq 1$ 4 pont

k	$x_1[k]$	$x_2[k]$	u[k]	h[k]
0	0	0	1	1
1	0	2	0	4
2	-1,4	-1,6	0	-0,4

k = 1 $M_1 + M_2 = 4$ $M_1 = 1,2$

k = 2 $0,6M_1 - 0,4M_2 = -0,4$ $M_2 = 2,8$

$$h[k] = \delta[k] + \varepsilon[k-1]\left(1,2\,(0,6)^{k-1} + 2,8\,(-0,4)^{k-1}\right)$$ 4 pont, összesen 10 pont

Másik megoldás. $\underline{\underline{L}}_1 = \begin{bmatrix} 1,4 & -0,7 \\ 0,8 & -0,4 \end{bmatrix}$, $\underline{\underline{L}}_2 = \begin{bmatrix} -0,4 & 0,7 \\ -0,8 & 1,4 \end{bmatrix}$ 4 pont

$$h[k] = \delta[k] + \varepsilon[k-1]\left(\begin{bmatrix} -2 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1,4 & -0,7 \\ 0,8 & -0,4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix} 0,6^{k-1} + \begin{bmatrix} -2 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -0,4 & 0,7 \\ -0,8 & 1,4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}(-0,4)^{k-1}\right)$$

$$h[k] = \delta[k] + \varepsilon[k-1]\left(\begin{bmatrix} -2 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -1,4 \\ -0,8 \end{bmatrix} 0,6^{k-1} + \begin{bmatrix} -2 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1,4 \\ 2,8 \end{bmatrix}(-0,4)^{k-1}\right)$$

$$h[k] = \delta[k] + \varepsilon[k-1]\left(1,2\,(0,6)^{k-1} + 2,8\,(-0,4)^{k-1}\right)$$ 4 pont, összesen 10 pont

Csak egyik megoldás értékelhető, a b) feladatra az összpontszám: 10 pont

c) Egyik megoldás. $x_{1g} = A_1, x_{2g} = A_2$, behelyettesítve az állapotegyenletbe:

$$\left.\begin{array}{r} A_1 = A_1 - 0{,}7\,A_2 \\ A_2 = 0{,}8\,A_1 - 0{,}8\,A_2 + 10 \end{array}\right\} \qquad \begin{array}{l} A_1 = -12{,}5 \\ A_2 = 0 \end{array}$$ 2 pont

$$y_g[k] = \begin{bmatrix} -2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -12{,}5 \\ 0 \end{bmatrix} + 5 = 30.$$ 2 pont, összesen 4 pont

Másik megoldás. $y[k] = \sum_{p=0}^{\infty} u[k-p]\,h[p] = \sum_{p=0}^{\infty} 5\left(\delta\,[p] + \varepsilon\,[p-1]\left(1{,}2\;0{,}6^{p-1} + 2{,}8\,(-0{,}4)^{p-1}\right)\right)$

2 pont

$$y[k] = 5 + 5\sum_{p=1}^{\infty}\left(2\,(0{,}6)^p - 7\,(-0{,}4)^p\right) = 5 + 6\,\frac{1}{0{,}4} + 14\,\frac{1}{1{,}4} = 30$$ 2 pont,összesen 4 pont

Csak egyik megoldás értékelhető, a c) feladatra az összpontszám: 4 pont

---

Kispéldák

1. Egy lineáris, invariáns FI rendszer válaszjele az $u(t) = \varepsilon(t)$ gerjesztő jelre $y(t) = \varepsilon(t)\left(2 + e^{t}\right)$. Mit állíthat a rendszer gerjesztés-válasz stabilitásáról? Válaszát indokolja!

   Nem GV stabilis, korlátos gerjesztő jelre a válasz nem korlátos 2 pont

2. Egy FI rendszer bemeneti jel - válaszjel kapcsolata $y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} u(\tau)\,u(t-\tau)\,d\tau$. Lineáris-e ez a rendszer? Válaszát indokolja!

   Nemlineáris, mert pl 2 u(t) gerjesztő jelre a válaszjel 4 y(t), és nem 2 y(t) 2 pont

3 Adja meg az $x(t) = \varepsilon(-t)\,e^{t}$ jel általánosított deriváltját!

   $x'(t) = \varepsilon(-t)\,e^{t} - \delta(t)$ 2 pont

4. Egy FI rendszer impulzusválasza: $h(t) = 4\,\varepsilon(t)\,e^{-t}$, gerjesztő jele: a nem belépő $u(t) = 8\,e^{2t}$. Adja meg a rendszer válaszjelét! (2 pont)

   $y(t) = \frac{32}{3}\,e^{2t} \approx 10{,}6667\,e^{2t}$ 2 pont

5. Egy folytonos idejű rendszer állapotváltozós leírása az alábbi:
   $x'(t) = -2\,x(t) + 3\,u(t)$, $y(t) = 4\,x(t) + 2\,u(t)$
   Adja meg a rendszer impulzusválaszát a t= +0 pillanatban! (2 pont)

   $h(+0) = 12$ 2 pont