

**1. feladat (10 pont)**

- a) Írja le a sor konvergenciájának definícióját!
- b) Írja le a pozitív tagú sorok konvergenciájára vonatkozó szükséges és elégséges feltételt (részletösszegek tulajdonsága) és bizonyítsa be!

**2. feladat (11 pont)**

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \cdot \cos \frac{1}{x}, & \text{ha } x \neq 0 \\ 0, & \text{ha } x = 0 \end{cases}$$

- a) Páros-e vagy páratlan-e az  $f$  ?
- b)  $f'(x) = ?$ , ha  $x \neq 0$  .
- c) Differenciálható-e illetve folytonos-e  $f$  az  $x_0 = 0$  -ban?

**3. feladat (17 pont)**

Az  $y = f(x)$  átmegy az  $x_0 = 1$ ,  $y_0 = 1/2$  ponton, és az  $x_0 = 1$  környezetében kielégíti az  $\ln 2y + \ln \frac{1}{-x} + x + y = 3/2$  implicit egyenletet. Tudjuk, hogy  $f$  kétszer differenciálható. Van-e  $f$ -nek az  $x_0$ -ban lokális szélsőértéke?

**4. feladat (20 pont)**

- a)  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{9n^2 + 5n} - 3n) = ?$
- b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{3x} - e^{4x}}{5e^{3x} - 3e^{4x}} = ?$
- c)  $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \sin 4x)^{(1/\arcsin 3x)} = ?$

**5. feladat (10 pont)\***

Írja le a Riemann integrál definícióját!

**6. feladat (20 pont)\***

a)  $\int \frac{5x^2 - x - 1}{(x^2 - x + 1)(x - 1)(x + 2)} dx = ?$

b)  $\int \arcsin 4x dx = ?$

**7. feladat (12 pont)\***

Írja le az integrál kritériumot és alkalmazza a  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \ln 2n}$  konvergenciájának eldöntésére!

---

A \*-gal jelölt feladatokból legalább 16 pontot el kell érni!

---

*Pótfeladat (csak az elégséges vizsgához javítjuk ki):*

**8. feladat (10 pont)\***

$$\int_4^{\infty} \frac{x^2}{\sqrt{x-3}} dx = ?$$

Vezesse be az  $u = \sqrt{x-3}$  új változót az integrálba, majd számolja ki!

**9. feladat (10 pont)**

a)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{n+2}}{2^{2n-1}} = ?$  (Adja meg a sor összegét!)

b) Konvergens-e a  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n+1)2^n}{(n-1)!}$  sor?