

**1. Feladat (12 pont)**

Adja meg a  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$  definícióját!

A definícióval bizonyítsa be, hogy  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n}{2 + 5n^2} = 0$ . ( $N(\varepsilon) = ?$ )

**2. Feladat (20 pont)**

Konvergens-e az alábbi sor?

a)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n + 2^n}{n \cdot 6^n}$

b)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n + 3}{2n - 1}$

**3. Feladat (16 pont)**

$$f(x) = \frac{x^4 + 3x^2 - 4}{x^2 + x - 2}$$

Határozza meg a függvény jobb és bal oldali határértékét azokban a pontokban, ahol  $f$  nincs értelmezve!

**4. Feladat (14 pont)**

$$f(x) = \arctg \frac{1}{x^2 + 1}$$

a)  $f'(x) = ?$

b) Adja meg azokat a legbővebb nyílt intervallumokat, amelyekben a függvény monoton nő, illetve monoton csökken!

**5. Feladat (28 pont)**

$$f(x) = 3 + \ln(e^{x^2}), \quad x < -1$$

a)  $f'(-e) = ?$  Írja fel a függvény  $x_0 = -e$  pontbeli érintőegyenésének egyenletét!

b) Határozza meg a függvény inverzét, annak értelmezési tartományát és értékkészletét!

**6. Feladat (10 pont)**

$$\lim_{x \rightarrow +0} \frac{x^2 + 2x}{1 - \cos \sqrt{x}} = ?$$