ANALÍZIS(2) B | **VIZSGADOLGOZAT I.rész** | **2001. június 18.**

Műszaki Informatika szak | | Munkaidő: 90 perc

---

1) Feladat (21 pont).

a) Oldja meg az alábbi differenciálegyenletet!

$$y'' - 4y' + 5y = 0$$

b) Írja le az egzisztencia és unicitás tételt! (Elsörendü d.e.)
Indokolja meg, hogy az

$$y' = y^3 + 3x^2, \qquad y(1) = -1$$

kezdeti érték problémának pontosan egy megoldása van az $x_0 = 1$ pont egy megfelelö környezetében!

c) Definiálja egy $y(x)$ függvény x_0 bázispontú harmadrendü Taylor polinomját!
Írja fel a b) pontbeli differenciálegyenlet $y(x)$ megoldásfüggvényének $x_0 = 1$ bázispontú harmadrendü Taylor polinomját! (Ne próbálkozzon a differenciálegyenlet megoldásával!)

2) Feladat (8 pont).

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{-\sqrt{n}\,\operatorname{arctg}(n^2x^3)}{n^2+5}$$

Mutassa meg, hogy a sor összegfüggvénye minden x-re folytonos!

3) Feladat (13 pont).

$$f(x) = \sqrt[3]{1+\frac{x^2}{4}} + \operatorname{sh} 2x - 2$$

a) A megfelelö Taylor sorfejtések segítségével írja fel az f függvény $x_0 = 0$ körüli ötödfokú Taylor polinomját! (az együtthatókat elemi müveletekkel adja meg, de nem kell kiszámítani!)

b) Határozza meg a függvény $x_0 = 0$ körüli Taylor sorának konvergencia sugarát!

4) Feladat (14 pont).

a) $\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^2 \sin 2y}{x^2+y^2} = ?$

b)

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^2 \sin 2y}{x^2+y^2} + 3x - 2y, & \text{ha } (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & \text{ha } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

$f'_x(x,y) = ?$

c) Lehet-e szélsöértéke a függvénynek a $P_0(0, \frac{\pi}{2})$ pontban?

5) Feladat (6+5=11 pont).

a) * Gömbi koordináták segítségével írja le az alábbi térrészt!

$$x^2 + y^2 + z^2 \leq 9, \qquad x \geq 0, \;\; y \geq 0, \;\; z \leq 0$$

b) Írja fel a gömbi transzformáció Jacobi determinánsát!
(Nem kell meghatároznia az értékét!)

6) Feladat (8 pont).*

$$\int\int_T e^{2y-3x} dT = ? \qquad T: x \geq 0,\ \ y \leq 0$$

7) Feladat (16 pont).*

$$f(z) = \sin(j\overline{z})$$

a) $u(x,y) = \mathrm{Re}\ f(z) = ?$, $\qquad v(x,y) = \mathrm{Im}\ f(z) = ?$

b) Definiálja egy komplex változós függvény deriválhatóságát és regularitását! Írja fel a Cauchy-Riemann-féle parciális differenciálegyenleteket!

c) Hol differenciálható és hol reguláris a fenti f függvény?

8) Feladat (9 pont).*

$$f(z) = \frac{\sin(jz^2)}{z^2(z-j)}$$

a) Hol és milyen szingularitása van f-nek?

b)

$$I = \oint_{|z+j|=5} f(z)\, dz, \qquad \mathrm{Re}I = ?,\ \ \mathrm{Im}I = ?$$

A *-gal jelölt feladatokból 15 pontot el kell érni!

Pótfeladat. Csak az elégséges jegy eléréséhez javítjuk ki.

9) Feladat (10 pont).

$$f(x,y) = \frac{(y+1)\cos(2x)}{y-2}$$

a) $f'_x(x,y) = ?$; $\qquad f'_y(x,y) = ?$

b) $\underline{e} || -3\underline{i} + 4\underline{j}$, $\qquad \left.\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}\underline{e}}\right|_{(\frac{\pi}{2},1)} = ?$

c) $\max \left.\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}\underline{e}}\right|_{(\frac{\pi}{2},1)} = ?$ Mely irányban kapjuk ezt az értékét!

(pdf by eMBi)