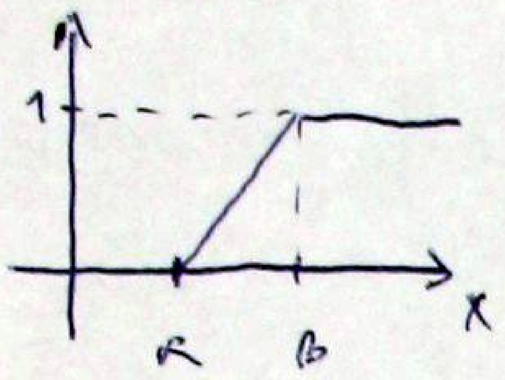
1, FUZZY HALMAZOK ÉS TAGSÁGI FV-EK, T, S és C normák axiómái

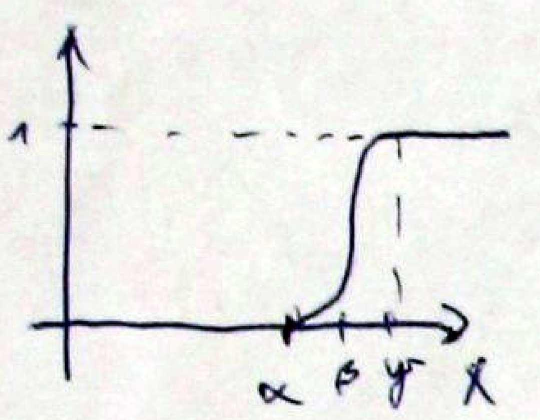
FUZZY HALMAZ MŰVELETEK

$\mu_A: X \to [0,1]$ Az A fuzzy halmaz az X alaphalmaz felett az $x \in X$ elemek A-hoz való tartozás mértékét definiálja

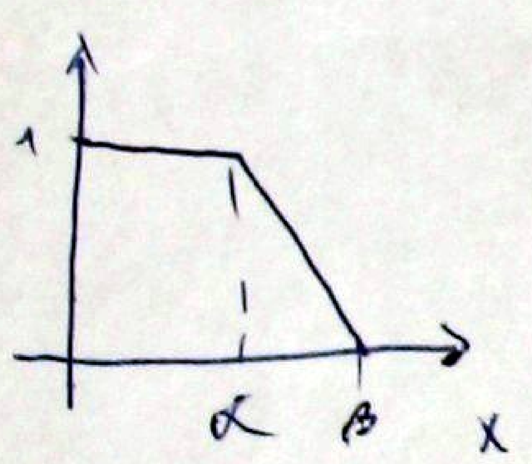
TIPIKUS TAGSÁGI FV-EK:



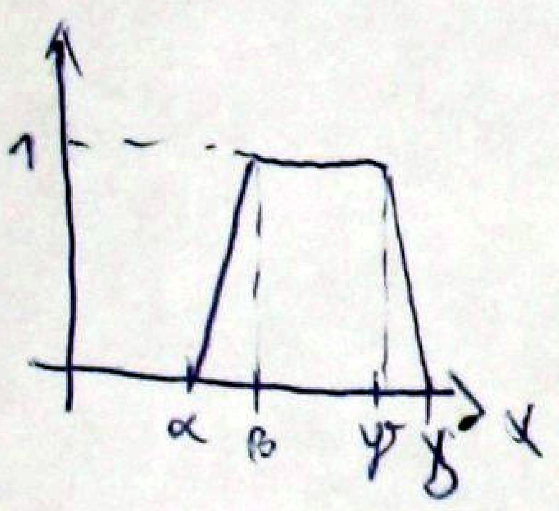
$$\Gamma(x,\alpha,\beta) = \begin{cases} 0 & , x < \alpha \\ \frac{x-\alpha}{\beta-\alpha} & , \alpha \le x \le \beta \\ 1 & , x > \beta \end{cases}$$



$$S(x,\alpha,\beta=\frac{\alpha+\gamma}{2},\gamma) = \begin{cases} 0 & , x < \alpha \\ 2\left(\frac{x-\alpha}{\gamma-\alpha}\right)^2 & , \alpha \le x \le \beta \\ 1-2\left(\frac{x-\gamma}{\gamma-\alpha}\right)^2 & , \beta \le x \le \gamma \\ 1 & , x > \gamma \end{cases}$$



$$L(x,\alpha,\beta) = 1 - \Gamma(x,\alpha,\beta)$$



$$\Pi(x,\alpha,\beta,\gamma,\delta) = \begin{cases} 0 & , x < \alpha \\ \frac{x-\alpha}{\beta-\alpha} & , \alpha \le x \le \beta \\ 1 & , \beta \le x \le \gamma \\ \frac{\delta-x}{\delta-\gamma} & , \gamma \le x \le \delta \\ 0 & , x > \delta \end{cases}$$

FUZZY komplemens:

$c: [0,1] \to [0,1]$

axiómák:

c1: $c(0)=1$ és $c(1)=0$

c2: $\forall a,b \in [0,1]$ esetén, ha $a \le b$, akkor $c(a) \ge c(b)$

c3: c folytonos fv

c4: c involutív $a \in [0,1]$-re $c(c(a))=a$

ZADEH FÉLE

$\bar{A}(x) = 1 - A(x)$

$t(a,b) = \min(a,b)$

$s(a,b) = \max(a,b)$

FUZZY METSZET

$t: [0,1] \times [0,1] \to [0,1]$

axiómák

t1: $t(a,1)=a$ $\forall a \in [0,1]$-re

t2: $b \le c \Rightarrow t(a,b) \le t(a,c)$ $\forall a,b,c \in [0,1]$-re

t3: $t(a,b)=t(b,a)$ $\forall a,b \in [0,1]$-re

t4: $t(a,t(b,c)) = t(t(a,b),c)$ $\forall a,b,c \in [0,1]$-re

FUZZY UNIÓ

$s: [0,1] \times [0,1] \to [0,1]$

AXIÓMÁK

s1 $s(a,0)=a$ $\forall a \in [0,1]$-re

s2 $b \le c \Rightarrow s(a,b) \le s(a,c)$ $\forall a,b,c \in [0,1]$-re

s3 $s(a,b)=s(b,a)$ $\forall a,b \in [0,1]$-re

s4 $s(a,s(b,c)) = s(s(a,b),c)$ $\forall a,b,c \in [0,1]$

2, Fuzzy direkt szorzat, hengeres kiterjesztés, projekció, összekapcsolás és kompozíció

Fuzzy direkt szorzat

~~m~~ Legyen a fizikai változónk egy változóvektor

$x=(x_1,\dots,x_n)$, $x_i \in X_i$ és legyenek az A_i fuzzy halmazok X_i felett definiálva

a $\mu_{A_i}(x_i)$ tagsági fv.-ek által.

Ekkor az $A_1 \times \dots \times A_n$ direkt szorzat tagsági függvénye:

~~...~~ $\mu_{A_1\times\dots\times A_n}(x_1,\dots,x_n) = \mu_{A_1}(x_1)\wedge\dots\wedge\mu_{A_n}(x_n)$

ahol $\wedge$ a megfelelő T norma (pl: min)

Fuzzy reláció

$\mu_R: X_1\times\dots\times X_n \to [0,1]$

Ha azonos szorzattéren értelmezett akkor létezik metszete és uniója

$\mu_{R_1\vee R_2}(x_1,\dots,x_n)=\mu_{R_1}(x_1,\dots,x_n)\vee\mu_{R_2}(x_1,\dots,x_n)$

$\mu_{R_1\wedge R_2}(x_1,\dots,x_n)=\mu_{R_1}(x_1,\dots,x_n)\wedge\mu_{R_2}(x_1,\dots,x_n)$

ahol $\wedge,\vee$ a megfelelő T és S normák (pl max, min)

Hengeres kiterjesztés

$X_{i_1}\times\dots\times X_{i_r}$ felett értelmezett R relációt

$X_1\times\dots\times X_n$-re szeretnénk kiterjeszteni $\{i_1,\dots,i_r\}\subset\{1,\dots,n\}$

~~akkor~~ ce(R)-el jelöljük a kiterjesztettet

$ce(R)=\int_{X_1\times\dots\times X_n}\mu_{ce(R)}(x_{i_1},\dots,x_{i_r})/(x_1,\dots,x_n)$

~~ahol $\mu_{ce(R)}(x_1,\dots$~~

amelynek tagsági fv-e $\mu_{ce(R)}(x_1,\dots,x_n)=\mu_R(x_{i_1},\dots,x_{i_r})$

Projekció

$X_1\times\dots\times X_n$ felett értelmezett R reláció

$X_{i_1}\times\dots\times X_{i_r}$-re szeretnénk vetíteni $\{i_1,\dots,i_r\}\subset\{1,\dots,n\}$

proj(R)-el jelöljük a levetítettet

$proj(R)=\int_{X_{i_1}\times\dots\times X_{i_r}}\mu_R(x_{i_1},\dots,x_{i_r})/(x_{i_1},\dots,x_{i_r})$

melynek tagsági fv-e $\mu_P(x_{i_1},\dots,x_{i_r})=\sup_{x_{j_1},\dots,x_{j_{n-r}}}\mu_R(x_1,\dots,x_n)$ ahol $\{j_1,\dots,j_{n-r}\}=\{1,\dots,n\}\setminus\{i_1,\dots,i_r\}$

Összekapcsolás

~~akkor~~ $X_1\times\dots\times X_r$ felett értelmezett R

$X_m\times\dots\times X_n$ felett értelmezett S relációk $m\le r+1$

$JOIN(R,S)=ce(R)\wedge ce(S)=\int_{X_1\times\dots\times X_n}\mu_{join(R,S)}(x_1,\dots,x_n)/(x_1,\dots,x_n)$

melynek tagsági fv-e: $\mu_{join(R,S)}(x_1,\dots,x_n)=\mu_R(x_1,\dots,x_r)\wedge\mu_S(x_m,\dots,x_n)$

ahol $\wedge$ tetszőleges T norma (pl min)

Kompozíció

$X_1\times\dots\times X_m\times\dots\times X_r$ felett értelmezett R

$X_m\times\dots\times X_r\times\dots\times X_n$ felett értelmezett S relációk

$R\circ S=proj_{X_1\times\dots\times X_{m-1}\times X_{r+1}\times\dots\times X_n}(JOIN(R,S))$

$\mu_{R\circ S}(x_1,\dots,x_{m-1},x_{r+1},\dots,x_n)=\sup_{x_m,\dots,x_r}\mu_R(x_1,\dots,x_r)\wedge\mu_S(x_m,\dots,x_n)$

ahol $\wedge$ tetszőleges T norma (pl min)

3, FUZZY LOGIKA ~~ALKALMAZÁSI KÖVETELMÉNYEK~~

, FUZZY KONJUNKCIÓ, DISZJUNKCIÓ, NEGÁLÁS, FUZZY IMPLIKÁCIÓ TÍPUSOK

FUZZY RELÁCIÓK STANDARD ALAKJA

AZONOS ALAPHALMAZON

KONJUNKCIÓ x is A and x is b

$\mu_{A \cap B}(x) = \mu_A(x) \wedge \mu_B(x)$

DISZJUNKCIÓ x is A or x is b

$\mu_{A \cup B}(x) = \mu_A(x) \vee \mu_B(x)$

NEGÁLÁS x is not A

$\mu_{A^c}(x) = c(\mu_A(x))$

KÜLÖNBÖZŐ TARTOMÁNYON

x_A is A and x_B is B $\Leftrightarrow$ v is P

$P = ce(A) \cap ce(B)$

$\mu_P(v) = \mu_A(x_A) \wedge \mu_B(x_B)$

x_A is A or x_B is B $\Leftrightarrow$ v is P

$P = ce(A) \cup ce(B)$

$\mu_P(v) = \mu_A(x_A) \vee \mu_B(x_B)$

Itt $\wedge$ és $\vee$ a megfelelő T, S norma.

KÖVETKEZTETÉS

$a \to b = a \cdot b + \bar{a}$ ZADEH

$a \to b = \overline{a \cdot \bar{b}} = \bar{a} + b$ KLEENE DIENES

$a \to b \approx a \cdot b$ MAMDANI

egyszerűen implementálható

~~a→b~~

$a \to b : a \wedge b$

$R_M = ce(A) \cap ce(B)$

$\mu_{RM}(a, b) = \min\{\mu_A(a), \mu_B(b)\}$

FUZZY KÖVETKEZTETÉS ÁLTALÁNOS ALAKJA

az $R_1 \dots R_m$ relációval ($R = \bigcup_{i=1}^{n} R_i$) írható le:

R_i: if x_1 is X_1^i and ... and x_n is X_n^i then y is Y^i

4/ BEMENETI ADATOK FUZZYFIKÁLÁSA. KOMPOZÍCIÓ-BÁZISÚ ÉS EGYEDI KOMPOZÍCIÓ BÁZISÚ KÖVETKEZTETÉSEK. MAMDANI FÉLE MAX-MIN, MAX-DOT ÉS SUM-DOT KÖVETKEZTETÉSI ALGORITMUS. A MAX-MIN ÉS MAX-DOT ALGORITMUS ILLUSZTRÁLÁSA 2 RELÁCIÓ ESETÉN.

A valós életben mint jelek elsősorban (x^*) konkrét numerikus értékek van.

1. lépés normalizálás a megfelelő tartományra
2. lépés fuzzyfikálás

x^* mérési eredmény (vektor) $x^* = \{x_1^*, \ldots, x_n^*\}$

$\mu_{A_j}(x) = \begin{cases} 1 & \text{ha } x = x_j^* \\ 0 & \text{egyébként} \end{cases}$ // legegyszerűbb eset

lehetőségeiben pl. ϵ_{40} gauss fv-t hozzárendelni a változókhoz.

SZABÁLYBÁZIS $R = \bigcup_{i=1}^{n} R_i$

ADATOK FUZZY HALMAZA D

~~KIMENET (FUZZY) C~~

~~$C = D \circ R$~~

~~[illegible]~~

~~[illegible]~~

~~$D \circ R_i = \text{Proj}_y (D \cap R_i)$~~

~~$\tau_{ij} = \sup_{x_j} \mu_{A_j}(x_j) \wedge \mu_{X_j^i}(x_j)$~~

~~$\tau_i = \tau_{i1} \wedge \ldots \wedge \tau_{iN}$~~

~~$\mu_{D \circ R_i}(y) = \tau_i \wedge \mu_{Y^i}(y)$~~

$\boxed{D \circ R = \text{Proj}_y \{ D \cap \bigcup_{i=1}^{n} R_i \}}$

$\mu_{D \circ R}(y) = \sup_{x_1 \ldots x_n} \mu_D(x_1 \ldots x_n, y) \wedge \{ \bigvee_{i=1}^{N} \mu_{R_i}(x_1 \ldots x_n, y) \}$

számítása nehéz

MAX-MIN

$\mu_{D \circ R_i}(y) = \min(\tau_i, \mu_{Y^i}(y))$; $\tau_i = \min_j \tau_{ij}$; $\tau_{ij} = \begin{cases} \mu_{X_j^i}(x_j^*) & \text{, crisp } x_j \\ \sup_{x_j} \min\{\mu_{A_j}(x_j), \mu_{X_j^i}(x_j)\} \end{cases}$

$\mu_{D \circ R}(y) = \max_i \mu_{D \circ R_i}(y)$

MAX-DOT

$\mu_{D \circ R_i}(y) = \tau_i \cdot \mu_{Y^i}(y)$ $\tau_i = \prod_{j=1}^{N} \tau_{ij}$ $\tau_{ij} = \begin{cases} \mu_{X_j^i}(x_j^*) & \text{ha } x_j \text{ crisp} \\ \sup_{x_j} \{\mu_{A_j}(x_j) \cdot \mu_{X_j^i}(x_j)\} \end{cases}$

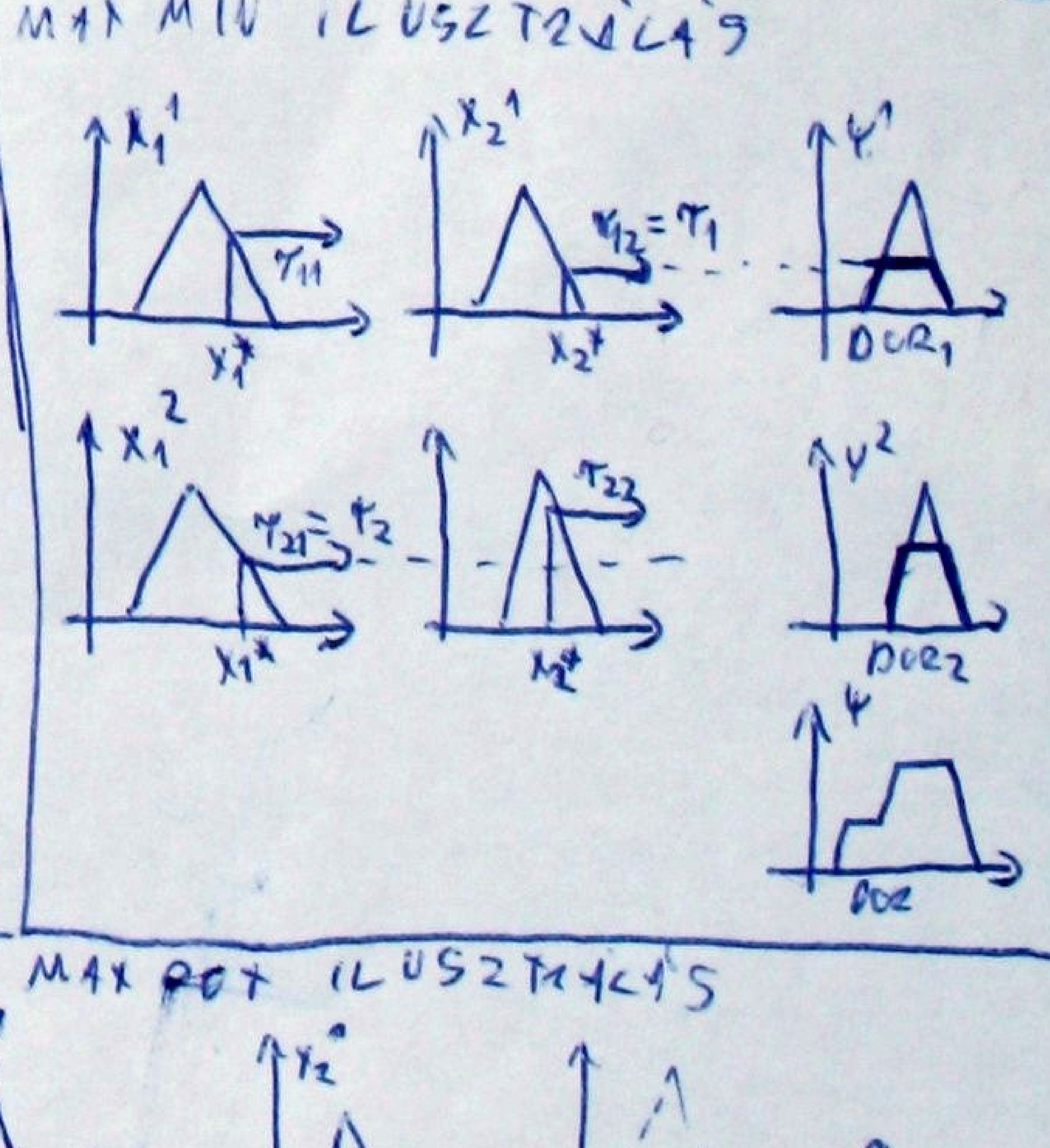
$\mu_{D \circ R}(y) = \max_i \mu_{D \circ R_i}(y)$

SUM-DOT

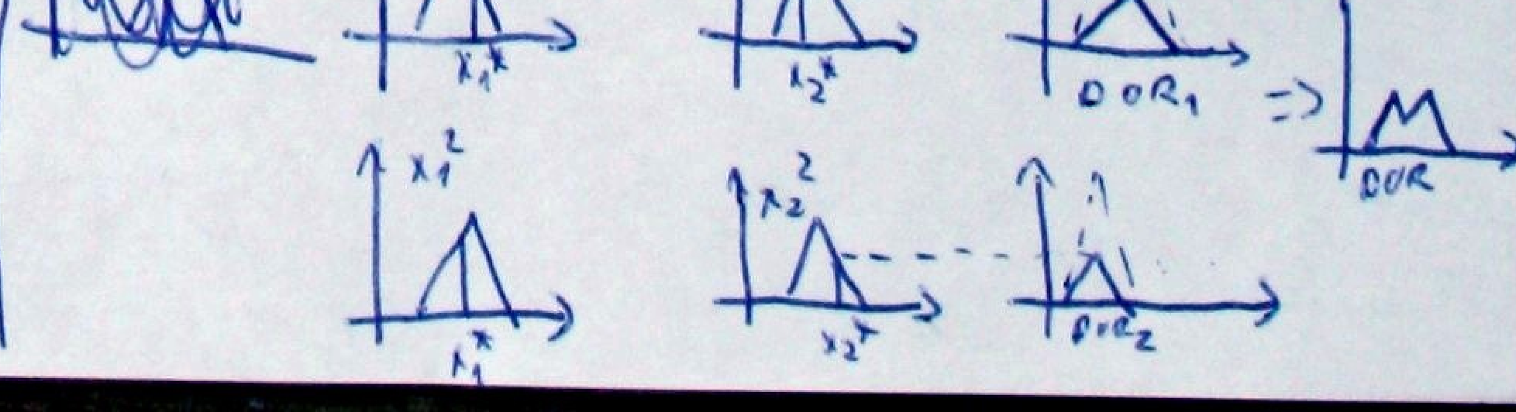
$\mu_{D \circ R_i}(y) = \tau_i \cdot \mu_{Y^i}(y)$ $\tau_i = \prod_{j=1}^{N} \tau_{ij}$ $\tau_{ij} = \begin{cases} \mu_{X_j^i}(x_j^*) & \text{, ha } x_j \text{ crisp} \\ \sup_{x_j} \min\{\mu_{A_j}(x_j), \mu_{X_j^i}(x_j)\} \end{cases}$

$\mu_{D \circ R}(y) = \sum \mu_{D \circ R_i}(y)$

MAX MIN ILLUSZTRÁLÁS



MAX DOT ILLUSZTRÁLÁS



5, DEFUZZIFIKÁCIÓS MÓDSZEREK. COG = COA, COS, bisszektor, height, MOM módszerek. TSK-típusú fuzzy rendszerek. Defuzzifikáció TSK típusú fuzzy rendszerek esetén

---

CENTER OF GRAVITY

$$y^*_{COG} = \frac{\int y \mu_{OOR}(y)dy}{\int \mu_{OOR}(y)dy}$$

CENTER OF SUMS

$$y^*_{COS} = \frac{\sum_i \int y \mu_{OOR}(y)dy}{\sum_i \int \mu_{OOR}(y)dy}$$

BOA

a ahol $\min_y \mu_{OOR}(y)$ nem 0

b ahol $\max_y \mu_{OOR}(y)$ nem 0

y^*_{BOA}

$$\int_a^{y^*_{BOA}} \mu_{OOR}(y)dy = \int_{y^*_{BOA}}^b \mu_{OOR}(y)dy$$

HEIGHT

c_i az $\mu_{OOR_i}(y)$ maximuma

$\tilde{f}_i$ a c_i plató közepe

$$y^*_{height} = \frac{\sum_i c_i \tilde{f}_i}{\sum_i c_i}$$

MOM

$c = \max_y \mu_{OOR}(y)$

$$y^*_{mom} = \cancel{\frac{\inf(c) + \sup(c)}{2}} \quad \frac{\inf\{y : \mu_{OOR}(y) = c\} + \sup\{y : \mu_{OOR}(y) = c\}}{2}$$

TSK

Egyesíti a klasszikus és fuzzy szabályzók elvét, különböző munkapontokban különböző determinisztikus algoritmusokat használunk.

R_i: if x_1 is X_1^i and ... and x_n is X_N^i then $y = f_i(x_1 \dots x_N)$ ~~[illegible]~~ $i = 1 \dots n$

Ha $f_i = c_i$ konstans 0-ad rendű Sugeno rz

Ha $f_i =$ ~~$a_0 + a_1x_1 + \dots + c_nx_n$~~ a lin → elsőrendű sugeno rz.

TSK következtetés

$x_1^* \dots x_n^*$ éles bemenetek

$\forall R_i \mapsto (\tau_i, y_i^*)$

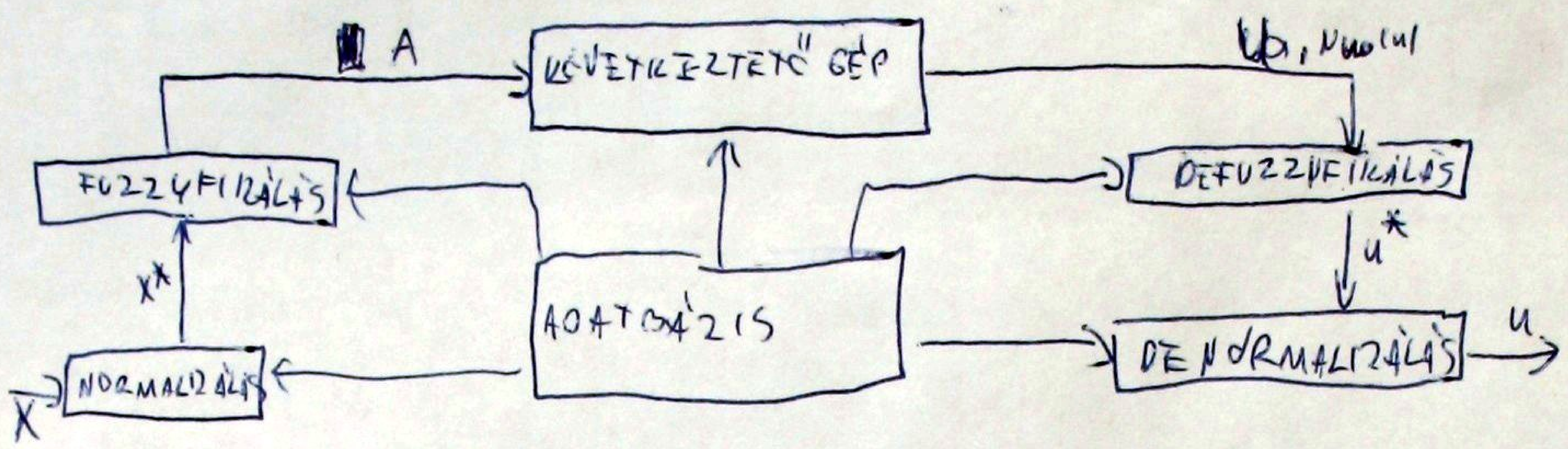
$\tau_i = \mu_{X_1^i}(x_1^*) \wedge \dots \wedge \mu_{X_N^i}(x_N^*)$

$y_i^* = f_i(x_1^*, \dots, x_N^*)$

Defuzzy:

$$y^*_{TSK} = \frac{\sum_i \tau_i y_i^*}{\sum_i \tau_i}$$

6, FUZZY LOGIKAI SZABÁLYZÓ (FLC) BLOKKVÁZLATA ÉS AZ EGYES EGYSÉGEK FUNKCIÓI, FUZZY PID ÉS PD szabályzó. A MAC VICAR-WHELAN METASZABÁLYOK, FUZZY PD szabályzó SZABÁLY BÁZISÁNAK FELVÉTELE



X: folyamat jelei

Normalizálás: $X^* = N_x X$

Fuzzyfikálás $X \to A$ fuzzy halmazt rendel

Következtető gép: szabályok alapján elvégzi a következtetést

Defuzzy: az U_i-hez éles u^*-ot rendel

denormaliz $u = N_u u^*$

adatbázis: Normalizálási paraméterek, fuzzyfikálás szabályai és paraméterei, tagsági függvények, egyes paraméterek következtetési szabályai, defuzzyfikálás szabálya

FUZZY PID PI

ALAPJEL y_d

Kimenet y

Hibajel $e = y_d - y$

Kimenet: u

PID

KÖVETKEZTETÉS: R_i: if e_k is E_k^i and e_{k-1} is E_{k-1}^i and e_{k-2} is E_{k-2}^i then Δu_k is ΔU_k^i

PD

R_i: if e is E^i and Δe is ΔE^i then u is U^i

megadja a szabályzó u^i értékét

Δe PB	Z	PS	PM	PM	PB	PS	PB
PM	NS	Z	PS	PM	PM	PB	PB
PS	NM	NS	Z	PS	PM	PM	PB
Z	NB	NM	NS	Z	PS	PM	PM
NS	NB	NM	NM	NS	Z	PS	PM
NM	NB	NB	NM	NM	NS	Z	PS
NB	NB	NB	NB	NM	NM	NS	Z
	NB	NM	NS	Z	PS	PM	PB

e

MAC VICAR-WHELAN 3

MR1) Ha a e_k hiba és Δe_k hiba változása 0, akkor aktuális beavatkozás

MR2) Ha az hiba tart 0-hoz megf. sebességgel, — ∼ —

MR3) Ha a e_k hiba nem tart 0-hoz, akkor Δu_k szabályzó beavatkozás ne legyen 0, függjön e_k és Δe_k-tól

7. GENETIKUS ALGORITMUSOK ELMÉLETI ALAPJAI. OPTIMALIZÁLÁSI FELADAT, EGYED, FENOTÍPUS ÉS GENOTÍPUS ALAK, POPULÁCIÓ, BINÁRIS ÉS REAL ~~ABRÁZ~~ GENETIKUS ALGORITMUS. EGYSZERŰ BINÁRIS GENETIKUS ALGORITMUS (SGA) BLOKKVÁZLATA. MULTIPOPULÁCIÓS GENETIKUS ALGORITMUS (MPGA) BLOKKVÁZLATA. MIGRÁCIÓS STRATÉGIÁK.

~~jellemzése~~

- több lokális optimummal rendelkező komplex problémákra ad globálisan optimális megoldást.
- globális, sztochasztikus keresési módszer
- on-line feladatmegoldásra nem alkalmas
- ötleteit a természettől leste el (evolúció)
- populációkkal operál, melynek mindegyike egy-egy potenciális megoldás, szelektálja, hogy alkalmazkodjanak a környezethez.

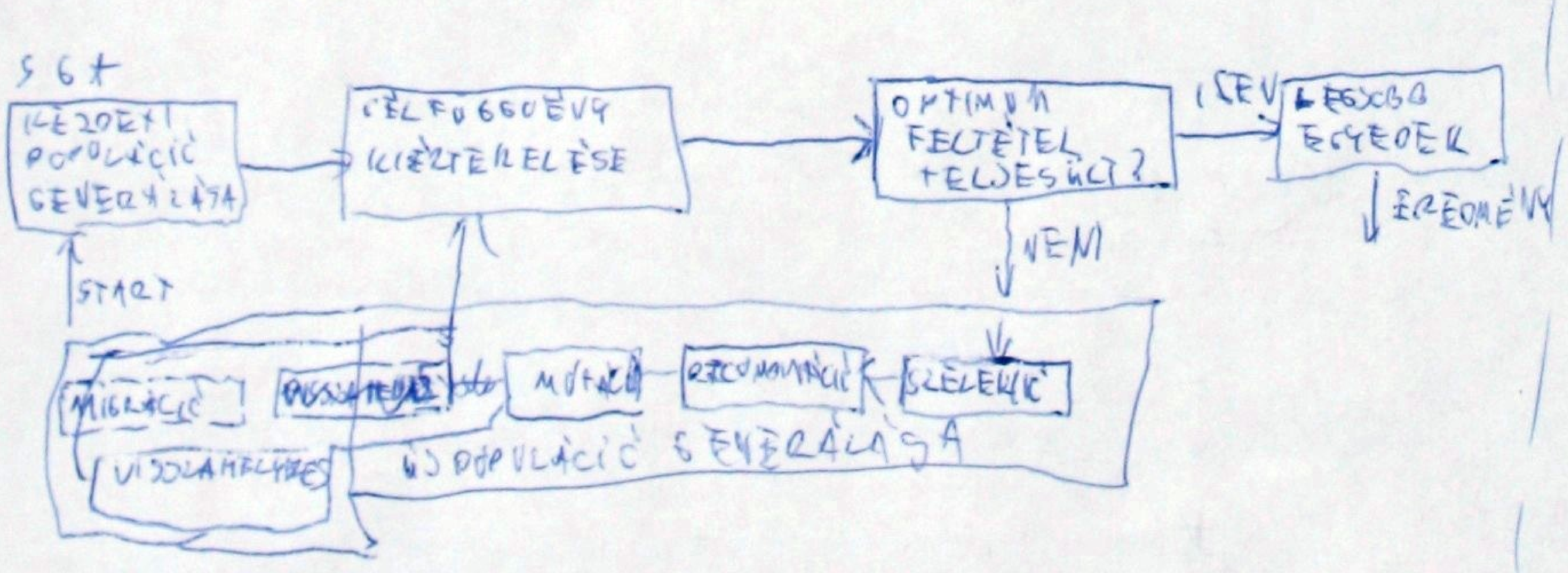
célfüggvény:

$$\min f(x_1, \dots, x_{Nvar})$$

- ismert $\min x_i$, $\max x_i$ $\forall i$-re
- x_i tipikusan valós ~~számok~~
  esetleg egész ~~számok~~
- x_i ábrázolása:
  valós: lebegőpontos számként
  bináris és lebegőpontos esetén 2-es komplemens / gray code
  egész: alkalmas bázissal, integer
- $x_1, \dots, x_{Nvar}$ kombinációja az egyedek
  real alak: fenotípus (az egyed érzékelhető, megállapítható szülő és belső tulajdonságainak az összessége)
  kódolt alak: genotípus / kromoszóma (a szervezet kromoszómális génjeiben tárolt genetikai információs összessége, amely meghatározza a szervezet külső megjelenését / fenotípusát)

  az x_i változónak megfelelő helyen áll a gén kódolt alakja
  a ~~kódolt~~ real-ként ábrázolt egyedet is kromoszómaként tekintjük (ekkor genotípus = fenotípus)
- a populáció N_{ind} egyedből áll
- populációk száma alapján
  ~~SGA~~
  SGA
  MPGA

SGA



[ ] CSAK MPGA ESETÉN

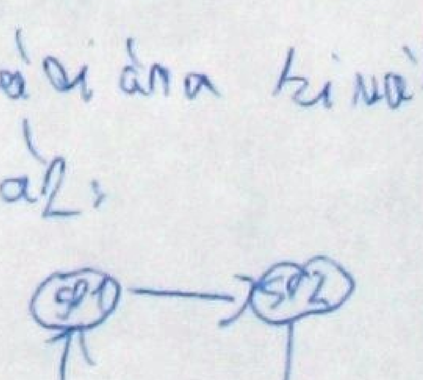
MIGRÁCIÓ

MPGA ESETÉN a populáció szubpopulációkból áll. Új szubpopuláció mindig a megfelelő régi szubpopulációba kerül visszahelyezésre.
A különböző szubpopulációk közötti egyedátadás a migráció.

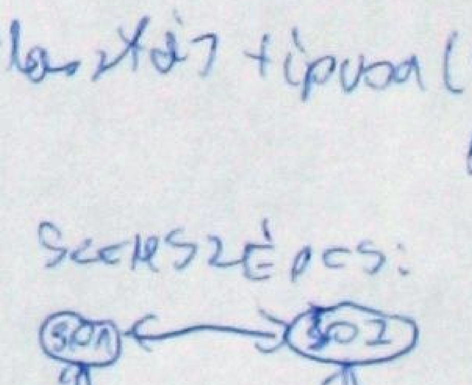
megadása
  migrációs ráta
  migrációra kiválasztás típusa (véletlen, fitness)

topológiák:

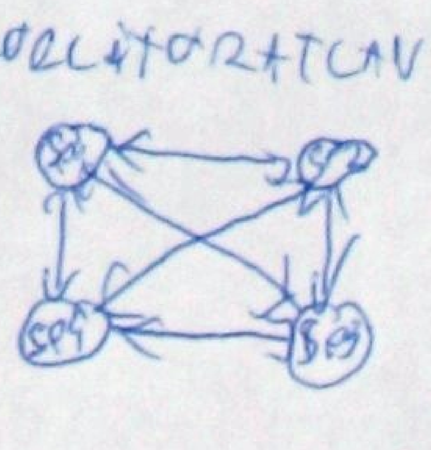
gyűrű:



SZOMSZÉDOS:



IZOLÁLATLAN



8. ÁTSZÁMÍTÁS CÉLFÜGGVÉNYRŐL FITNESSÉRTÉKRE, LINEÁRIS ÉS NEMLINEÁRIS RANGSOR. SZELEKCIÓS ALGORITMUSOK, RULETTKERÉK MÓDSZER, SZTOCHASZTIKUS UNIVERZÁLIS MINTAVÉTELEZÉS (SUS). GENETIKUS OPERÁTOROK (REKOMBINÁCIÓ, MUTÁCIÓ) ÉS MEGVALÓSÍTÁSUK BINÁRIS ÉS REÁL GA ESETÉN. VISSZAHELYETTESÍTÉSI STRATÉGIÁK

KIINDULÁS:

$x = (x_1, \dots, x_{Nvar}) \mapsto f(x)$ objektív függvény értéke, amely poz ill neg is lehet, ezt kell minimalizálni.

ELVÁRT

$F(x) = g(f(x))$ fitness függvény értéke legyen pozitív, őrizze meg a rendezettséget.

ELVEK

pozitív obj fv esetén arányos fitness:

$$F(x_i) = \frac{f(x_i)}{\sum_{j=1}^{N_{ind}} f(x_j)}$$

x_i: i. egyed fenotípus alakban

skálázás esetén:

$F(x_i) = a f(x_i) + b$, $\max_i F(x_i) = f_{average} \cdot S_{mult}$

rangsorolás esetén:

$f(x_i) \to pos$ hozzárendelés, ahol a legkisebb objektív érték adja a max fitnesst:

$pos(\max_i(x_i)) = 1, \dots, pos(\min_i(x_i)) = N_{ind}$

A rangsor lehet:

lineáris: $F(x_i) = 2 - sp + 2 * (sp - 1) \frac{pos(f(x_i)) - 1}{N_{ind} - 1}$

nemlineáris:

- meghatározni ~~az~~ egyenlet gyökeit: $(sp-1) x^{N_{ind}-1} + sp \cdot x^{N_{ind}-2} + \dots + sp \cdot x + sp = 0$
- meghatározni az egyedek fitness értékét: $F(x_i) = \frac{N_{ind} \cdot x^{pos(f(x_i))-1}}{\sum_{j=1}^{N_{ind}} x^{j-1}}$

~~[illegible]~~ a fitness értéket nem az obj fv értékekhez, hanem a pozíciókhoz rendeljük. Ezzel elkerülhető az idő előtti konvergencia egy lokális minimumhoz.

VISSZAHELYETTESÍTÉS

rekombináció, mutáció után meghatározható az új populáció egyedeinek az értéke; ha kevesebb egyed keletkezett → GENERATION GAP

1-2 új egyed → INKREMENTÁLIS GA

LEGALKALMASABB EGYEDEK [illegible] elitista stratégia

többiek [illegible] visszahelyettesítése:

- véletlenszerűen
- fitness érték alapján

visszahelyettesítési arány előírható.

SZELEKCIÓ

ANNAK A KISÉRLETNEK a meghatározása, hogy egy egyed hányszor kerüljön kiválasztásra a rekombinációhoz. 2 független folyamatból áll:

- reprodukcióban való részvétel valószínűségének meghatározása (fitnesstől függ)
- ~~kísérletek számának~~ ~~[illegible]~~ az előző értékekből diszkrét értékekre átalakítani

jellemzői: torzítás: az egyed aktuális és várható valószínűsége közötti különbség

szórás: a lehetséges kísérletek értéktartománya amelyben egy egyed részt vehet

cél: 0 torzítás, min szórás, kis időigény

RWS $O(N \log N)$

- egyedeket $[0, sum]$ intervallumba képezzük le ($sum = \sum_i f(x_i)$)
- intervallum mérete $= f(x_i)$
- véletlen szám $[0, sum]$ között
- annyi véletlen szám ahány egyedet össze kell válogatni.

SUS $O(N)$ min szórás, 0 torzítás

z véletlen szám generálása $[0, sum/N]$ között

N egyed $\{z, z + \frac{sum}{N}, z + 2\frac{sum}{N}, \dots, z + (n-1)\frac{sum}{N}\}$

REKOMBINÁCIÓ

ÚJ KROMOSZÓMÁK GENERÁLÁSÁNAK A MÓDJA

A KISZELEKTÁLT EGYEDEKET PÁRBA SOROLJUK, KERESZTEZZÜK

→ Bináris populáció esetén

L bin kromoszóma string hossza

- EGYPONTOS KERESZTEZÉS

  ∀ kromoszómapárhoz keresztezési pont generálása $[1, L-1]$

  a pont után a pontokon túli biteket kicseréljük

- MULTIPONTOS KERESZTEZÉS

  ∀ kromoszómapárhoz N keresztezési pont generálása $[1, L-1]$

  növekvő sorba rendezzük, majd a p_{i-1}–p_i kr. pontok között a biteket kicseréljük

- EGYENLETES KERESZTEZÉS

  L hosszúságú maszkot generálunk, ami alapján kicseréljük a biteket.

→ REÁL POPULÁCIÓ ESETÉN

bin rekombináció nem alkalmazható, az utódok értékei a szülők fenotípusai között és körül jelentkeznek.

- KÖZBENSŐ REKOMBINÁCIÓ $\sigma = p_1 + a * (p_2 - p_1)$ dim a = N_{var} véletlen vektor
- EGYENES MENTÉN TÖRTÉNŐ $\sigma = p_1 + \alpha * (p_2 - p_1)$ α véletlen szám

MUTÁCIÓ

VÉLETLEN FOLYAMAT AMELYBEN EGY STRING ALLÉLJA EGY MÁSIKKAL HELYETTESÍTŐDIK AZ ÚJ GÉN STRUKTÚRA LÉTREHOZÁSA ÉRDEKÉBEN

KIS VALÓSZÍNŰSÉGGEL ALKALMAZZUK (0.001)

CÉL: [illegible] EGYETLEN STÁDIUMBAN KERESÉSI VAL. SE LEGYEN 0

BINÁRIS: 1 bit megváltoztatása

REÁL: AZ ÉRTÉKEK PERTURBÁCIÓJA

AZ ÚJ ÉRTÉKEK VÉLETLENSZERŰ MEGVÁLASZTÁSA

9. OPTIMUM SZÜKSÉGES ANALITIKUS FELTÉTELE KORLÁTOZÁSOK MELLETT. A PROBLÉMA MEGFOGALMAZÁSA, AKTÍV HALMAZ, LICQ FELTÉTEL, AZ OPTIMALIZÁLÁSI PROBLÉMA LAGRANGE FÜGGVÉNYE, ELSŐRENDŰ (KARUSH-KUHN-TUCKER) FELTÉTEL

Az $f(x)$, $x=(x_1, \dots, x_n)$ korlátozás nélküli függvény lokális minimum helyének (x^*) szükséges feltételei:

$\nabla f(x^*) = 0$ és $\nabla^2 f(x^*)$ pozitív szemidefinit.

korlátozások mellett:

$$x^* = \min_{x \in \mathbb{R}^n} f(x)$$

$c_i(x) = 0, \ i \in E$ (egyenlőség típusú korlátozások)

$c_i(x) \geq 0, \ i \in I$ (egyenlőtlenség típusú korlátozások)

f és c_i sima (végtelenszer folytonosan differenciálható), valós függvények az $\mathbb{R}^n$ egy részhalmazán, és I, E az indexek két véges halmaza.

Alkalmas halmaz:

Az a Ω halmazt, amelyek pontjai kielégítik a korlátozásokat.

$$\Omega = \{ x \mid c_i(x) = 0, \ i \in E; \ c_i(x) \geq 0, \ i \in I \}$$

Alkalmas pontok:

alkalmas halmaz pontjai

OPTIMUMPROBLÉMA ÁTFOGALMAZVA:

$$x^* = \min_{x \in \Omega} f(x)$$

AKTÍV HALMAZ:

~~Az~~ Aktív halmaz

$$A(x) = E \cup \{ i \in I \mid c_i(x) = 0 \}$$

LICQ feltétel

Linear independence constraint qualification

Adott x pont és $A(x)$, teljesül ha $\{ \nabla c_i(x), i \in A(x) \}$ vektorok lineárisan függetlenek.

LAGRANGE

$$L(x, \lambda) = f(x) - \sum_{i \in E \cup I} \lambda_i c_i(x)$$

KKT (KARUSH-KUHN-TUCKER)

x^* megoldás

f és c_i függvények folytonosan differenciálhatók

LICQ feltétel teljesül az x^* pontban

Akkor létezik λ^* Lagrange multiplikátor vektor λ_i^*, $i \in E \cup I$ komponensekkel, hogy az (x^*, λ^*) pár teljesíti az alábbi feltételeket:

$$\nabla_x L(x^*, \lambda^*) = 0,$$

$$c_i(x^*) = 0, \quad \forall i \in E$$

$$c_i(x^*) \geq 0, \quad \forall i \in I$$

$$\lambda_i^* \geq 0, \quad \forall i \in I$$

$$\lambda_i^* c_i(x^*) = 0, \quad \forall i \in E \cup I$$

10. NUMERIKUS OPTIMALIZÁLÁSI MÓDSZEREK: OPTIMUMKERESÉS SKALÁR VÁLTOZÓBAN (CAUCHY ELV, GOLDSTEIN ELV), GRADIENS, KONJUGÁLT GRADIENS, NEWTON ÉS KVÁZI NEWTON MÓDSZEREK

Gyakran használatosak az irányítástechnikában, modellezésben, jelfeldolgozásban. Korlátozás esetén a célfüggvényhez egy büntetőfüggvényt adunk, aminek értéke nagy, ha a korlátozás nem teljesül.

Minimum keresése egy x_k pontból egy d_k irányban való keresésére a közelítés

a $\lambda_k \approx \arg\min\{f(x_k + \lambda d_k) : \lambda \geq 0\}$

Kétféle elv:

Cauchy: $\lambda_k = \arg\min\{f(x_k + \lambda d_k) : \lambda \geq 0\}$

Goldstein elv: $\lambda q_2 \langle f'(x_k), d_k \rangle \leq f(x_k + \lambda d_k) - f(x_k) \leq \lambda q_1 \langle f'(x_k), d_k \rangle$

GRADIENS

- legegyszerűbb optimum keresési eljárás korlátozás nélküli esetben
- ha a gradiens $g_k = f'(x_k)$ akkor $d_k = -g_k$
- a minimumhoz megtalálásán a negatív gradiens irányba történhet
  Cauchy elv, Goldstein elv, fix λ_0 lépésközzel, ahol a minimumhoz közelítéssel $x_{k+1} = x_k - \lambda_0 \frac{g_k}{\|g_k\|}$

KONJUGÁLT GRADIENS

Legyen optimalizálási kritérium konvex és kvadratikus való fv, korlátozás nélkül

$f(x) = \frac{1}{2}\langle Ax, x\rangle + \langle b, x\rangle + c$, $A > 0$ (szimmetrikus, poz definit)

$g = f'(x) = Ax + b$ gradiens

$f''(x) = A$

Az x_0 minimum helyen $f'(x_0) = Ax_0 + b = 0$

ebből x_0 meghatározható lenne, de ~~ha mátrix~~ nem ebből indulunk ki

Amikor csak a gradienst ismerjük

$n = \dim X$ lépésben megtalálja a minimumot kvadratikus esetben

Konjugált irányok: A $\{d_0, d_1, \dots, d_k\}$ irányok A-ra vonatkozóan, ha $\forall i < k$ esetén $\langle d_k, Ad_i \rangle = 0$ és $\langle g_k, g_i \rangle = 0$

1. x_0 induló érték, $k = 0$, $g_0 = f'(x_0) = Ax_0 + b$, $d_0 = -g_0$
2. Tfh ismerjük x_k, $g_k = f'(x_k) = Ax_k + b$, d_k és $\{d_0, \dots, d_k\}$ konjugált irányok
   legyen x_{k+1} a minimum helye a d_k irányban és válasszuk a következő értékeket.
   $\lambda_k = \frac{\langle d_k, g_k \rangle}{\langle d_k, Ad_k \rangle}$, $x_{k+1} = x_k + \lambda_k d_k$, $g_{k+1} = f'(x_{k+1}) = Ax_{k+1} + b$, $\beta_k = \frac{\langle g_{k+1}, Ad_k \rangle}{\langle d_k, Ad_k \rangle}$, $d_{k+1} = -g_{k+1} + \beta_k d_k$
3. folytatomig $k = n$

NEWTON módszer (1 lépésben tetszőleges kvadratikus fv minimumát megtalálja (Hess mátrix + gradiens kell))

$x_0 = x - [f''(x)]^{-1} f'(x)$

KVÁZI NEWTON

$x_{k+1} = x_k - [H(x_k)]^{-1} f'(x_k)$

NMF

A -> S $A \mid \{B \mid k \mid T_A\}_{K_{AS}}$

S -> B $\{A \mid k \mid T_S\}_{K_{BS}}$

N S S2

A -> S $A \mid B \mid N_A$

S -> A $\{N_A \mid B \mid k \mid \{k \mid A\}_{K_{BS}}\}_{K_{AS}}$

A -> B $\{k \mid A\}_{K_{BS}}$

B -> A $\{N_B\}_k$

A -> B $\{N_B - 1\}_k$

A	B
n	n
u	v
v	
R	z
z	
	R
w	w

b=0

b=1

$n = p \cdot q$

$v = u^2 \pmod n$

$z = R^2 \pmod n$

$w = R \cdot u \pmod n$

$z \cdot v = w^2 \pmod n$

11. LINEÁRIS PARAMÉTERBECSLÉS. BATCH (OFF-LINE) MÓDSZER. AZ LS ALKALMAZÁSA, A PROBLÉMA. REKURZÍV (ON-LINE) PARAMÉTERBECSLÉS FELEJTÉSSEL. ϑ_i és P_i rekurzív számítása. A NEMLINEÁRIS PARAMÉTERBECSLÉSI FELADAT VISSZAVEZETÉSE LINEÁRISRA LEÍRÓFÜGGVÉNYI PARAMÉTEREZÉSSEL ÉS A MEGOLDÁS ALAKJA.

számos mérnöki problémamegoldásban fontos eszköz

cél: paraméterek illesztése a zajos megfigyelésekhez

Esetek

~~a megfigyelések száma fix: t=N (off~~

$y(i) = \varphi^T(i)\vartheta + \varepsilon(i)$, $y \in R^m$, $\vartheta \in R^p$, φ^T egy $m \times p$ mátrix

$y(i)$, $\varphi^T(i)$ a kimenet és más, korábbi megfigyelések

ϑ az ismeretlen paramétervektor (meghatározása a cél)

$\varepsilon(i)$ ismeretlen zaj

$i = 1 \dots t$

Esetek

- a megfigyelések száma fix $t = N$ (off-line, batch módszer)
- az adatok valós időben sorozatosan jönnek (on-line rekurzív becslés)

LS

hibanégyzetek minimalizálása az időintervallumban

$V(\vartheta,t) = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{t} \varepsilon^2(i) = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{t}\|y(i) - \varphi^T(i)\vartheta\|^2 = \frac{1}{2}\|Y - \Phi\vartheta\|^2$

$\vartheta = \arg\min V(\vartheta,t)$

$V(\vartheta,t)$ kvadratikus, ϑ-ban konvex $\rightarrow$ glob min szükséges feltétele $V'(\vartheta,t) = 0$

$\|Y - \Phi\vartheta\| = \langle Y - \Phi\vartheta, Y - \Phi\vartheta\rangle = \langle Y, Y\rangle - 2\langle Y, \Phi\vartheta\rangle + \langle \Phi\vartheta, \Phi\vartheta\rangle = \langle Y, Y\rangle - 2\langle \Phi^T Y, \vartheta\rangle + \langle \Phi^T\Phi\vartheta, \vartheta\rangle$

$V'(\vartheta,t) = \frac{dV}{d\vartheta} = -\Phi^T Y + \Phi^T\Phi\vartheta = 0$

$\Phi^T Y = \Phi^T\Phi\hat{\vartheta} = 0$

$\hat{\vartheta} = (\Phi^T\Phi)^{-1}\Phi^T Y$

REKURZÍV LS felejtéssel

$V(\vartheta,t) = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{t} \lambda^{t-1}\|y(i) - \varphi^T(i)\vartheta\|^2$