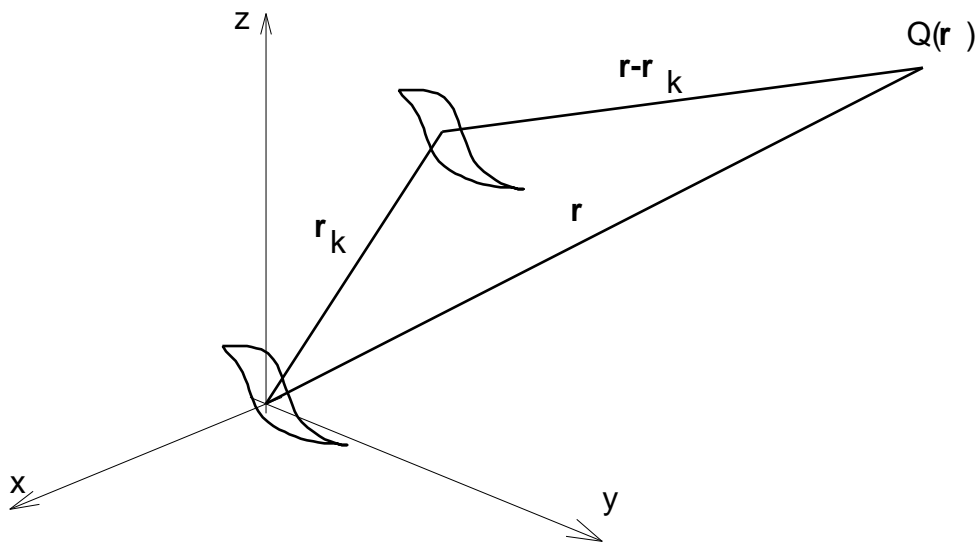


1. Antennarendszerek iránytényezője

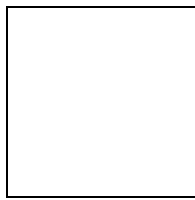
1.1. Általános eset

Ebben a fejezetben az antennarendszerek távoltéri sugárzását írjuk fel. Az összefüggések egyszerűsítése érdekében feltételezzük, hogy a megfigyelési pont távolsága sokkal nagyobb, mint az antennarendszer legnagyobb lineáris mérete.

Vegyünk egy antennt, és helyezzük el úgy, hogy annak egy alkalmasan megválasztott referencia pontja egybeessen az (r, θ, φ) koordinátarendszer kezdőpontjával. (1. ábra)



1. ábra Antennarendszer geometriája



(1)

ahol

$$U_0 = \sqrt{30 P_A G_A}$$

P_A adóteljesítmény

G_A antennanyereség

Most vegyünk egy ugyanilyen antennt és helyezzük el az előző antennával párhuzamosan úgy, hogy referenciapontja a $P(\mathbf{r}_k)$ pontban legyen. Mivel a két antenna

egyforma, árameloszlásuk csak egy I_k komplex szorzótényezőben különbözhet, ahol $|I_k|$ a gerjesztő amplitúdók hányadosa és $\arg I_k$ a gerjesztések közti fáziskülönbség.

Az eltolt antenna térerőssége a $Q(\mathbf{r})$ pontban a következő:

$$\mathbf{E}_k(\mathbf{r}) = U_0 I_k \mathbf{F}(\vartheta, \varphi) \frac{e^{-j\beta|\mathbf{r}-\mathbf{r}_k|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_k|} \quad (2)$$

Ha a megfigyelési pont elegendően távol van, akkor a nevezőben $|\mathbf{r}-\mathbf{r}_k| \cong r$ vehető, a kitevőben pedig

$$|\mathbf{r}-\mathbf{r}_k| \cong r - \mathbf{r}_k \cdot \mathbf{e}_r \quad (3)$$

ahol

\mathbf{e}_r az \mathbf{r} irányú egységvektor

Ezzel a (2) képlet az alábbi módon írható

$$\mathbf{E}_k(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_0(\mathbf{r}) I_k e^{j\beta \mathbf{r}_k \cdot \mathbf{e}_r} \quad (4)$$

Ha térben N számú antennát helyezünk el, melyek azonos frekvencián sugároznak, akkor az eredő térerősség a következő

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_0(\mathbf{r}) \sum_{k=0}^{N-1} I_k e^{j\beta \mathbf{r}_k \cdot \mathbf{e}_r} \quad (5)$$

vagyis

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_0(\mathbf{r}) \cdot F_i(\vartheta, \varphi) \quad (6)$$

A (6) képlet azt jelenti, hogy az olyan antennarendszertávolverét, amely egyforma elemekből áll és az elemek egymással párhuzamosak, fel lehet írni egy olyan szorzat alakjában, melynek egyik tagja az origóban lévő antennaelem térerőssége, a másik tagja pedig egy olyan tényező, mely csak az elemek térbeli elhelyezésétől és gerjesztésétől függ, vagyis az elem tulajdonságaitól független. Ezt az antennarendszer iránytényezőjének nevezzük. Az iránytényező tehát

$$F_i(\vartheta, \varphi) = \sum_{k=0}^{N-1} I_k e^{j\beta r_k \cdot \cos \alpha_k} \quad (7)$$

ahol

$$\cos \alpha_k = \mathbf{e}_k \cdot \mathbf{e}_r = \sin \vartheta \cdot \sin \vartheta_k \cdot \cos(\varphi - \varphi_k) + \cos \vartheta \cdot \cos \vartheta_k$$

$$\mathbf{e}_k = \frac{\mathbf{r}_k}{r_k}$$

$$\mathbf{r}_k = |\mathbf{r}_k|$$

1.2. Haladóhullámú táplálás

A (7) képlet egyelőre tetszőleges, háromdimenziós elrendezésre érvényes. Ha ilyen esetben adott amplitudóeloszlás mellett valamely \mathbf{e}_M irányban maximális térerősséget akarunk, akkor ezt a fáziseloszlás megfelelő megválasztásával érhetjük el. Ennek egyik lehetséges feltétele

$$\delta_k = -\beta r_k \cos \alpha_{Mk} \quad (8)$$

ahol

$$\cos \alpha_{Mk} = \mathbf{e}_k \cdot \mathbf{e}_M = \sin \vartheta_M \cdot \sin \vartheta_k \cdot \cos(\varphi_M - \varphi_k) + \cos \vartheta_M \cdot \cos \vartheta_k$$

A (8) képlet szerinti fáziseloszlást “haladóhullámú” fáziseloszlásnak is nevezik. Lényege az, hogy a kitüntetett \mathbf{e}_M irányban az antennák közötti távolságkülönbségből adódó fáziskülönbséget a tápláló áram fázisával kompenzáljuk. Az ilyen táplálású antennarendszerek iránytényezője az \mathbf{e}_M irányban

$$F_i(\vartheta_M, \varphi_M) = \sum_{k=0}^{N-1} |I_k| \quad (9)$$

és a (8) feltétellel, tetszőleges irányban

$$F_i(\vartheta, \varphi) = \sum_{k=0}^{N-1} |I_k| e^{j\beta r_k (\cos \alpha_k - \cos \alpha_{Mk})} \quad (10)$$

Itt megjegyezzük, hogy a haladóhullámú táplálás csak adott összáram esetén biztosít maximális térerősséget. Ha ezt adott valós összteljesítménnyel akarjuk elérni, akkor az elemek táplálására más fázisfeltétel adódik.

A gyakorlatban az elemeket egyenes vonal vagy kör mentén, rendszerint egymástól egyenlő távolságra helyezik el, bár ehhez képest kivételek is jócskán adódnak. Ebben a fejezetben a szabályos elrendezéseket tárgyaljuk. Közülük legegyszerűbb a

vonalszerű elrendezés. Az ilyen antennarendszereket antennasoroknak nevezzük. Párhuzamos antennasorokból síkbeli vagy térbeli antennarácsok is építhetők.

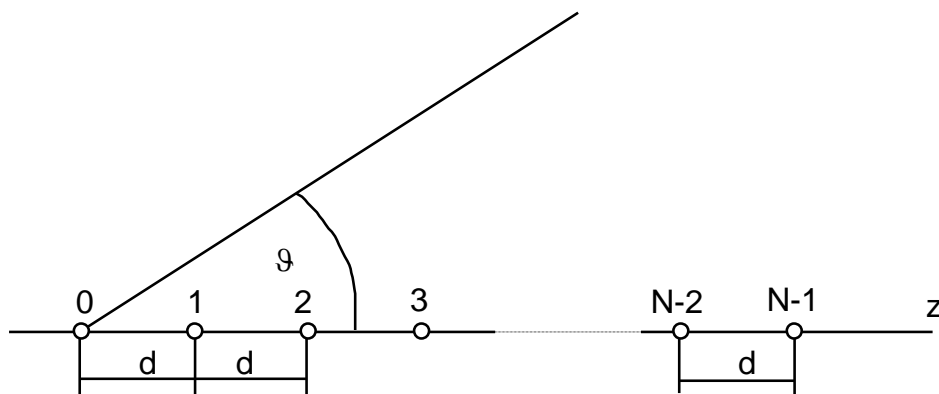
3. Egyenlő távolságú antennasorok iránytényezője

3.1. Progresszív fáziseloszlás

A legegyszerűbb antennarendszer az egyenlőtávolságú antennasor, melynek elemei egy egyenes mentén helyezkednek el. A (10) képlet szerint összefüggéseink akkor lesznek a legegyszerűbbek, ha ez az egyenes a z tengely.

Legyen a zérus indexű első elem helye az origó, és legyen az elemek közötti távolság d (2. ábra). Ekkor $r_k = z_k$ és

$$z_k = k \cdot d \quad (11)$$



2. ábra Antennasor

Az egyenlő távolságú, vonalszerű elrendezésből adódik, hogy ha F_i maximumát a haladóhullámú árameloszlással állítjuk be, akkor ez két szomszédos elem között állandó fáziskülönbséget jelent, vagyis a sor mentén a maximális sugárzás irányába haladva monoton növekvő (progresszív) fáziseloszlást kapunk. Ennek, mint említettük a gyakorlati megvalósítás során számos előnye van. A progresszív fáziseltérés tehát a következő

$$\text{arc } I_k - \text{arc } I_{k-1} = \delta \quad (12)$$

Legyen $\text{arc } I_0 = 0$, ezzel

$$\text{arc } I_k = k\delta \quad (13)$$

ahol

$$k=0,1,2,\dots,N-1$$

A (8) képletből a haladóhullámú progresszív fáziskülönbség, ϑ_M főirányhoz.

$$\delta = -\beta d \cos \vartheta_M \quad (14)$$

Antennasorok esetén két főiránynak kiemelt jelentősége van. Ha $\vartheta_M=0^\circ$ vagy 180° , akkor a sor orrsugárzó. Haladóhullámú táplálás esetén ennek feltétele

$$\delta = -\beta d \quad \text{ha} \quad \vartheta_M = 0^\circ \quad (15)$$

és

$$\delta = \beta d \quad \text{ha} \quad \vartheta_M = 180^\circ$$

A másik antennasort oldalsugárzó sornak nevezzük. Ennek főiránya $\vartheta_M=90^\circ$, melynek feltétele $\delta=0$.

A δ progresszív fáziseltérést a továbbiakban az I_k gerjesztési állandókból kiemeljük és egyúttal bevezetjük az alábbi új változót.

$$\Psi = \delta + \beta d \cos \vartheta \quad (16)$$

Az új Ψ változó fizikai jelentése: a sor két szomszédos eleme által előállított távoltéri térerősség közötti fáziskülönbség, melynek van a geometriából (βd) és a táplálásból (δ) adódó összetevője. Ezzel az iránytényező képlete a következő lesz:

$$F_i(\Psi) = \sum_{k=0}^{N-1} I_k e^{jk\Psi} \quad (17)$$

A (16) transzformáció bevezetésével az iránytényező képletét δ -tól és d -től függetlenítjük, és egy általánosabb, 2π szerint periódikus függvénnyel, $F_i(\Psi)$ -vel adjuk meg. Ez azonban azzal is jár, hogy, hogy minden konkrét esetben vizsgálnunk kell az $F_i(\Psi)$ és az $F_i(\vartheta)$ közötti összefüggést.

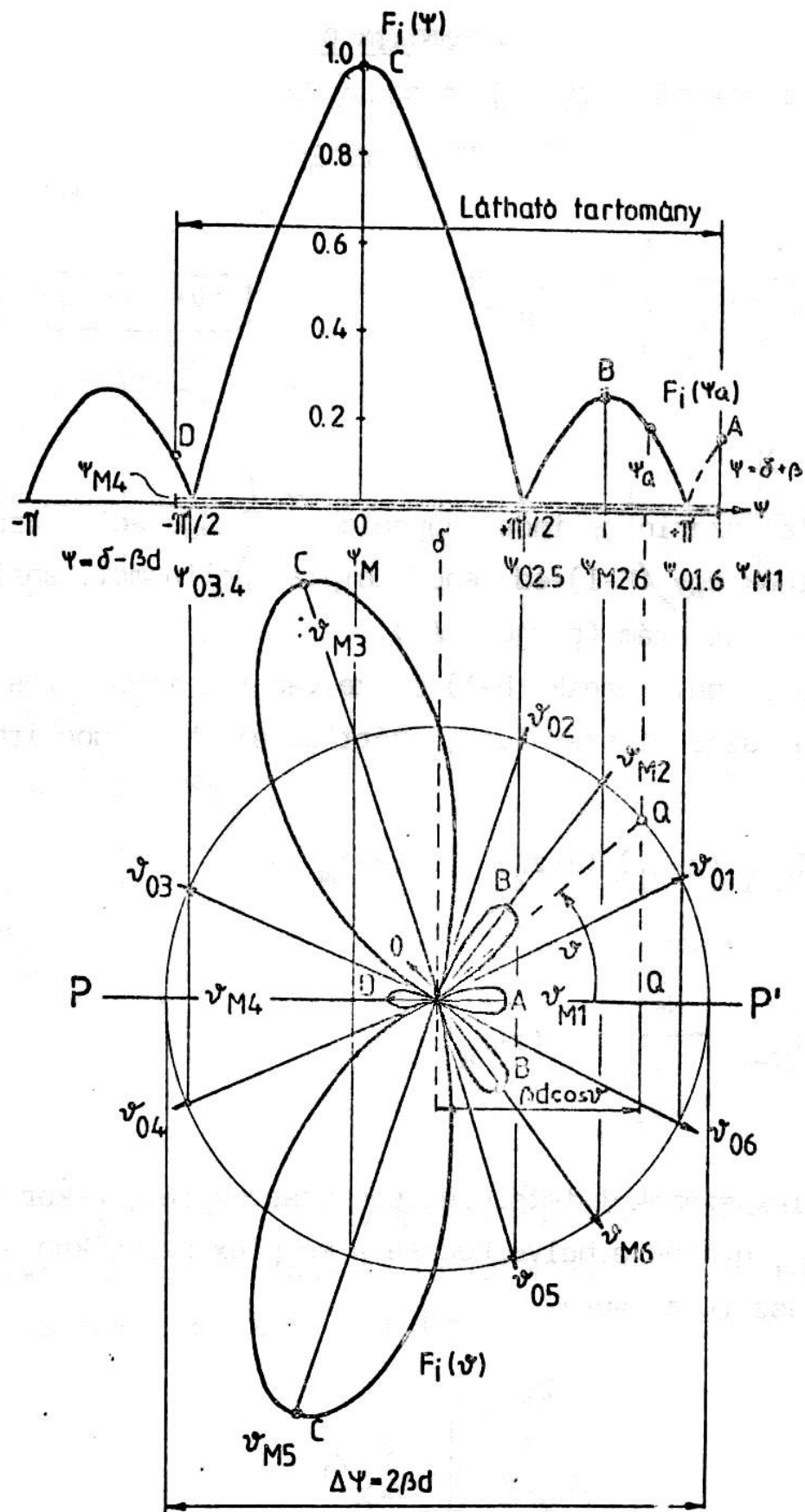
3.2. Az $F_i(\Psi) \rightarrow F_i(\vartheta)$ transzformáció, Ψ látható- és nem látható tartománya

A (16) transzformáció bevezetésével elértük, hogy ugyanazon $F_i(\Psi)$ függvényből δ és d más és más megválasztásával egész sor $F_i(\vartheta)$ állítható elő.

Az $F_i(\Psi)$ és $F_i(\vartheta)$ közötti összefüggés vizsgálata során az első kérdés az, hogy a fizikailag értelmezhető $\vartheta=0-180^\circ$ tartománynak (az iránytényező a $\vartheta=0^\circ$ tengelyre szimmetrikus), ψ mely tartománya felel meg. A (16) képlet szerint $\vartheta=0$ -hoz $\Psi(0)=\delta+\beta d$, $\vartheta=90^\circ$ -hoz $\Psi(90)=\delta$, és $\vartheta=180^\circ$ -hoz $\Psi(180)=\delta-\beta d$ tartozik.

A Ψ változónak azt a tartományát, amely $\vartheta=0-180^\circ$ -nak felel meg a Ψ látható tartományának nevezzük. A fentiek szerint a látható tartomány szélessége $2\beta d$, a közepe pedig δ .

Ha az elemek közötti távolság $d < \lambda/2$, akkor Ψ -nek van nem látható tartománya is, míg ha $d > \lambda/2$, akkor $F_i(\vartheta)$ -ban $F_i(\Psi)$ egyes szakaszai ismétlődnek. Az $F_i(\Psi)$ és $F_i(\vartheta)$ közötti összefüggést legegyszerűbben grafikusan szemléltethetjük. Ehhez tételezzük fel, hogy a (17) képletből $F_i(\Psi)$ -t már kiszámítottuk és az grafikusan adott (3. ábra). Ezután a szerkesztés menete az ábráról már leolvasható.



3.3. Az irányítványzó felírása komplex polinomokkal

Vezessük be a $z=e^{j\psi}$ komplex változót. Ezzel a (17) képlet

$$F_i(z)=I_k z^k \quad (18)$$

ahol

$$|z|=1$$

A (18) képlet szerint minden egyenlő távolságú antennasorhoz hozzárendelhetünk egy (N-1)-edrendű komplex polinomot, ahol I_k tetszőleges komplex szám (gerjesztés).

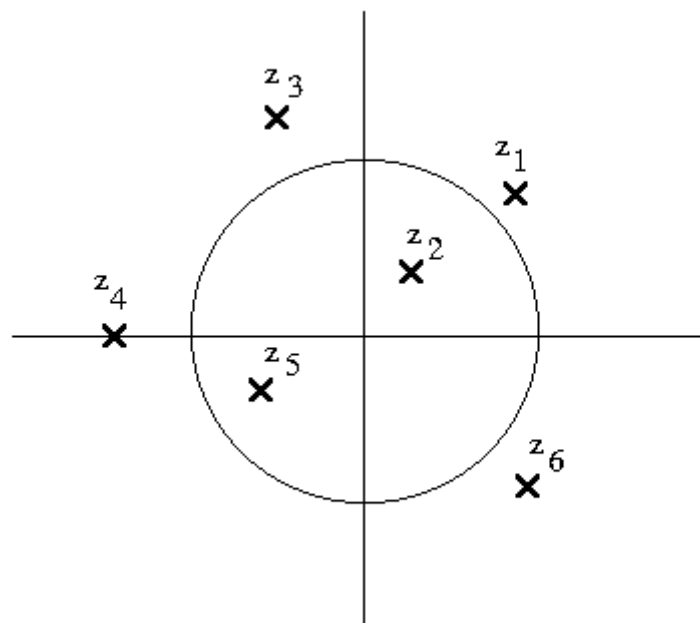
A (18) komplex polinomnak (N-1) gyöke van (a többszörös gyököket multiplicitásuk szerint számolva), ezért az alábbi módon írható

$$F_i(z)=I_{N-1}(z-z_1)(z-z_2)\dots(z-z_{N-1}) \quad (19)$$

vagyis

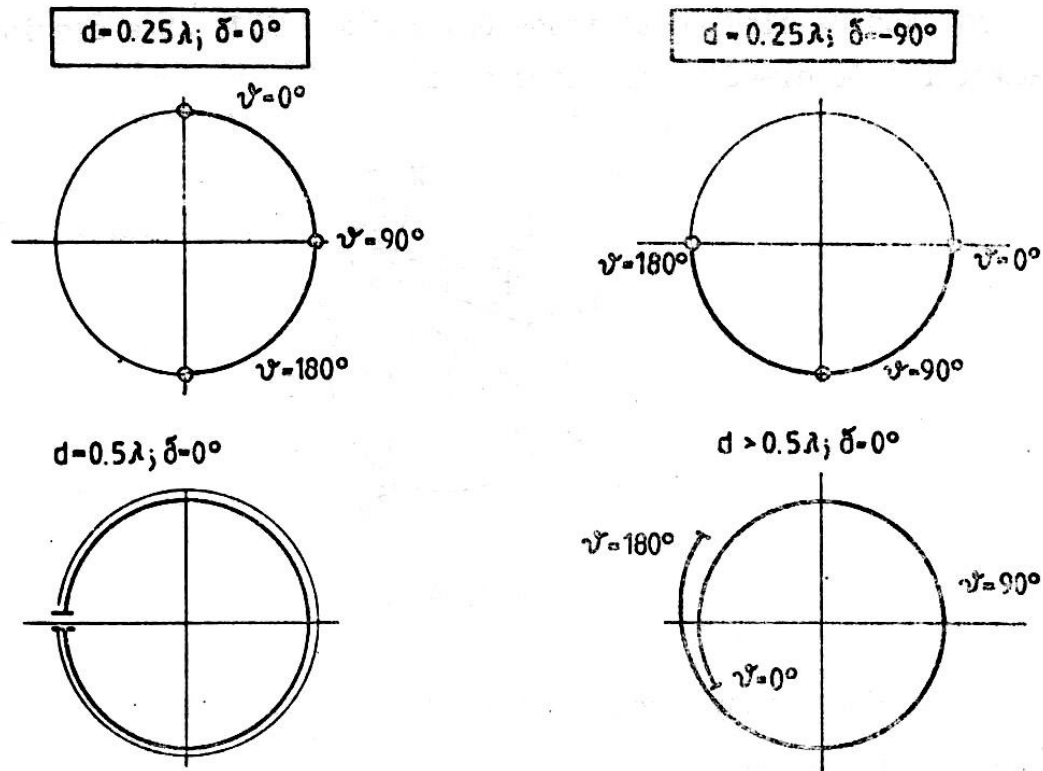
$$F_i(z)=I_{N-1} \prod_{k=1}^{N-1} (z-z_k)$$

Ha az I_k komplex számokat tetszőlegesen vesszük fel, akkor a z_1, z_2, \dots, z_{N-1} gyökök elhelyezkedése a komplex számsíkon szintén tetszőleges lesz. (4. ábra)



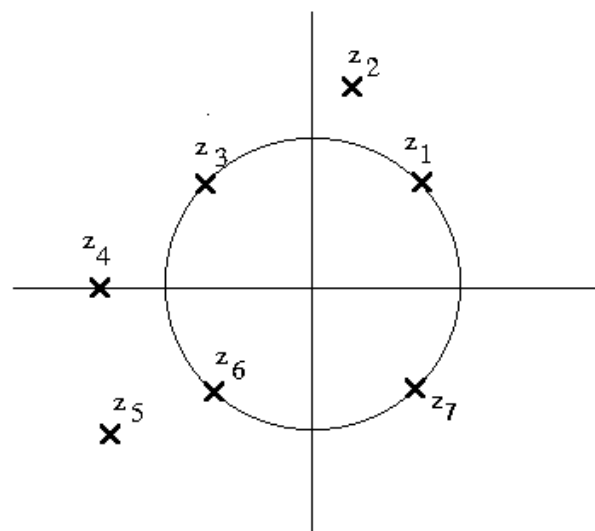
6.4. ábra

Ezzel szemben a z független változó mindig rajta lesz az egységsugarú körön, és ϑ függvényében a $\delta \pm \beta d$ látható tartományon mozog. A látható tartomány elhelyezkedésére az 5. ábra mutat néhány példát.



6.5. ábra

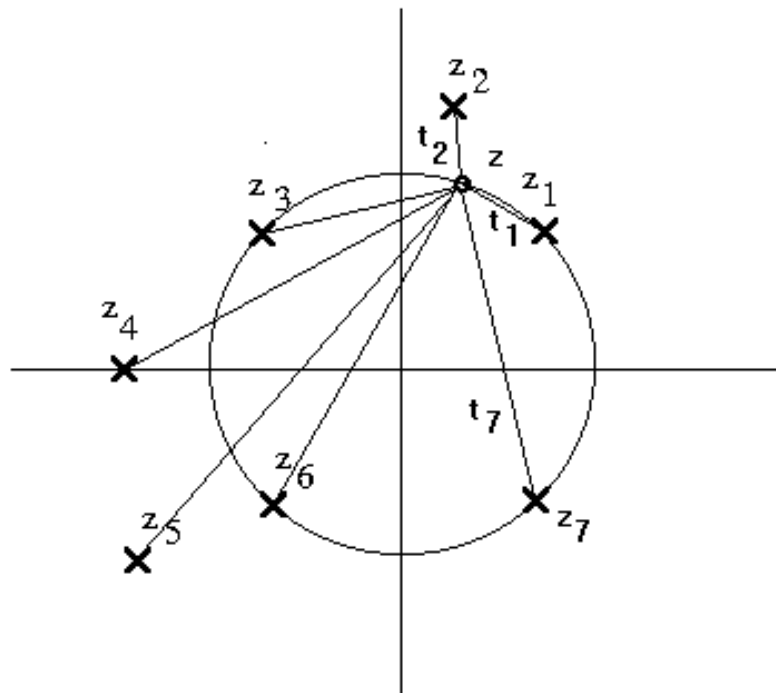
A fentiekből következik, hogy az $F_i(\vartheta)$ függvénynek csak azok lesznek gyökei, melyek a látható tartományra esnek. Vagyis a 6. ábra szerinti esetben, ha $\delta=0$ és $d=\lambda/4$



6. ábra

csak z_1 és z_7 lesz $F_i(\vartheta)$ -nak is gyöke; ha $\delta=\pi/2$ és $d=\lambda/4$ akkor z_1 és z_3 ; míg ha $d=\lambda/2$ akkor δ -tól függetlenül z_1 , z_3 , z_6 és z_7 is.

A (20) képlet alapján az iránytényezőnek a 7. ábra szerinti geometriai értelmezése is lehetséges.



7. ábra

Vagyis az $F_i(z)$ iránytényező a z független változótól a gyökökhöz húzott húrok szorzata, azaz

$$F(z)=I_{N-1} \cdot t_1 \cdot t_2 \cdot \dots \cdot t_{N-1} \quad (21)$$

ahol

$$t_k=z-z_k$$

A 7. ábra jól szemlélteti a $|z|=1$ körön kívüli, de ahhoz közeli gyökök hatását. Eszerint ha a z független változó egy ilyen z_k gyök közelébe kerül, akkor ott a $(z-z_k)$ húr hossza minimális és ezért $F_i(z)$ -nek is minimuma van. További következmény, hogy ezen a helyen $F_i(z)$ változásának sebességét (ϑ függvényében) $(z-z_k)$ változásának sebessége határozza meg.

Intuitív úton az is belátható, hogy $F_i(z)$ maximuma annál a z értéknél lesz, amelyik a gyököktől a legtávolabb van, és két közeli gyök között, nagyjából középen helyi maximum (melléknyaláb) képződik.

Mindebből az is következik, hogy ha olyan antennarendszert akarunk készíteni, amely egy adott irányba a lehető legnagyobb intenzitással sugároz, a többi irányba pedig a lehető legkisebbel, akkor a gyököket az egységsugarú körön kell elhelyezni úgy, hogy keskeny főnyalábot és kis melléknyalábot kapjunk.

Ha viszont adott alakú iránykarakterisztika előállítása a cél, például olyan, hogy valamelyik irányba a sugárzás kicsi, de nem zérus, akkor itt egy gyököt kell elhelyezni a $|z|=1$ körhöz közel, az adott mértékű beszívás érdekében.

3.4. A gyökök és együtthatók közötti összefüggések

Az iránytényező gyöktényező alakja tehát az antennasorok analíziséhez és szintéziséhez egyaránt hasznos. A realizáláshoz ugyanakkor az együtthatós alak kell, mert ez adja a beállítandó amplitudó és fáziseloszlást. A gyökök és együtthatók közötti összefüggés a matematikában jól ismert.

$$\begin{aligned}
 I_0 &= 1 \\
 I_1 &= -\left(\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} + \dots + \frac{1}{z_{N-1}} \right) \\
 I_2 &= -\left(\frac{1}{z_1 z_2} + \frac{1}{z_1 z_3} + \dots + \frac{1}{z_1 z_{N-1}} + \dots + \frac{1}{z_2 z_3} + \dots \right) \\
 I_{N-1} &= \frac{(-1)^{N-1}}{z_1 z_2 \dots z_{N-1}}
 \end{aligned} \tag{22}$$

Vagyis I_k az $1/z_i$ mennyiségekből az indexek ismétlődés nélkül képezhető k tényező szorzatok összege, szorozva $(-1)^k$ -val. Az együtthatók kiszámításához összeadandó tagok száma

Ez azt jelenti, hogy nagy elemszámú antennasor esetén az összeadandó tagok száma igen nagy lesz, például $N=20$ esetén a_{10} -et 92378 tag összegeként kell kiszámolni,

ahol inden tag tíz - általánosságban komplex - gyök szorzata. Ez az oka annak, hogy konkrét számításokhoz $N=5-6$ fölött a gyöktényező alak nem igen használatos.

A (22) képlet alapján az iránytényező gyökei és az azt realizáló antennasor gerjesztési együtthatói között bizonyítás nélkül az alábbi összefüggéseket célszerű megemlíteni.

- a./ Ha a gyökök konjugált komplex párokat alkotnak, akkor az együtthatók valóságosak. Ebből az is következik, hogy ha N páros, vagyis $(N-1)$ páratlan, akkor van legalább egy valós gyök.
- b./ Ha az iránytényezőben bármely z_k gyököt a $(z_k^*)^{-1}$ ún. tükörgyökkel helyettesítjük, akkor az iránytényező abszolútértéke csak egy valós szorzóval változik, vagyis a két iránytényező számunkra ekvivalens.
- c./ Ha egy előírt iránytényező minden gyöke rajta van az egységsugarú körön, akkor a b./ pont szerint ez csakis egy antennasorral realizálható.
- d./ Ha egy előírt iránytényezőnek q számú (egyszeres) gyöke nincs rajta az egységsugarú körön, akkor ez 2^q számú, olyan antennasorral realizálható, melyek gerjesztési együtthatói különböznek. Ugyanis a q számú gyök 2^q számú változatban helyettesíthető tükörgyökkel.
- e./ Ha minden gyök rajta van az egységsugarú körön, akkor az együtthatók a szélektől a közép felé haladva páronként azonos abszolút értékűek, vagyis

$$I_0=I_{N-1}; \quad I_1=I_{N-2}; \dots$$
- f./ Ha minden gyök rajta van az egységsugarú körön, vagy páronként egymásnak tükörgyökei, akkor az iránytényező fázisa - $\arg F_i(z)$ - ϑ függvényében lineárisan változik az egységsugarú kör bármely szakaszán, kivéve a gyököknél, melyeknél a fázis π -vel ugrik.

3.5. Egyenlő távolságú, egyenlő amplitudójú antennasorok

Az egyenlő amplitudójú eset nemcsak a tárgyalás szempontjából egyszerű, hanem gyakorlati jelentősége is nagy, mivel a tápáramkörrel egyenlő mértékű teljesítményszórtást viszonylag egyszerű megvalósítani.

Ha az amplitudók egyenlőek, akkor

$$F_i(z)=1+z+z^2+\dots+z^{N-1} \quad (23)$$

A (23) képlet mértani sorozat, melynek összege zárt alakban

$$F_i(z) = \frac{z^N - 1}{z - 1} \quad (24)$$

A számláló gyökei

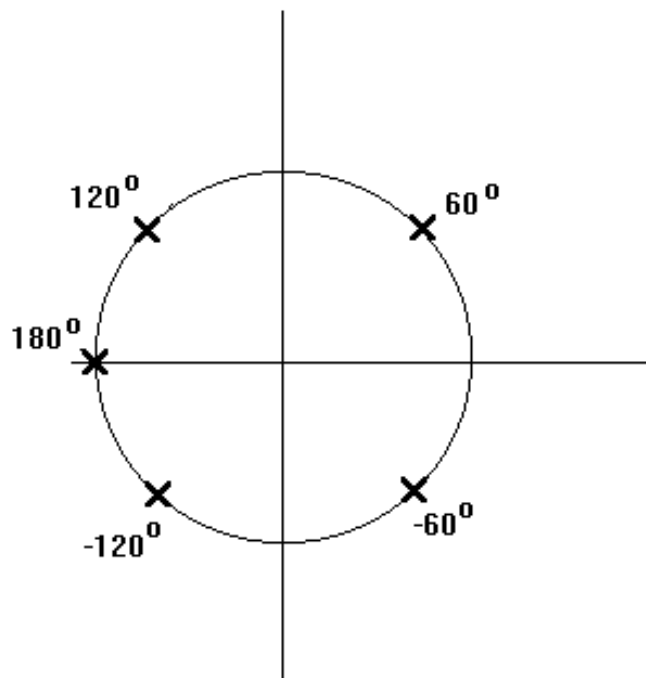
$$z_{ok} = e^{jk \frac{2\pi}{N}} \quad (25)$$

azaz

$$\Psi_{ok} = k \frac{2\pi}{N} \quad k=0,1,2,\dots,N-1 \quad (26)$$

E gyökök közül $z_{01}=1$ a nevezőnek is gyöke és ennél $F_i(z=1)=N$, vagyis itt van az iránytényező maximuma.

A 8. ábra egy $N=6$ elemű antennasor gyökeit mutatja.



8. ábra

Mivel N páros, ezért van egy valós gyök is, $z=-1$ -nél. Mint az ábrából is látható, a $z=1$ körül elhelyezkedő főnyalábot a $\Psi_o = \pm \frac{2\pi}{N} = \pm 60^\circ$ zérushelyek határolják.

A (24.) képlet némi átalakítás után

$$F_i(z) = z^{\frac{N-1}{2}} \frac{z^{N/2} - z^{-N/2}}{z^{1/2} - z^{-1/2}} \quad (27)$$

vagyis

$$F_i(\Psi) = e^{j\frac{N-1}{2}\Psi} \cdot \frac{\sin\left(N\frac{\Psi}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\Psi}{2}\right)} \quad (28)$$

A (28) képlet jobboldala első tagjának abszolútértéke egy, vagyis csak az iránytényező fázisát befolyásolja. Ezzel szemben a jobboldal második tagja valós.

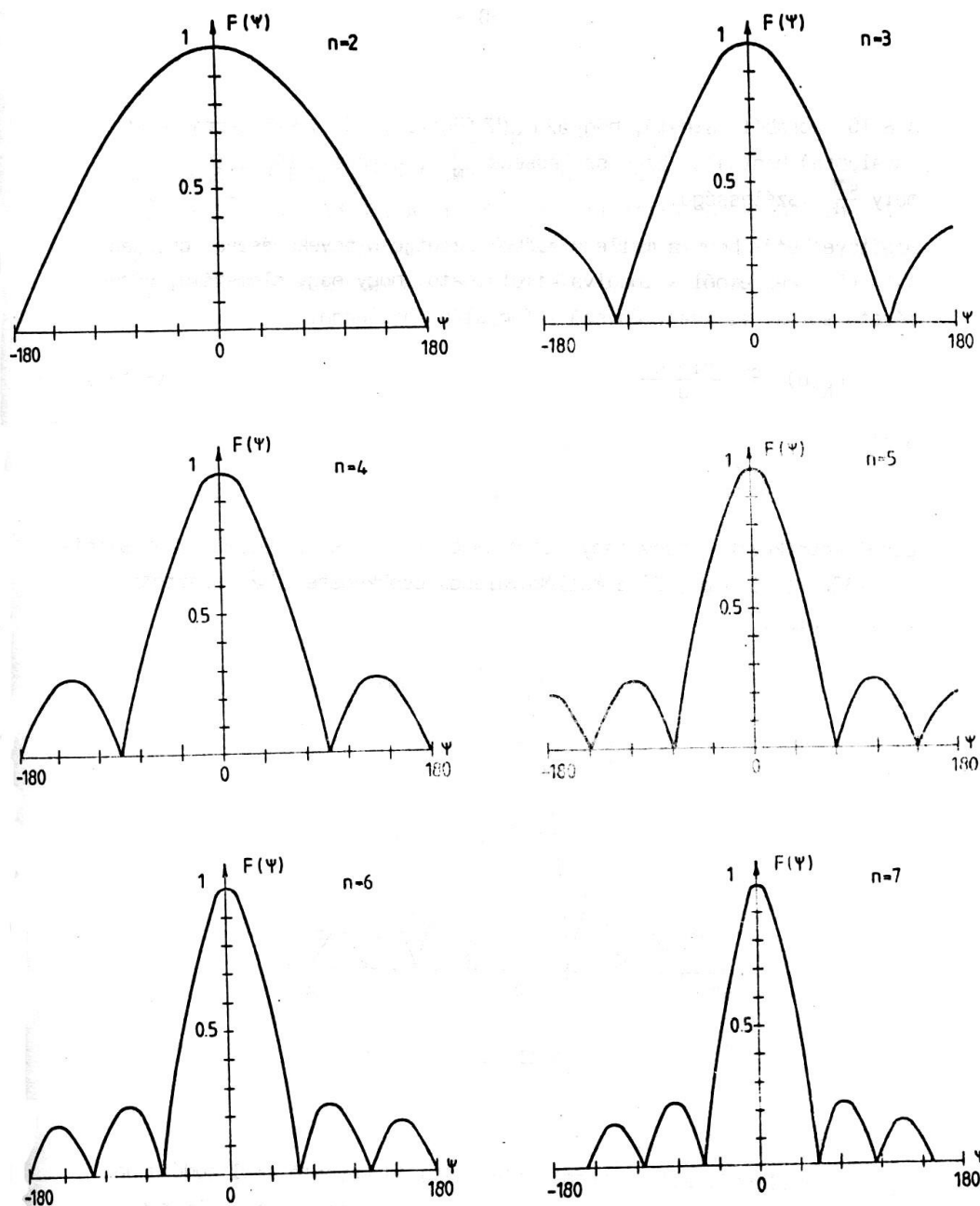
Ha az első tagot elhagyjuk, akkor ez egyenértékű azzal, hogy a referenciát a sor elejéről a közepére helyeztük át. Mivel a megmaradó tag valós, ezért az így kapott iránytényező fázisa független Θ -tól, ami összhangban van az előző szakasz d./ pontjában közöltekkel. Ezzel,

$$F_i(\Psi) = \frac{\sin\left(N\frac{\Psi}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\Psi}{2}\right)} \quad (29)$$

Mivel az iránytényező iránykarakterisztika jellegű függvény, ezért célszerű úgy módosítani, hogy maximális értéke éppen egy legyen. Ezzel az egyenlő távolságú, egyenlő amplitudójú antennasor normalizált iránytényezője.

$$F_N(\Psi) = \frac{\sin\left(N\frac{\Psi}{2}\right)}{N \sin\left(\frac{\Psi}{2}\right)} \quad (30)$$

A normalizált iránytényezőt $N=2-7$ -re a 9. ábra mutatja.



9. ábra

A 9. ábrából látható, hogy az $F_i(\Psi)$ függvény $(N-1)$ szakaszra (nyalábra) bontható. Ezek szélessége $2\pi/N$, kivéve a főnyalábot, mely $4\pi/N$ szélességű.

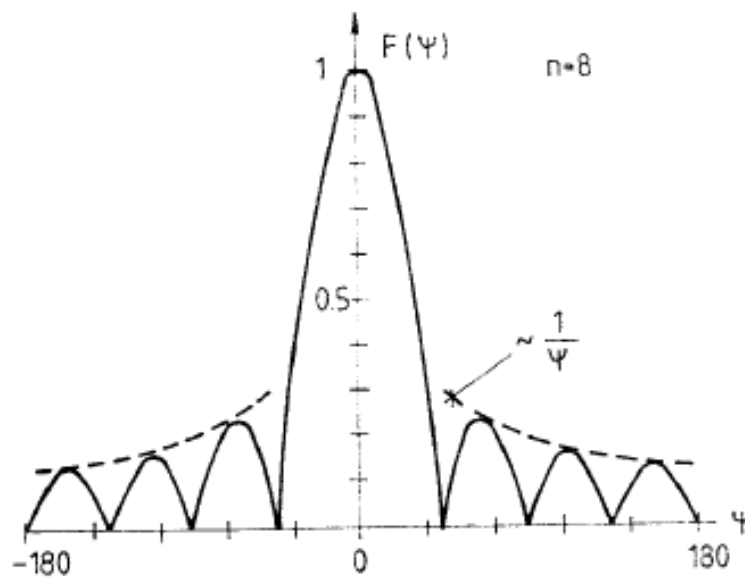
Megfigyelhető, hogy a melléknyalábok szintje N növekedésével csökken. A (30) képletből kiindulva kimutatható, hogy nagy elemszámú, véges méretű sornál az iránytényező a főnyaláb közelében.

$$F_N(u) \cong \frac{\sin u}{u} \quad (31)$$

ahol

$$u = N \frac{\Psi}{2}$$

Ebből következik, hogy nagy elemszám esetén az első melléknyaláb szintje $2/3\pi$ (-13.5 dB) és a melléknyalábok csökkenése $1/\Psi$ szerinti.



3.6. Egyenlő távolságú, egyenlő amplitudójú antennasorok maximális megengedett elemtávolsága

A δ változtatásával nemcsak a főnyaláb irányát lehet beállítani, hanem az iránykarakterisztika alakja is számottevően változik. Ez utóbbi rendszerint nem kívánatos, és különösen hátrányos a kiugró melléknyaláb, ami annak a következménye, hogy noha a főnyalábot az $F_i(\Psi)$ függvény $\Psi=0$ körüli főnyalábja állítja elő, a látható tartomány másik szélé már belelóg a $\Psi=-2\pi$ vagy 2π -nél lévő főnyalábba. Az ilyen kiugró melléknyaláb elkerülhető, ha az elemtávolságot úgy választjuk meg, hogy a látható tartomány csak a $\pm 2\pi$ -nél lévő főnyalábot határoló zérushelyig érjen. Ennek feltétele haladóhullámú táplálás ($\delta = -\beta d \cos \vartheta_M$) esetén

$$\left(\frac{d}{\lambda}\right) \leq \frac{N-1}{N} \frac{1}{1+|\cos \vartheta_M|} \quad (32)$$

3.8. Egyenlő távolságú antennasor változó amplitudó eloszlással

Az egyenlő amplitudójú antennasorokkal szerzett tapasztalataink azt mutatták, hogy az iránytényező alakját és a főnyaláb szélességét a sor paramétereinek megválasztásával a kívánalmaknak megfelelően be tudjuk állítani, de a melléknyalábokat d vagy δ beállításával nem lehetett az elemszám által meghatározott érték alá csökkenteni. A melléknyalábok szintjét, egyelőre intuitív úton, legegyszerűbben úgy csökkenthetjük, ha előállítunk egy, az egyenlő amplitudójú sor iránytényezője négyzetének megfelelő új sort. Eszerint

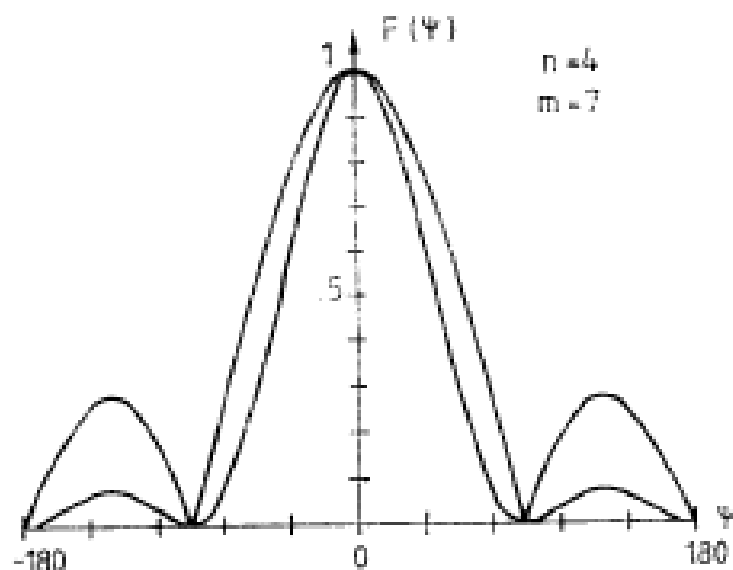
$$F_i(z) = (1+z+z^2+\dots+z^{N-1})^2 \quad (33)$$

Elvégezve a négyzetreemelést

$$F_i(z) = 1+2z+3z^2+\dots+Nz^{N-1}+\dots+2z^{2N-3}+z^{2N-2} \quad (34)$$

Mint látható, az új sor amplitudó eloszlása változó és a szélektől a közép felé haladva szimmetrikus. Ezt az 1;2;3;4...4;3;2;1 eloszlást háromszög eloszlásnak nevezzük. Az így létrehozott új sor elemszáma $M=2N-1$. Az iránytényező előállítási módjából következik, hogy az új iránytényezőnek $N-1$ számú kettős gyöke van.

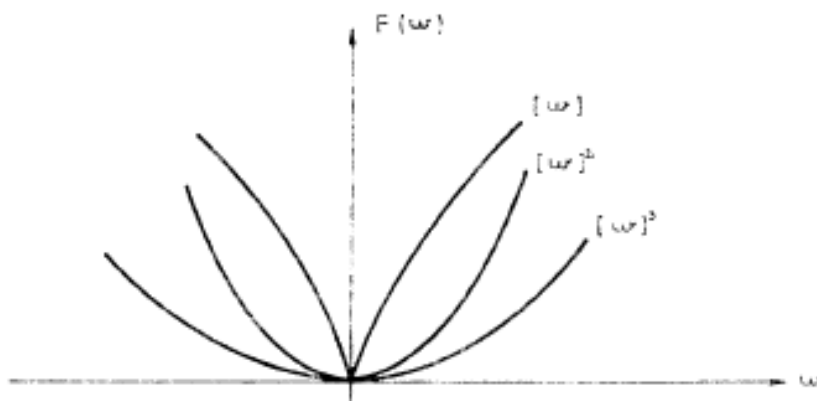
Az iránytényezőt egyenletes és háromszög eloszlásra $N=4$ ($M=7$) esetén a 11. ábra mutatja.



11. ábra

A háromszög eloszlás előállítási módjából következik, hogy a melléknyalábszint dB-ben kétszerese a generáló egyenlő amplitudójú sornak, vagyis nagy elemszám esetén tart -27 dB-hez. Mint a 11. ábrán is látható, az új sor főnyaláb szélessége is jóval kisebb. Itt azonban ne feledjük, hogy az új sor hossza közel kétszerese a réginek.

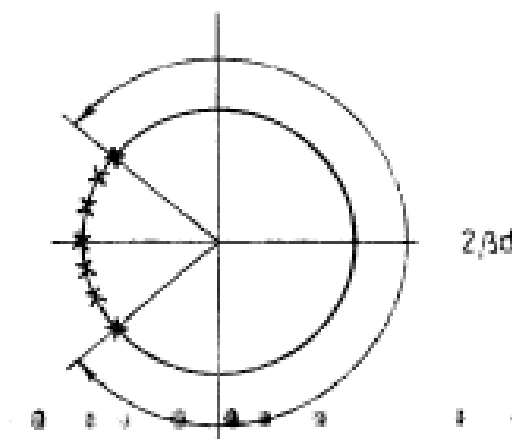
A háromszög eloszlású sor jó példa az iránytényező többszörös gyokei hatásának szemléltetésére is. Mint látható, az iránytényező alakja a zérusok közelében jó közelítéssel parabolikus. Ez az iránytényező gyöktényező alakjából is következik, ugyanis egy adott z_k gyök közelében $F_i(z)$ változását a $(z-z_k)$ tag határozza meg.



12. ábra

A többszörös gyök tehát a zérushelyek közelében ellaposítja az iránykarakterisztikát. Ez előnyös lehet olyankor, amikor például egy zavaró adót akarunk valamely irányból kiszűrni és nem szeretnénk, ha az antenna túl érzékeny lenne a beállításra.

Mivel az iránytényező melléknyalábjainak számát $F_i(\Psi)$ látható tartományba eső zérusai határozzák meg, ezért $F_i(\theta)$ egyetlen főnyalábból áll, ha minden zérust a látható tartományon kívül helyezünk el. (13. ábra)



13. ábra

Ha $d=\lambda/2$, akkor a melléknyalábok csak úgy kerülhetők el, ha minden gyök a $z=-1$ helyen van. Az iránytényező ekkor

$$F(z) = (1+z)^{N-1} \quad (35)$$

Ez a binomiális sor, melynek együtthatói

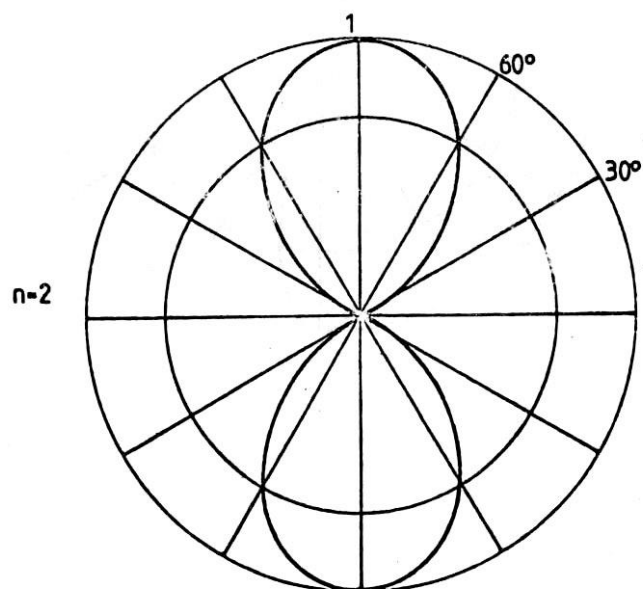
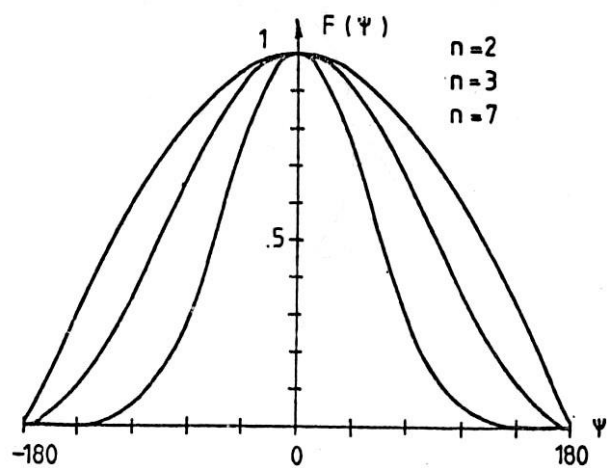
$$I_k = \frac{(N-1)!}{k!(N-1-k)!} \quad k=0,1,\dots,N-1 \quad (36)$$

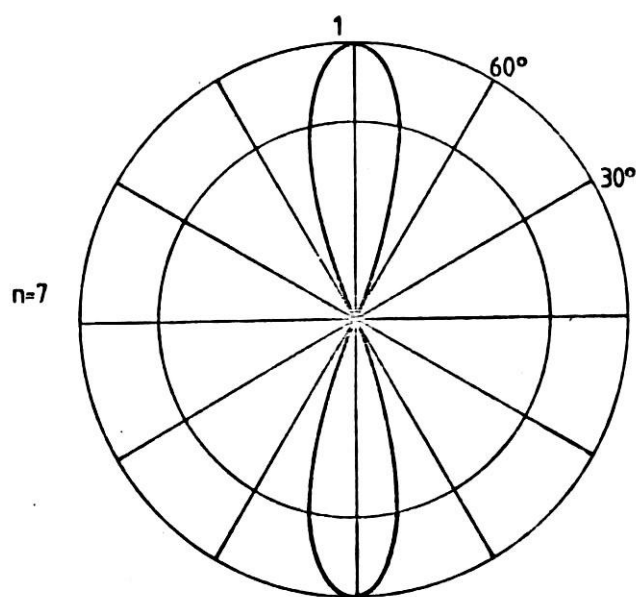
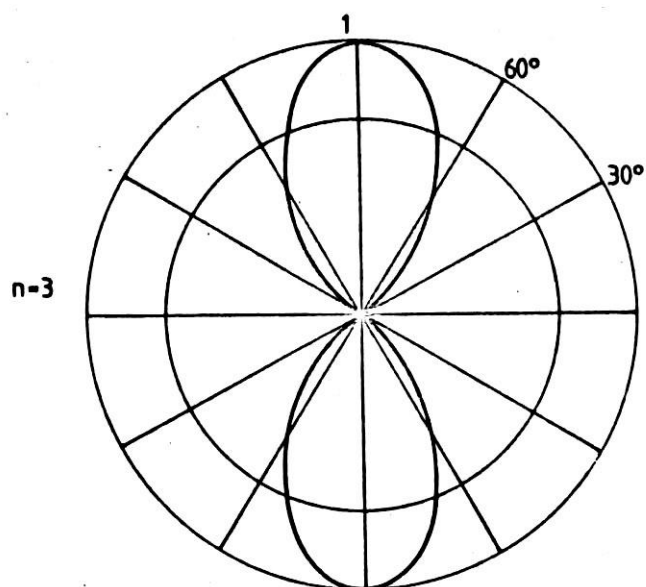
A binomiális sor együtthatóit legegyszerűbben a Pascal háromszögből határozhatjuk meg.

N	I_k			
1	1			
2	1	1		
3	1	2	1	
4	1	3	3	1

5	1	4	6	4	1
---	---	---	---	---	---

Mint látható, N növekedésével a sor amplitúdói közötti különbség rohamosan nő, és $N=7$ -nél a középső tag már 20-szorosa a szélsőnek. Az $F_i(\Psi)$ függvényt $N=2,3$ és 7 -re a 14. ábra mutatja, a megfelelő $F(9)$ függvény $d=\lambda/2$ esetén a 15. ábrán látható.





6.5. Egyenlő melléknyalábú antennasorok szintézise

6.5.1. Bevezetés

Mint azt a binomiális eloszlásnál és a háromszög eloszlásnál láttuk, a szélek felé csökkenő, szimmetrikus amplitudó eloszlású antennasorok melléknyalábja kisebb, mint az egyenlő amplitudójú soroké.

A melléknyalábok csökkenésének ára a főnyaláb kiszélesedése, vagyis az irányhatás csökkenése. E téren valamelyes javulás érhető el azzal, hogy a kisebb, távoli melléknyalábok szintjét megemeljük, és már intuitív úton is elvárható, hogy az egyenlő melléknyaláb szintet eredményező amplitudóeloszlás ebben az értelemben optimális, vagyis adott melléknyalábszinthez a legkeskenyebb főnyaláb tartozik. A feladat matematikai megfogalmazása nagyon hasonlít az elliptikus szűrőknél megismertekhez.

Ilyen optimális antennasort először Dolph dolgozott ki félhullámhossz távolságú oldalsugárzó antennasorokra és kimutatta, hogy ez a szintézisfeladat Csebisev polinomokkal valósítható meg, így az ilyen antennasorokat Dolph-Csebisev soroknak nevezik.

6.5.2. Dolph-Csebisev módszer. Az iránytényező felírása

Az egyenlő távolságú, szimmetrikus amplitudó eloszlású és progresszív fázis eloszlású antennasor $F(\Psi)$ iránytényezője felírható olyan véges Fourier sorral, mely csak cos-os tagokat tartalmaz.

Ha a sor elemeinek száma (N) páros, akkor

$$F(\Psi) = 2 \sum_{k=1}^M I_k \cos \left[(2k-1) \frac{\Psi}{2} \right] \quad (37)$$

ahol

$$M = \frac{N}{2}$$

I_k valós

Ha a sor elemeinek száma páratlan, akkor

$$F(\Psi) = I_0 + 2 \sum_{k=1}^M I_k \cos \left[(2k) \frac{\Psi}{2} \right] \quad (38)$$

ahol

$$M = \frac{N-1}{2}$$

És most vezessünk be új változót. Legyen

$$x = \cos \left(\frac{\Psi}{2} \right)$$

akkor az iránytényező páros elemszám esetén

$$F(x) = 2 \sum_{k=1}^M I_k T_{2k-1}(x) \quad -1 \leq x \leq 1 \quad (39)$$

és páratlan elemszám esetén

$$F(x) = I_0 + 2 \sum_{k=1}^M I_k T_{2k}(x) \quad -1 \leq x \leq 1 \quad (40)$$

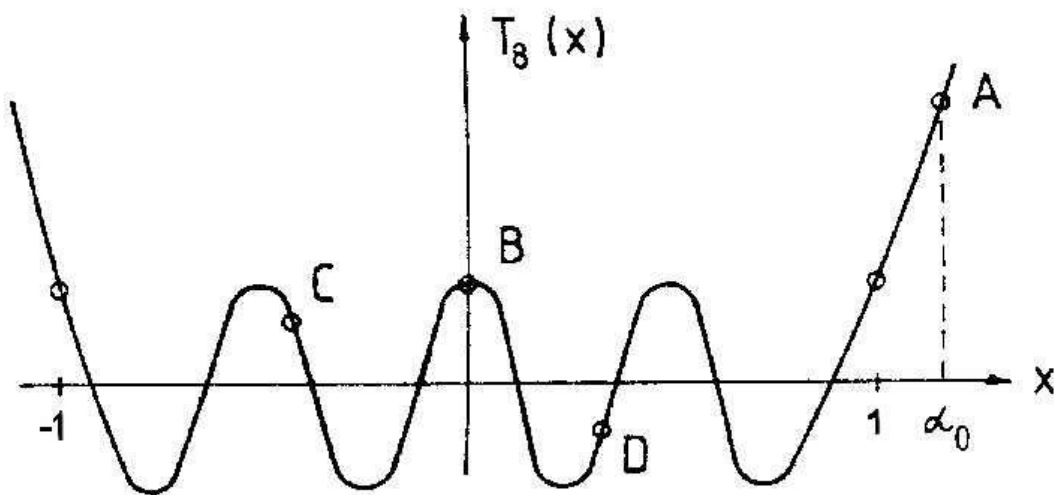
Vagyis az iránytényező felírható olyan elsőfajú Csebisev polinomok súlyozott összegeként, melyek legnagyobb rendszáma (N-1) és páros N esetén az összeg csak páratlan polinomokból áll, páratlan N esetén pedig csak párosakból.

A főirányban ($\Psi = 0; x = 1$) $T_k(1) = 1$, ezért a normalizálási képletek

$$F(1) = 2 \sum_{k=1}^M I_k \quad \text{ha } N=2M \text{ páros}$$

$$F(1) = I_0 + 2 \sum_{k=1}^M I_k \quad \text{ha } N=2M+1 \text{ páratlan}$$

A (39) és (40) képlet a szakasz elején tett feltételek mellett teljesen általános iránytényezőt ír le. A Csebisev polinomok itt még nem adnak egyenlő nagyságú melléknyalábokat. A szintézis következő lépéséhez először nézzük meg a $T_8(x)$ Csebisev polinomot



Az ábrából látható, hogy a kívánt iránytényezőt egyetlen Csebisev polinommal is leírhatjuk, ha a főnyaláb leírásához felhasználjuk az $x > 1$ tartományt. Mivel az iránytényező (N-1)-edrendű polinom, ezért a keresett Csebisev polinom $T_{N-1}(u)$, ahol

$$u = \alpha_o x = \alpha_o \cos \frac{\Psi}{2} \quad (\alpha_o > 1)$$

és a főirányban

$$T_{N-1}(\alpha_o) = R \quad (R > 1)$$

A szintézis fő lépései

Az egyenletes hullámosságú iránytényező két legfontosabb paramétere a melléknyaláb elnyomás (R) és a főnyaláb szélessége a szomszédos zérushelyek között mérve. A Dolph-Chebisev sorok méretezése azt jelenti, hogy adott elemszám (N) mellett vagy a melléknyaláb elnyomást írjuk elő, vagy a főnyaláb szélességét, és ehhez meghatározzuk a gerjesztő amplitudókat.

Ha a főnyaláb kúpszöge (Θ_o) van megadva, akkor ebből először α_o -t határozzuk meg. Ehhez az első zérushely

$$u_{o1} = \cos\left(\frac{\pi}{2(N-1)}\right)$$

Másrészt

$$u_{o1} = \alpha_o x_{o1} = \alpha_o \cos \frac{\Psi_{o1}}{2} = \alpha_o \cos\left(\pi \frac{d}{\lambda} \cos \vartheta_{o1}\right)$$

$$\text{ahol, oldalsugárzó sor esetén} \quad \vartheta_{o1} = 90 - \frac{\Theta_o}{2}$$

Ezzel

$$\alpha_o = \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2(N-1)}\right)}{\cos\left(\pi \frac{d}{\lambda} \cos \vartheta_{o1}\right)}$$

A számítás legfontosabb lépése a gerjesztő amplitudók meghatározása. Ez a Chebisev polinomok súlyozott összegének $T_{N-1}(u)$ -val történő egyenlővé tételét jelenti és x azonos kitevőjű tagjait összehasonlítva együtthatóegyeztetést végzünk.

$$\sum_{k=1}^{N/2} I_k T_{2k-1}(x) = T_{N-1}(\alpha_o x)$$

A feladat megoldásának része még a melléknyaláb elnyomás (R) meghatározása. Ez α_o ismeretében $T_{N-1}(\alpha_o) = R$ kifejezéssel történik, amit átrendezve

$$R = \left[\left(\alpha_o + \sqrt{\alpha_o^2 - 1} \right)^{N-1} + \left(\alpha_o - \sqrt{\alpha_o^2 - 1} \right)^{N-1} \right]$$

Ha a melléknyaláb elnyomás van megadva, akkor α_o -t $T_{N-1}(\alpha_o) = R$ inverzéből számítjuk ki.

$$\alpha_o = \left[\left(R + \sqrt{R^2 - 1} \right)^{\frac{1}{N-1}} + \left(R - \sqrt{R^2 - 1} \right)^{\frac{1}{N-1}} \right]$$

Az amplitudókat ezután az előzőekhez hasonlóan határozzuk meg.

A feladat befejezéséként a főnyaláb szélességet kell még kiszámítani.

$$\cos \mathcal{G}_{o1} = \frac{1}{\pi} \frac{d}{\lambda} \arccos \left[\frac{1}{\alpha_o} \cos \frac{\pi}{2(N-1)} \right]$$

$$\text{és } \Theta_o = 2(90^\circ - \mathcal{G}_{o1})$$