

Használjátok egészséggel, saját felelősségre. Az esetleges hibákat kérlek jelezd a z.turoczi@gmail.com címre küldött leveélben;) /Hyde/

név: Turóczy Zoltán
NEPTUN-kód: QXQ17U
feladat: 0922130701

Jelek és rendszerek II.

Első házi feladat villamosmérnök szakos hallgatóknak

Beadási határidő

7. oktatási hét

Megjegyzések

Le kell töltenie a feladatlapot (a hálózat és a gerjesztőjel adataival együtt), továbbá a hálózat ábráját, és ezeket a megoldással együtt írásban kell benyújtani. Ha javítás, illetve részfeladat külön beadása miatt többször adja be a házi feladatot, minden alkalommal az előző részeket is és a *feladatlapot* is be kell adni. Javítás esetén a hibás részt kicserélni nem szabad még akkor sem, ha valamelyik feladat megoldását előlről kezdi. A javítást külön lapon kell mellékelni, megjelölve, melyik pont korrekciójáról van szó. Ügyeljen az áttekinthető és világos külalakra! A teljes megoldást minden esetben részletesen le kell írni, *nem elegendő a végeredményeket közölni!* A numerikus számításokra és az ábrák elkészítésére természetesen alkalmazhat számítógépi programokat (MATLAB, DERIVE stb.), de *a megoldás elvi lépéseit* ekkor is *részletesen* ismertetni kell.

Az ábrán megadott lineáris invariáns hálózat gerjesztése a feszültségforrás feszültsége, ill. az áramforrás árama, válasza a megadott kimeneti jel. (A hálózat paramétereit és a gerjesztés adatait lásd a feladatlap végén!)

A feladat paramétereit

hálózat száma: 09

Ha a gerjesztőjel áram, akkor $i_s R$ egyenlő a táblázatban adott A_0 értékkel. $i_s = 375 \text{ mA}$

τ meghatározása: $\tau = aCR$, ahol L , R és C a hálózatra megadott értékek, $a=1$.

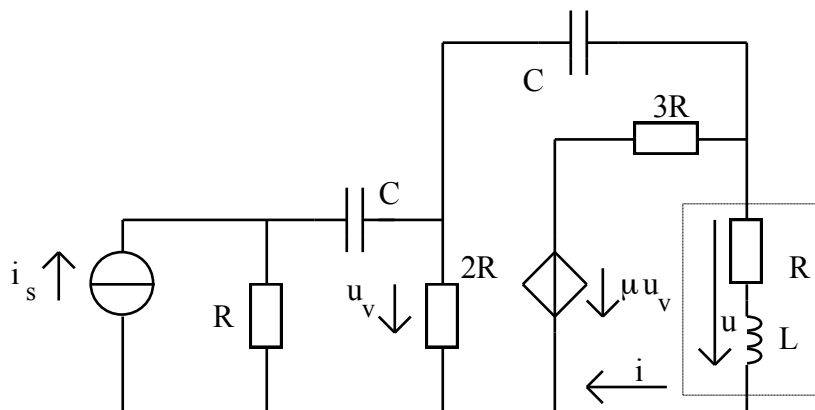
$T = 1 \odot 0.5 \odot 40 \odot 1.1 = 22 \text{ ms}$

A gerjesztés adatai:

sorszám	A_0/V	T/τ
7	15	1,1

$R = 40 \text{ k}\Omega$ $C = 500 \text{ pF}$ $L = 0,5 \text{ H}$ $\mu = 2$ $i_s = 375 \text{ mA}$ Válaszjel: u , i

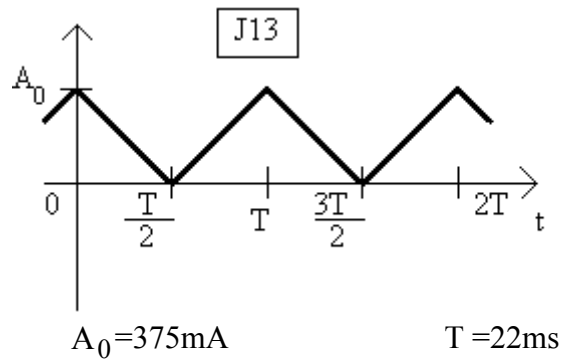
Használjátok egészséggel, saját felelősségre. Az esetleges hibákat kérlek jelezd a z.turoczi@gmail.com címre küldött leveélben;) /Hyde/



1. feladat

A gerjesztés a mellékelt ábrán megadott alakú periodikus jel.

1.1. Határozza meg ezen periodikus jel legalább négy (nem zérus) harmonikust tartalmazó Fourier-polinomját! Írja fel a Fourier-polinomot komplex és valós együtthatós alakban!



A gerjesztés időfüggvénye:

$$i(t) = \begin{cases} A_0 \cdot \left(1 - \frac{2}{T}t\right) & \text{ha } 0 \leq t \leq \frac{T}{2} \\ A_0 \cdot \left(\frac{2}{T}t - 1\right) & \text{ha } \frac{T}{2} \leq t \leq T \end{cases}$$

A megadott függvényt a következő alakban keressük:

$$i(t) = \frac{A_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} \left[I_k^A \cos\left(k \frac{2\pi}{T}t\right) + I_k^B \sin\left(k \frac{2\pi}{T}t\right) \right]$$

A konstans összetevő:
$$I_0 = \frac{1}{T} \int_0^{T/2} A_0 \left(1 - \frac{2}{T}t\right) dt + \frac{1}{T} \int_{T/2}^T A_0 \left(\frac{2}{T}t - 1\right) dt = \frac{A_0}{2}$$

A koszinuszos tagok együtthatója:

$$I_k^A = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} A_0 \left(1 - \frac{2}{T}t\right) \cos(k\omega t) dt + \frac{2}{T} \int_{T/2}^T A_0 \left(\frac{2}{T}t - 1\right) \cos(k\omega t) dt = \frac{4A_0}{k^2\pi^2}$$

$\omega T = 2\pi$ behelyettesítés után

Használjátok egészséggel, saját felelősségre. Az esetleges hibákat kérlek jelezd a z.turoczi@gmail.com címre küldött leveélben;) /Hyde/

$$\dots = \frac{4A_0}{T^2} \left(\left[\frac{-\cos(\omega_0 k t)}{(\omega_0 k)^2} \right]_0^{\frac{T}{2}} - \left[\frac{-\cos(\omega_0 k t)}{(\omega_0 k)^2} \right]_{\frac{T}{2}}^T \right) = \frac{4A_0}{k^2 \pi^2} (-2\cos(k\pi) + \cos(0) + \cos(2k\pi))$$

Minden páratlan egész k -ra $\frac{4A_0}{k^2 \pi^2}$. Páros k értékekre pedig nullát ad.

Használjátok egészséggel, saját felelősségre. Az esetleges hibákat kérlek jelezd a z.turoczi@gmail.com címre küldött leveélben;) /Hyde/

Színuszos tagok:

Mivel a jel páros, csak koszinuszos összetevői vannak, ezt integrálással is beláthatjuk:

$$I_k^B = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} A_0 \left(1 - \frac{2}{T}t\right) \sin(k\omega t) dt + \frac{2}{T} \int_{T/2}^T A_0 \left(\frac{2}{T}t - 1\right) \sin(k\omega t) dt = 0$$

$$\dots = \frac{4A_0}{T^2} \left(\left[\frac{\sin(\omega_0 k t)}{(\omega_0 k)^2} \right]_0^{T/2} - \left[\frac{\sin(\omega_0 k t)}{(\omega_0 k)^2} \right]_{T/2}^T \right) = \frac{4A_0}{k^2 \pi^2} (\sin(k\pi) - 0 - \sin(k\pi) + \sin(2k\pi)) = 0$$

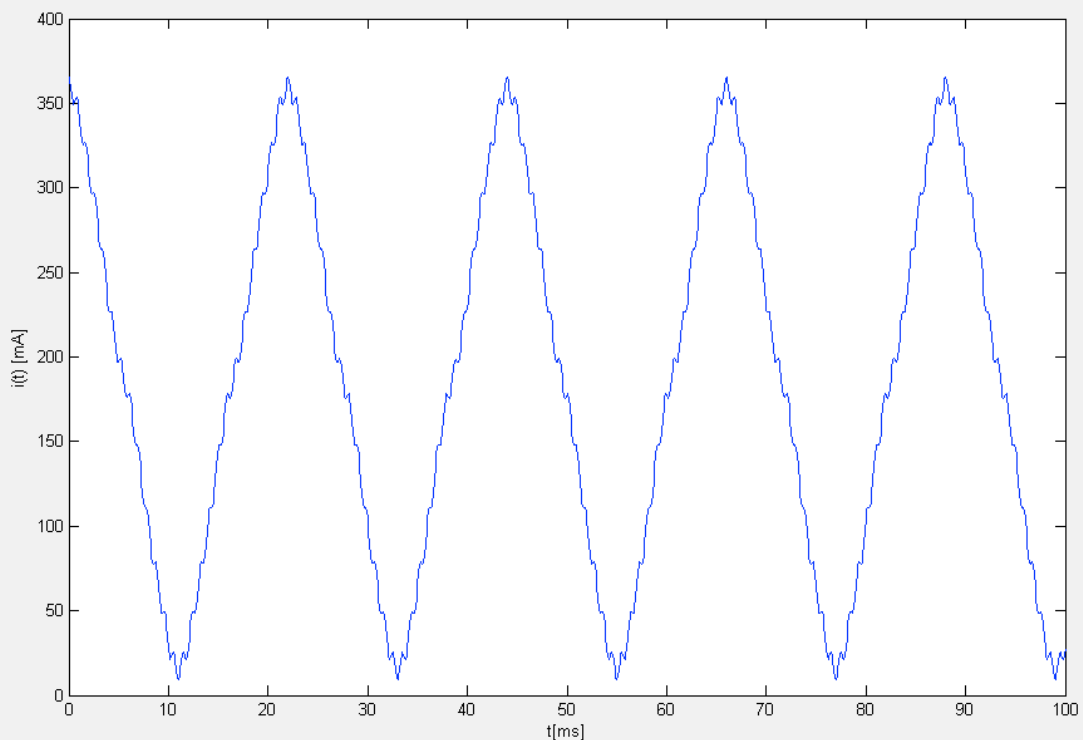
Mivel $\sin(\pi)=0$ ez nullát ad, az integrál értéke nulla minden pozitív egész k-ra.

A Fourier összetevők tehát:

$I_0 = \frac{A_0}{2}$	$I_1^A = \frac{4A_0}{\pi^2}$
$I_1^B = 0$	$I_2^A = 0$
$I_2^B = 0$	$I_3^A = \frac{4A_0}{9\pi^2}$
$I_3^B = 0$	$I_4^A = 0$
$I_4^B = 0$	$I_5^A = \frac{4A_0}{25\pi^2}$
$I_5^B = 0$	$I_6^A = 0$
$I_6^B = 0$	$I_7^A = \frac{4A_0}{49\pi^2}$
$I_7^B = 0$	

$$i(t) = \frac{A_0}{2} + \frac{4A_0}{\pi^2} \cos(\omega_0 t) + \frac{4A_0}{9\pi^2} \cos(3\omega_0 t) + \frac{4A_0}{25\pi^2} \cos(5\omega_0 t) + \frac{4A_0}{49\pi^2} \cos(7\omega_0 t)$$

Használjátok egészséggel, saját felelősségre. Az esetleges hibákat kérlek jelezd a z.turoczi@gmail.com címre küldött levélben;) /Hyde/



$A_o=375$, $\omega_o=2\pi/22$, $t=0:0.1:100$

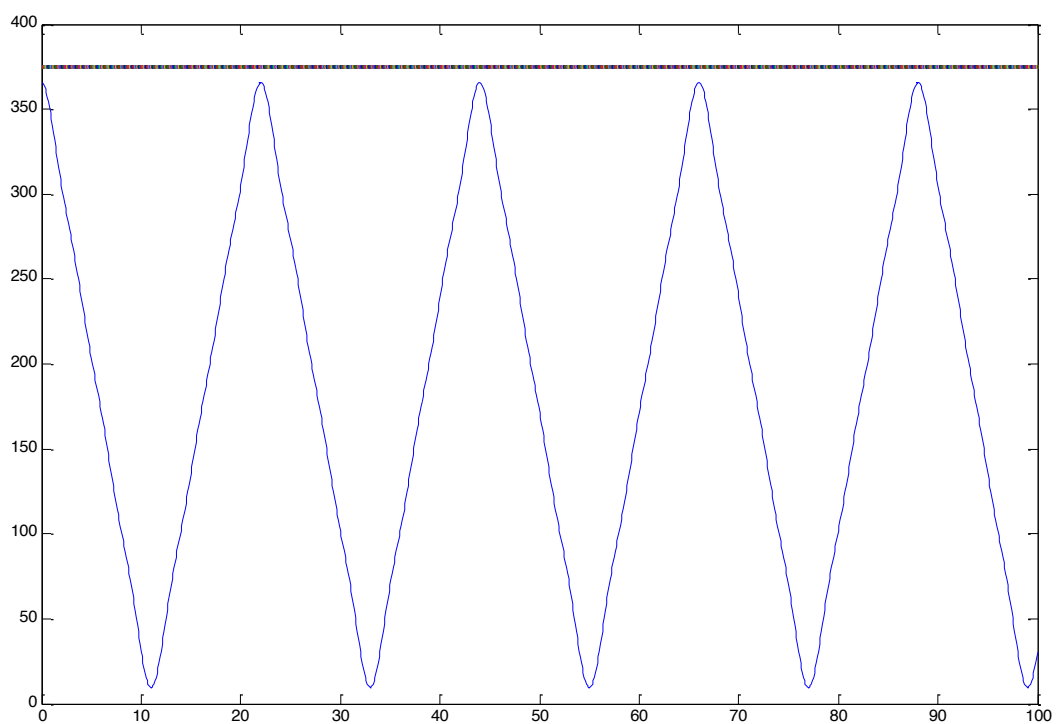
$i_t=A_o/2+4*A_o/\pi/\pi*\cos(\omega_o*t)+4*A_o/(\pi^2*9)*\cos(3*\omega_o*t)+4*A_o/(\pi^2*25)*\cos(25*\omega_o*t)+4*A_o/(\pi^2*49)*\cos(7*\omega_o*t)$

plot(t,it)

A probléma egy másik megoldása Matlab script segítségével:

```
% Fourier jel összetevői
clc, clear all;
Ao=375,T=22,wo=2*pi/T, t=0:0.1:100;
JelFourier=0;
%Kiszámolja az első négy tagot
for k=[1 3 5 7]
    k;
    JelFourier=JelFourier+4*Ao/((k*pi)^2)*cos(k*wo*t)
end
JelFourier=JelFourier+Ao/2 %Hozzáadja a konstans tagot
plot(t,JelFourier), hold on;
plot(t,375)
```

Használjátok egészséggel, saját felelősségre. Az esetleges hibákat kérlek jelezd a z.turoczi@gmail.com címre küldött levélben;) /Hyde/



A pontosabb számértékeknek köszönhetően javult a közelítés.

Használjátok egészséggel, saját felelősségre. Az esetleges hibákat kérlek jelezd a z.turoczi@gmail.com címre küldött leveélben;) /Hyde/

1.2. Határozza meg a jel effektív értékét pontosan és a választott Fourier-polinom közelítésben is! Adja meg a közelítés relatív hibáját!

Mivel csak koszinuszos tagjaink vannak a komplex Fourier időfüggvény minden tagja valós, az effektív érték pedig:

A pontos érték:

$$I_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T [i(t)]^2 dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} \frac{2A_0}{T} \cdot \left(1 - \frac{2}{T}t\right)^2 dt + \frac{1}{T} \int_{\frac{T}{2}}^T \frac{2A_0}{T} \cdot \left(\frac{2}{T}t - 1\right)^2 dt} = 125 \cdot \frac{\sqrt{3}}{11} = 19.6824\text{mA}$$

Effektív érték valós Fourier polinom közelítésben:

$$I_{eff} = \sqrt{I_0^2 + \frac{(I_1^A)^2 + (I_3^A)^2 + (I_5^A)^2 + (I_7^A)^2}{2}} = \frac{\sqrt{6430816207669791}}{4194304} = 19.1194\text{mA}$$

A közelítés relatív hibája:

$$\delta = \frac{125 \cdot \frac{\sqrt{3}}{11} - \frac{\sqrt{6430816207669791}}{4194304}}{125 \cdot \frac{\sqrt{3}}{11}} \cdot 100\% = 2.8607\%$$

Mellékszámítások Matlab segítségével:

```
clear all,Ao=375,T=22,wo=2*pi/T;
syms t;
JelFourier=0;
for k=[1 3 5 7]
    JelFourier = JelFourier + 4*Ao/((k*pi)^2)
end
JelFourier=JelFourier+Ao/2 %Hozzáadja a konstans tagot
effektiv_ertek=sqrt(1/T*(int(JelFourier,t,0,T))) %effektív érték számítása
effektiv_pontos=sqrt((1/T)*(int(((2*Ao/T)*(1-2*t/T))^2,t,0,T/2)+int(((2*Ao/T)*(2*t/T-1))^2,t,T/2,T)))
%Az eredeti függvényből számított effektív érték
hiba=100*(effektiv_pontos-effektiv_ertek)/effektiv_pontos
```


Használjátok egészséggel, saját felelősségre. Az esetleges hibákat kérlek jelezd a z.turoczi@gmail.com címre küldött leveélben;) /Hyde/

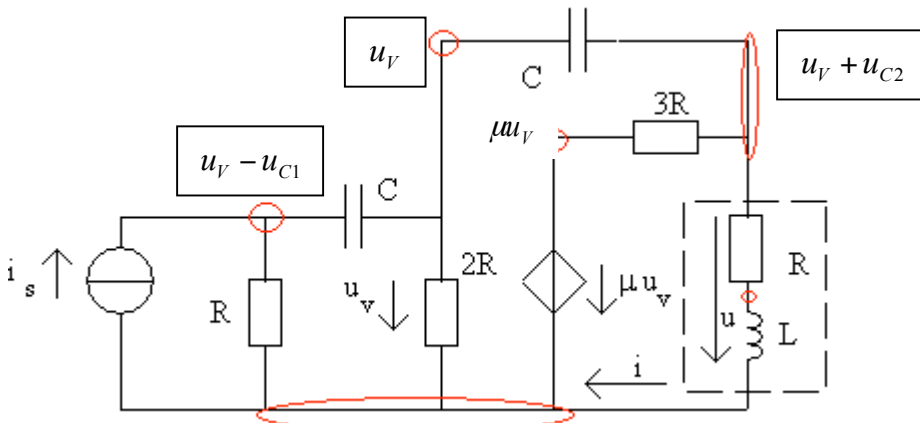
1.3. Határozza meg a rendszer az átviteli karakterisztikáját!

hálózati paraméterek sorszáma: 22

	R	C	L	g (g1)	g2	r	α ($\alpha 1$)	$\alpha 2$	μ
22	40 k Ω	500 pF	0,5 H	0,3 mS	-0,4 mS	50 k Ω	1,2	1,5	2

Koherens egységrendszert választunk, melyben a mértékegységek k Ω , H, μ F, mA, V illetve ms. Ennek megfelelően átváltjuk a kapacitás értékét $C = 500\text{pF} = 0.5 \mu\text{F}$

A rajzon jelzett módon csomópontokat veszünk fel a csomóponti egyenleteik meghatározására.



$$\begin{aligned}
 1) & -i_s + \frac{u_v - u_{C1}}{R} - C\dot{u}_{C1} = 0 \quad \boxed{0} \\
 2) & C\dot{u}_{C1} + \frac{u_v}{2R} - C\dot{u}_{C2} = 0 \\
 3) & C\dot{u}_{C2} + \frac{u_v + u_{C2} - \mu u_v}{3R} + \frac{u_v + u_{C2} - Li_L}{R} = 0 \\
 4) & \frac{Li_L - u_v - u_{C2}}{R} + i_L = 0 \\
 5) & \frac{\mu u_v - u_v - u_{C2}}{3R} - i_L - C\dot{u}_{C2} = 0
 \end{aligned}$$

A hálózategyenleteket behelyettesítés és rendezés után a fenti alakra hozzuk.

$$\begin{aligned}
 1) & \dot{u}_{C1} = \left(-\frac{1}{C}\right)i_s + \left(-\frac{1}{RC}\right)u_{C1} + \left(\frac{1}{RC}\right)u_v \\
 2) & \dot{u}_{C2} = \left(\frac{1}{2RC}\right)u_v + \dot{u}_{C1} \\
 \dot{u}_{C2} & = \left(\frac{1}{2RC}\right)u_v + \left(-\frac{1}{C}\right)i_s + \left(-\frac{1}{RC}\right)u_{C1} + \left(\frac{1}{RC}\right)u_v \\
 5) & \dot{u}_{C2} = \left(+\frac{1}{C}\right)i_L + \left(-\frac{1}{3RC}\right)u_{C2} + \left(\frac{\mu-1}{3RC}\right)u_v \\
 4) & i_L = (-R)i_L + \left(\frac{1}{L}\right)u_{C2} + \left(\frac{\mu}{L}\right)u_v
 \end{aligned}$$

Használjátok egészséggel, saját felelősségre. Az esetleges hibákat kérlek jelezd a z.turoczi@gmail.com címre küldött leveélben;) /Hyde/

A 2) és a 5) egyenlet segítségével kifejezzük az ismeretlen u_v potenciált.

$$u_v = \frac{\left(\frac{1}{RC}\right)u_{c1} + \left(-\frac{1}{3RC}\right)u_{c2} + \left(+\frac{1}{C}\right)i_L + \frac{1}{C}i_s}{\frac{1}{2RC} + \frac{1}{CR} - \frac{\mu-1}{3RC}}$$

A két $\dot{u}_{c2}$ -re felírt egyenlet azonos, csak az egyiket használjuk fel. u_v -t behelyettesítve a hálózat sajnos nem stabilis, ezért a μ értékét 6-ra növeltem. A behelyettesítéseket Matlabban elvégezve a következő eredményeket kapjuk:

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} -0.35 & 1 & -12 \\ 5 & 0.15 & -18 \\ -0.5 & 2.1667 & -60 \end{bmatrix} \quad \underline{B} = \begin{bmatrix} 14 \\ 20 \\ 20 \end{bmatrix} \quad \begin{aligned} \lambda_1 &= -59.4432 \\ \lambda_2 &= -0.0113 \\ \lambda_3 &= -0.7456 \end{aligned}$$

```
R = 40; C = 0.5; L = 0.5;
nu=10
%Deriváltakra felírt egyenletek
uv=[1/R/C -1/3/R/C 1/C 1/C]./(1/R/C+2+1/R/C -(nu-1)/3/R/C);
Uc1=[-1/C/R 0 0 -1/C]+uv.*(1/R/C);
Uc2=[-1/R/C 0 0 -1/C]+uv.*(1/R/C+1/2/R/C);
IL=[0 1/L (-1)*R 0]+uv.*( (nu-1)/3/R/C);
A=[Uc1(1:3);Uc2(1:3);IL(1:3)];
[M,la]=eig(A)
B=[Uc1(4);Uc2(4);IL(4)]
```

Amennyiben a válasz a bekeretezett rész feszültsége, vagyis $u_v + u_{c2}$, azt könnyen kifejezhetjük.

$$\underline{C}^T = \begin{bmatrix} 6.5 & 2.15 & -258 \end{bmatrix} \quad D = -260$$

Ezek után az átviteli karakterisztika könnyedén meghatározható.

$$H(j\omega) = \frac{-260(j\omega)^3 - 10444(j\omega)^2 + 800(j\omega) + 0,000000000148788}{1(j\omega)^3 + 60,2(j\omega)^2 + 44,9975(j\omega) + 0,5}$$

```
y=uv+Uc2
CT=[i(1:3)]
D=i(4)
[Hsz,Hnev]=ss2tf(A,B,CT,D)
```

Használjátok egészséggel, saját felelősségre. Az esetleges hibákat kérlek jelezd a z.turoczi@gmail.com címre küldött leveélben;) /Hyde/

1.4. Határozza meg a válasz Fourier-polinomját az előző feladatban számított közelítésben. Határozza meg a válasz effektív értékét!

A Fourier gerjesztés polinomja (4 tagra):

$$i(t) = \frac{A_0}{2} + \frac{4A_0}{\pi^2} \cos(\omega_0 t) + \frac{4A_0}{9\pi^2} \cos(3\omega_0 t) + \frac{4A_0}{25\pi^2} \cos(5\omega_0 t) + \frac{4A_0}{49\pi^2} \cos(7\omega_0 t) [mA]$$

Az egyes tagoknak képezhető a komplex csúcserőtelje, ez megszorozva az átviteli karakterisztika megfelelő frekvenciájú tagjával kaphatjuk a válasz megfelelő tagjait. ($A_0=375mA$)

ω	$ I_s(j\omega) $	$\varphi_{I_s}(\omega)$	$ H(j\omega) $	$\varphi_H(\omega)$	$ U(j\omega) $	$\varphi_U(\omega)$
0	187.5	0°	1.3526	0°	253.2125	0°
ω_0	151.9818	0°	0.1754	0.1754°	26.6528	0.1754°
$3\omega_0$	16.8869	0°	0.0590	-0.0268°	0.9968	-0.0268°
$5\omega_0$	6.0793	0°	0.0355	-0.0273°	0.2160	-0.0273°
$7\omega_0$	3.1017	0°	0.0254	-0.0276°	0.0789	-0.0276°

A $H(j\omega)$ értékeinek számítása:

```
T=22, wo=2*pi/T
clc
format compact
Ao=375 % [mA]
for k=[0 1 3 5 7]
    k
    Hsz=Hszamlalo(1)*(j*wo*k)^3+Hszamlalo(2)*(j*wo*k)^2+Hszamlalo(3)*(j*wo*k)+Hszamlalo(4);
    Hn=Hnevezo(1)*(j*wo*k)^3+Hnevezo(2)*(j*wo*k)^2+Hnevezo(3)*(j*wo*k)+Hnevezo(4);
    Ijomega=4*Ao/k^2/pi^2
    Habsz=abs(Hsz/Hn)
    Hszog=(pi/180)*angle(Hsz/Hn)
    Valaszabsz=Habsz*Ijomega
end
```

$$u(t) = 253.2125 + 26.6528 \cos(\omega_0 t + 0.1754^\circ) + 0.9968 \cos(3\omega_0 t - 0.0268^\circ) + 0.2160 \cos(5\omega_0 t - 0.0273^\circ) + 0.0789 \cos(7\omega_0 t - 0.0276^\circ) [V]$$

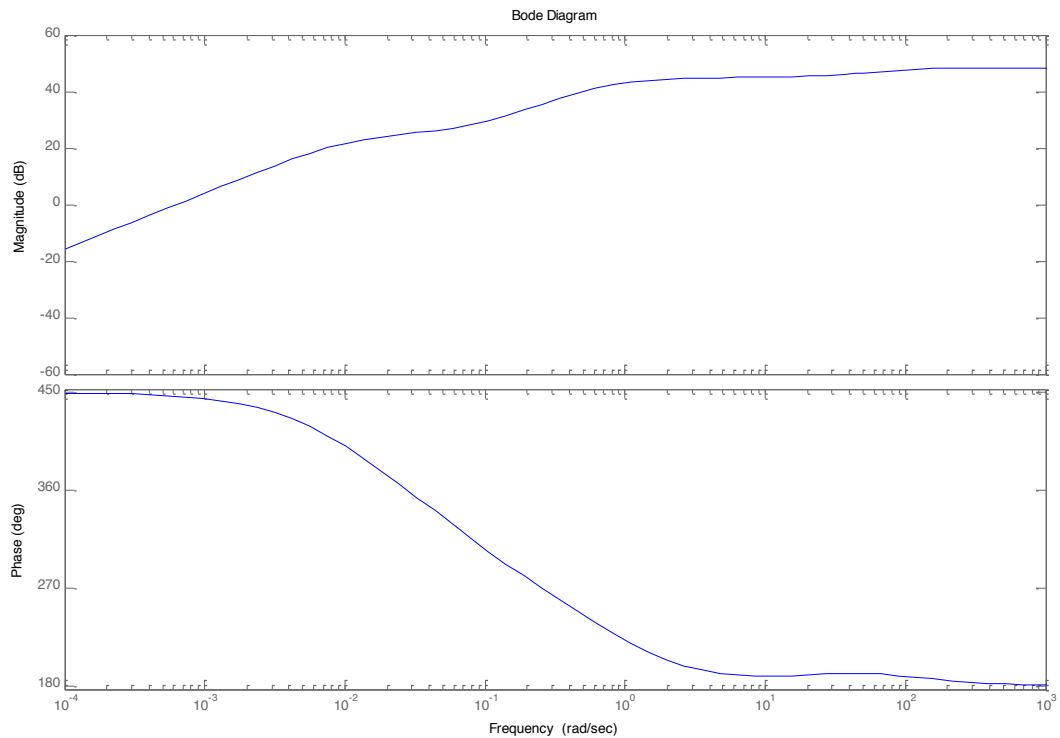
A válsz effektív értéke:

$$U_{eff} = \sqrt{U_0^2 + \frac{(U_1)^2}{2} + \frac{(U_2)^2}{2} + \frac{(U_3)^2}{2} + \frac{(U_4)^2}{2}} = 253.9139 [V]$$

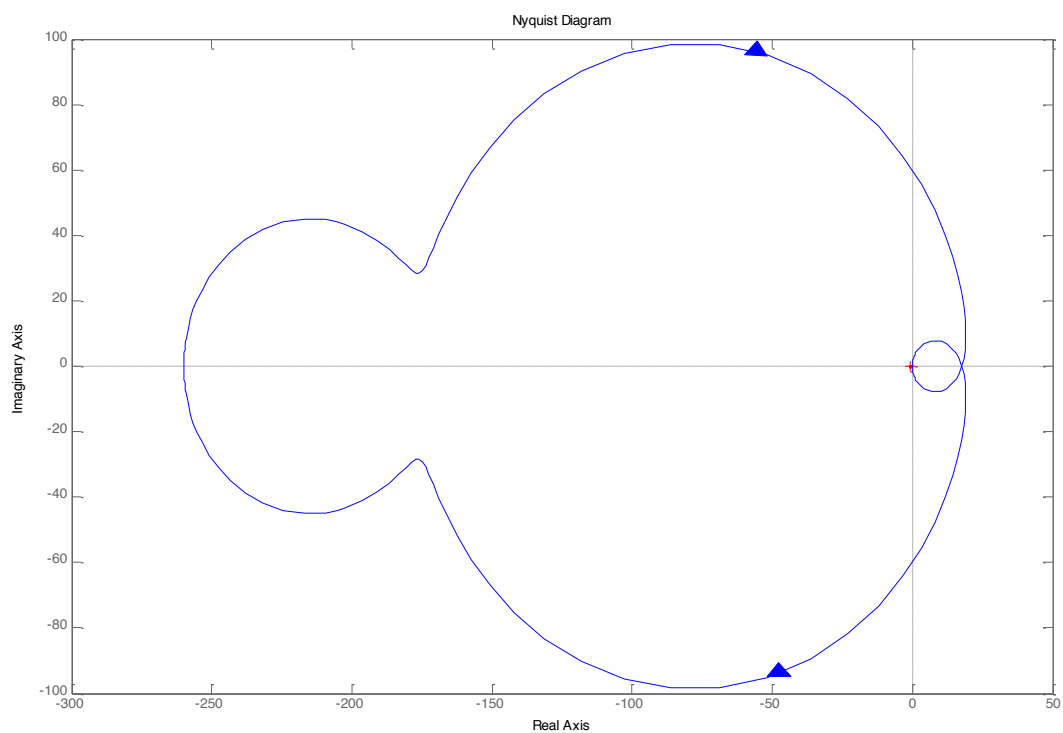
Használjátok egészséggel, saját felelősségre. Az esetleges hibákat kérlek jelezd a z.turoczi@gmail.com címre küldött levélben;) /Hyde/

1.5. (Nem kötelező!) Rajzolja fel az átviteli karakterisztika Bode- és Nyquist-diagramját!

bode (Hszamlalo,Hnevezo)



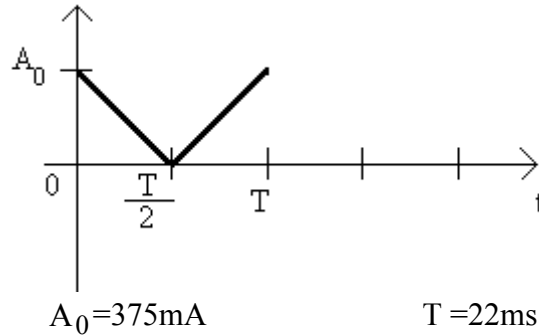
nyquist (Hszamlalo,Hnevezo)



2. feladat

A gerjesztés a mellékelt ábrán megadott jel első periódusa (a (0; T) intervallumon kívül zérus a jel értéke).

2.1. Határozza meg az aperiodikus gerjesztő jel komplex spektrumát!



A gerjesztés időfüggvénye:

$$i(t) = \begin{cases} A_0 \cdot \left(1 - \frac{2}{T}t\right) & \text{ha } 0 \leq t \leq \frac{T}{2} \\ A_0 \cdot \left(\frac{2}{T}t - 1\right) & \text{ha } \frac{T}{2} \leq t \leq T \end{cases}$$

A jel (0;T) intervallumon vett zárt alakja – megfelelő értékek a végén behelyettesítve:

$$\begin{aligned} i_s(t) &= \left[\varepsilon(t) - \varepsilon\left(t - \frac{T}{2}\right) \right] \cdot A_0 \left(1 - \frac{2}{T}t\right) - \left[\varepsilon\left(t - \frac{T}{2}\right) - \varepsilon(t - T) \right] A_0 \left(\frac{2}{T}t - 1\right) = \\ &= A_0 \left[\varepsilon(t) \left(1 - \frac{2}{T}t\right) - \varepsilon\left(t - \frac{T}{2}\right) \left(1 - \frac{2}{T}t\right) - \varepsilon\left(t - \frac{T}{2}\right) \left(\frac{2}{T}t - 1\right) + \varepsilon(t - T) \left(\frac{2}{T}t - 1\right) \right] = \\ &= A_0 \left[\varepsilon(t) - \frac{t}{11} \varepsilon(t) - 2\varepsilon(t - 11) + 2\frac{t}{11} \varepsilon(t - 11) + \frac{t}{11} \varepsilon(t - 22) - 22\varepsilon(t - 22) \right] \end{aligned}$$

A gerjesztő jel komplex spektruma – Fourier transzformáltja:

$$I_s(j\omega) = F\{u_s(t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} i_s(t) \cdot e^{-j\omega t} dt$$

A képletet alkalmazva a számolt komplex spektrum:

$$I_s(j\omega) = A_0 \left[\frac{1}{j\omega} - \frac{1}{11(j\omega)^2} - 2\frac{e^{-11j\omega}}{j\omega} + 2\frac{e^{-11j\omega}}{11(j\omega)^2} + \frac{e^{-22j\omega}}{11(j\omega)^2} - 22\frac{e^{-22j\omega}}{j\omega} \right]$$

Használjátok egészséggel, saját felelősségre. Az esetleges hibákat kérlek jelezd a z.turoczi@gmail.com címre küldött leveélben;) /Hyde/

$$I_s(j\omega) = \frac{375}{j\omega} \left[1 - 2(\cos(11\omega) + j\sin(11\omega)) - 22(\cos(22\omega) + j\sin(22\omega)) \right] + \\ + \frac{375}{(j\omega)^2} \left[-\frac{1}{11} + \frac{2}{11}(\cos(11\omega) + j\sin(11\omega)) + \frac{1}{11}(\cos(22\omega) + j\sin(22\omega)) \right] [mA]$$

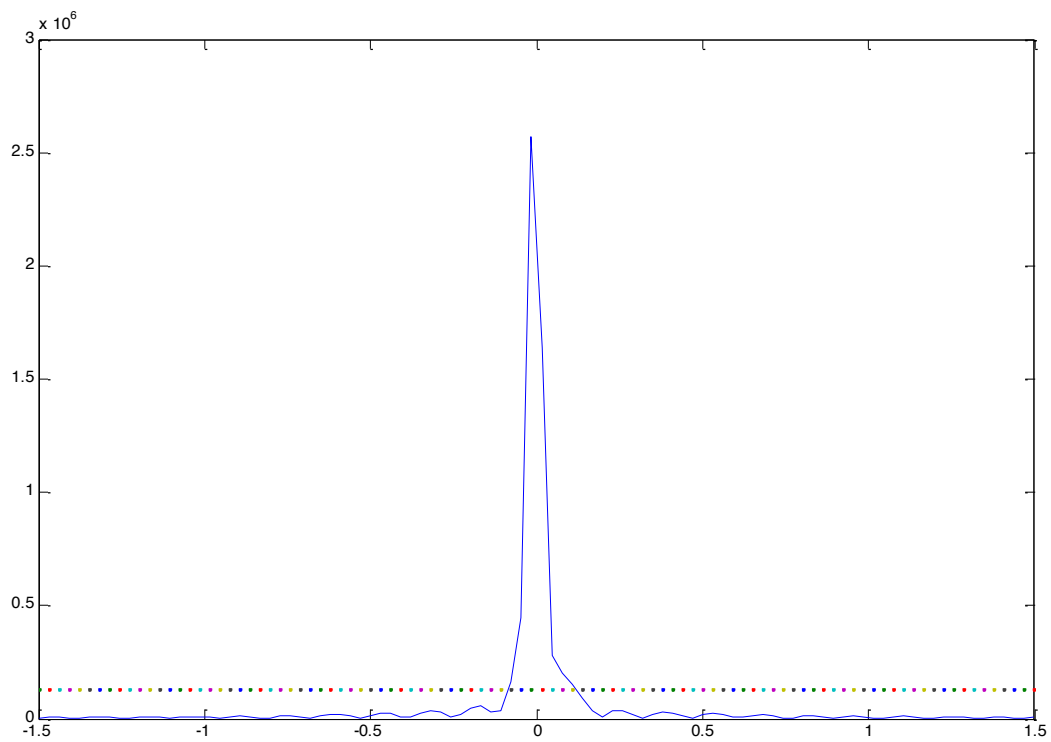
2.2. Ábrázolja az amplitúdó-spektrumot, és ennek alapján adja meg a jel sáv szélességét! ($\epsilon=0,05$)

Az amplitúdó spektrum a jel spektrumának az abszolút értéke:

$$\begin{aligned}
 I_s(j\omega) &= \frac{375}{j\omega} [1 - 2(\cos(11\omega) + j\sin(11\omega)) - 22(\cos(22\omega) + j\sin(22\omega))] + \\
 &+ \frac{375}{(j\omega)^2} \left[-\frac{1}{11} + \frac{2}{11}(\cos(11\omega) + j\sin(11\omega)) + \frac{1}{11}(\cos(22\omega) + j\sin(22\omega)) \right] \\
 I_s(j\omega) &= \frac{\left(+\frac{375}{11} - \frac{750}{11}(\cos(11\omega) + j\sin(11\omega)) - \frac{375}{11}(\cos(22\omega) + j\sin(22\omega)) \right)}{\omega^2} + \\
 &+ j \frac{(-375 + 750(\cos(11\omega) + j\sin(11\omega)) + 8250(\cos(22\omega) + j\sin(22\omega)))}{\omega} \\
 I_s(j\omega) &= \frac{\left(+\frac{375}{11} - \frac{750}{11}\cos(11\omega) - \frac{375}{11}\cos(22\omega) - \omega 8250\sin(22\omega) - \omega 750\sin(11\omega) \right)}{\omega^2} + \\
 &+ j \frac{-375 + \omega 750\cos(11\omega) + \omega 8250\cos(22\omega) - \frac{750}{11}\sin(11\omega) - \frac{375}{11}\sin(22\omega)}{\omega^2}
 \end{aligned}$$

$$I_s(\omega) = |I_s(j\omega)|$$

Használjátok egészséggel, saját felelősségre. Az esetleges hibákat kérlek jelezd a z.turoczi@gmail.com címre küldött leveélben;) /Hyde/



A függőleges tengely természetesen mA-ben a vízszintes krad/sec –ben értendő.

Használjátok egészséggel, saját felelősségre. Az esetleges hibákat kérlek jelezd a z.turoczi@gmail.com címre küldött leveélben;) /Hyde/

A maximum helyez tartozó ω értéknek meghatározására a függvény deriváltja egyenlő nulla egyenletet kell megoldani.

A függvény maximuma $\omega = 0$ -ban van, határértéke $I_{S\max} = 20833.18\text{mA}$, ami közel 21A. $\varepsilon=0.05$

Ezek alapján a sávszélesség meghatározása:

$$|I(\omega)| \geq \varepsilon \cdot |I(\omega)_{\max}| = 1041.66\text{mA}, \text{ ehhez tartozó } \omega \text{ érték: } \omega = \pm 0.0876 \text{ krad/sec.}$$

Tehát a következő tartományba kell, hogy essen: $-0.0876 \leq \omega \leq 0.0876 \frac{\text{krad}}{\text{s}}$

A jel sávszélesség: 0.1752 krad/sec.

Az ábrázolás:

```
w=linspace(-1.5,1.5)
Is=375/11-750/11*cos(11*w)-375/11*cos(22*w)-w.*8250.*sin(22.*w)-
w.*750.*sin(11.*w)-375+w.*750.*cos(11.*w)+w.*8250.*cos(22.*w)-750/11*sin(11*w)-
375/11*sin(22*w)
absIs=abs(Is./w./w)
Ismax=max(Is)
plot(w,absIs,w,Ismax*0.005)
```

2.3. Írja fel a válasz komplex spektrumát!

A gerjesztés komplex spektruma:

$$I_s(j\omega) = 375 \left[\frac{1}{j\omega} - \frac{1}{11(j\omega)^2} - 2 \frac{e^{-11j\omega}}{j\omega} + 2 \frac{e^{-11j\omega}}{11(j\omega)^2} + \frac{e^{-22j\omega}}{11(j\omega)^2} - 22 \frac{e^{-22j\omega}}{j\omega} \right]$$

Az átviteli karakterisztika:

$$H(s) = \frac{4811(j\omega)^4 + 273840(j\omega)^3 + 525040(j\omega)^2 + 25600(j\omega)}{192000(j\omega)^5 + 5530400(j\omega)^4 + 10604220(j\omega)^3 + 388169(j\omega)^2 - 9594(j\omega) - 160}$$

A válasz komplex spektruma:

$$U(j\omega) = H(j\omega) \cdot I_s(j\omega) = \frac{4811(j\omega)^4 + 273840(j\omega)^3 + 525040(j\omega)^2 + 25600(j\omega)}{192000(j\omega)^5 + 5530400(j\omega)^4 + 10604220(j\omega)^3 + 388169(j\omega)^2 - 9594(j\omega) - 160} \cdot 375 \left[\frac{1}{j\omega} - \frac{1}{11(j\omega)^2} - 2 \frac{e^{-11j\omega}}{j\omega} + 2 \frac{e^{-11j\omega}}{11(j\omega)^2} + \frac{e^{-22j\omega}}{11(j\omega)^2} - 22 \frac{e^{-22j\omega}}{j\omega} \right] =$$

A válasz komplex spektruma:

$$U(j\omega) = \frac{(4811(j\omega)^4 + 273840(j\omega)^3 + 525040(j\omega)^2 + 25600(j\omega)) \cdot (375 - 750e^{-11j\omega} - 8250e^{-22j\omega})}{192000(j\omega)^6 + 5530400(j\omega)^5 + 10604220(j\omega)^4 + 388169(j\omega)^3 - 9594(j\omega)^2 - 160(j\omega)} + \frac{(4811(j\omega)^3 + 273840(j\omega)^2 + 525040(j\omega)^1 + 25600) \cdot \left(-\frac{375}{11} + \frac{750}{11}e^{-11j\omega} + \frac{375}{11}e^{-22j\omega} \right)}{192000(j\omega)^6 + 5530400(j\omega)^5 + 10604220(j\omega)^4 + 388169(j\omega)^3 - 9594(j\omega)^2 - 160(j\omega)}$$

Használjátok egészséggel, saját felelősségre. Az esetleges hibákat kérlek jelezd a z.turoczi@gmail.com címre küldött leveélben;) /Hyde/

3. feladat

3.1. Határozza meg az átviteli függvényt! Számítsa ki az átviteli függvény pólusait és zérusait, vázolja fel a pólus-zérus elrendezést!

Az átviteli függvény a $(j\omega)=s$ behelyettesítéssel megkapható az átviteli karakterisztikából.

$$H(s) = \frac{-260s^3 - 10444s^2 + 800s + 0,000000000148788}{1s^3 + 60,2s^2 + 44,9975s + 0,5}$$

A pólusok a nevező gyökei:

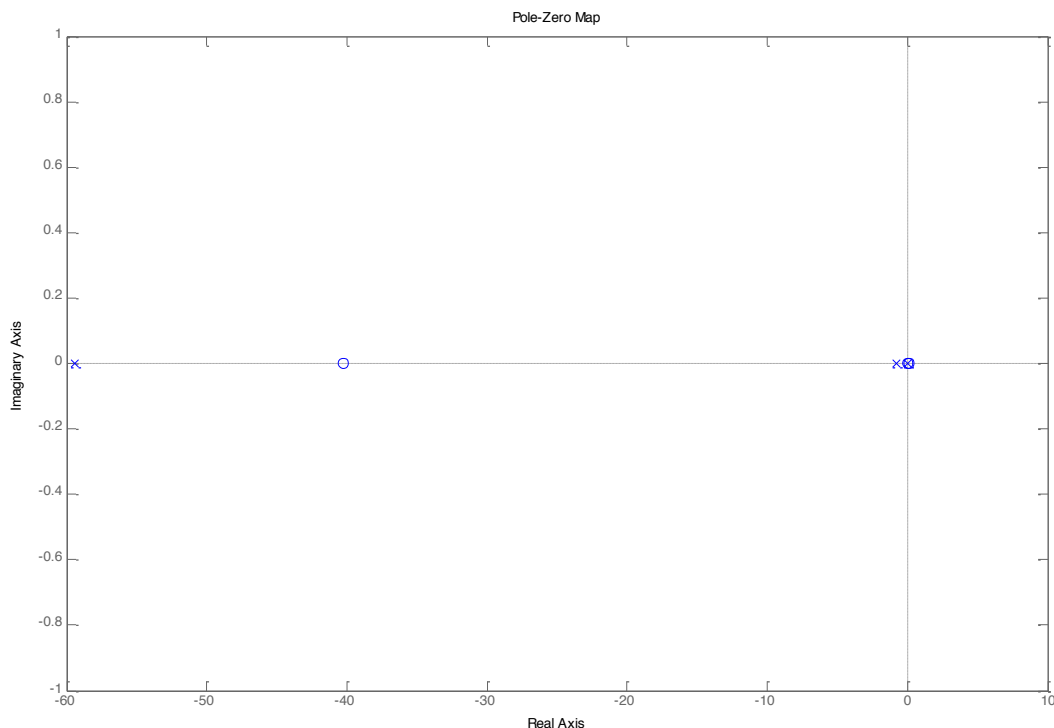
$$p_1 = -40.2457 \quad p_2 = 0.0765 \quad p_3 = -0.000000000000186$$

A zérusok a számláló gyökei:

$$z_1 = -59.4432 \quad z_2 = -0.7456 \quad z_3 = -0.0113$$

A pólus – zérus elrendezést a következő paranccsal ábrázolhatjuk:

`pzmap(Hszamlalo,Hnevezo)`



Mivel mind a pólusok, mind a zérusok valósak, egyöntetűen a valós tengelyen találhatóak. Továbbá zérusai nincsenek a jobb félsíkon, ezért minimál fázisúnak nevezhetjük a rendszert.

Használjátok egészséggel, saját felelősségre. Az esetleges hibákat kérlek jelezd a z.turoczi@gmail.com címre küldött leveélben;) /Hyde/

3.2. Határozza meg az impulzusválaszt az átviteli függvény alapján, és vázolja az impulzusválasz időfüggvényét!

Az átviteli függvény parciális törtekre bontva:

$$H(s) = -260 + \frac{5062,2037}{s + 59,4432} + \frac{146,0335}{s + 0,7456} + \frac{-0,2373}{s + 0,01128}$$

>> [R,P,K]=residue(Hszamlalo,Hnevezo)

Az impulzusválasz megkapható az átviteli függvény inverz Laplace transzformáltjából.
Inverz Laplace-transzformáció:

$$x(t) = L^{-1}\{X(s)\} = \frac{1}{2\pi j} \int_{\sigma-j\infty}^{\sigma+j\infty} X(s) \cdot e^{st} ds, \sigma > \sigma_0$$

$$h(t) = L^{-1}\{H(s)\} = -260\delta(t) + \varepsilon(t) \left(5062,2037 \cdot e^{-59,4432t} + 146,0335 \cdot e^{-0,7456t} - 0,2373 \cdot e^{-0,01128t} \right)$$

Mértékegysége pedig: $\left[\frac{1}{\text{ms}} \right]$

impulse (Hsz, Hnev)

Használjátok egészséggel, saját felelősségre. Az esetleges hibákat kérlek jelezd a z.turoczi@gmail.com címre küldött leveélben;) /Hyde/

3.3. Határozza meg a választ, ha a gerjesztőjel a 3. feladatra megadott jel, illetve ennek hiányában 2. pont szerinti aperiodikus jel! Vázzolja a válaszjelet!

A válasz Laplace-transzformáltja megkapható az átviteli függvény és a gerjesztőjel Laplace-transzformáltjának szorzatából.

Az átviteli függvény:

$$H(s) = \frac{-260s^3 - 10444s^2 + 800s + 0,000000000148788}{1s^3 + 60,2s^2 + 44,9975s + 0,5}$$

A gerjesztőjel:

$$i_s(t) = A_0 \left[\varepsilon(t) - \frac{t}{11} \varepsilon(t) - 2\varepsilon(t-11) + 2\frac{t}{11} \varepsilon(t-11) + \frac{t}{11} \varepsilon(t-22) - 22\varepsilon(t-22) \right]$$

A gerjesztőjel Laplace-transzformáltja:

$$I_s(s) = 375 \left[\frac{1}{s} - \frac{1}{11s^2} - 2\frac{e^{-11s}}{s} + 2\frac{e^{-11s}}{11s^2} + \frac{e^{-22s}}{11s^2} - 22\frac{e^{-22s}}{s} \right] = 375 \left[\frac{11s - 1 - 2se^{-11s} + 2e^{-11s} + e^{-22s} - 22se^{-22s}}{11s^2} \right]$$

$$Y(s) = H(s) \cdot U(s) = \frac{-260s^3 - 10444s^2 + 800s + 0,000000000148788}{1s^3 + 60,2s^2 + 44,9975s + 0,5} \cdot 375 \left[\frac{11s - 1 - 2se^{-11s} + 2e^{-11s} + e^{-22s} - 22se^{-22s}}{11s^2} \right] =$$

$$Y(s) = \frac{-97500s^3 - 3916500s^2 + 300000s + 5,6 \cdot 10^{-8}}{11s^5 + 662,2s^4 + 494.9725s^3 + 5,5s^2} \cdot (11s - 1 - 2se^{-11s} + 2e^{-11s} + e^{-22s} - 22se^{-22s})$$

A szorzást elvégezve:

$$Y(s) = \frac{-97500s^3 - 3916500s^2 + 300000s + 5,6 \cdot 10^{-8}}{1s^4 + 60,2s^3 + 44,9975s^2 + 0,5s} - \frac{-97500s^3 - 3916500s^2 + 300000s + 5,6 \cdot 10^{-8}}{11s^5 + 662,2s^4 + 494.9725s^3 + 5,5s^2}$$

$$- \frac{-195000s^3 - 7832400s^2 + 600000s + 1,12 \cdot 10^{-7}}{11s^4 + 662,2s^3 + 494.9725s^2 + 5,5s} \cdot e^{-11s} + \frac{-195000s^3 - 7832400s^2 + 600000s + 1,12 \cdot 10^{-7}}{11s^5 + 662,2s^4 + 494.9725s^3 + 5,5s^2} \cdot e^{-11s}$$

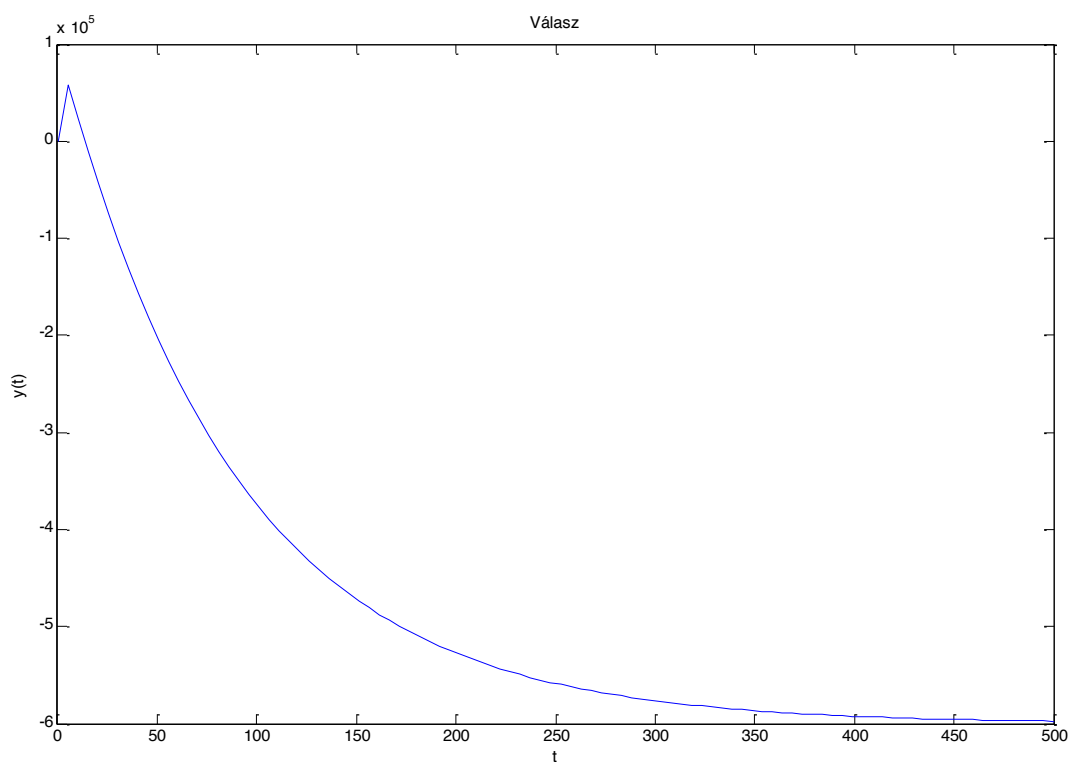
$$+ \frac{-97500s^3 - 3916500s^2 + 300000s + 5,6 \cdot 10^{-8}}{11s^5 + 662,2s^4 + 494.9725s^3 + 5,5s^2} \cdot e^{-22s} - \frac{-21450000 - 86163000 + 66000000 + 1.2275 \cdot 10^{-6}}{1s^4 + 60,2s^3 + 44,9975s^2 + 0,5s} \cdot e^{-22s}$$

$$Y(s) = \left(\frac{-31935,1541}{s + 59,4432} + \frac{-73451,5822}{s + 0,7456} + \frac{7886,7363}{s + 0,0113} + \frac{1,12 \cdot 10^{-7}}{s + 0} \right) \cdot (11 - 2e^{-11s} - 22e^{-22s})$$

$$\left(\frac{537,2385}{s + 59,4432} + \frac{98518,6487}{s + 0,7456} + \frac{-699055,8872}{s + 0,0113} + \frac{600000}{s + 0} + \frac{1,12 \cdot 10^{-7}}{s + 0} \right) \cdot (-1 + 2e^{-11s} + e^{-22s})$$

Inverz Laplace-transzformáljuk:

$$\begin{aligned}
 y(t) = & 11(-31935,1541 \cdot e^{-59,442t} - 73451,5822 \cdot e^{-0,7456t} + 7886,7363 \cdot e^{-0,011t} + 1,12 \cdot 10^{-7}) \cdot \varepsilon(t) \\
 & - 2(-31935,1541 \cdot e^{-59,442(t-11)} - 73451,5822 \cdot e^{-0,7456(t-11)} + 7886,7363 \cdot e^{-0,0113(t-11)} + 1,12 \cdot 10^{-7}) \cdot \varepsilon(t-11) \\
 & - 22(-31935,1541 \cdot e^{-59,442(t-22)} - 73451,5822 \cdot e^{-0,7456(t-22)} + 7886,7363 \cdot e^{-0,0113(t-22)} + 1,12 \cdot 10^{-7}) \cdot \varepsilon(t-22) \\
 & - (537,2385 \cdot e^{-59,4432t} + 98518,6487 \cdot e^{-0,7456t} + -699055,8872 \cdot e^{-0,0113t} + 600000 + 1,12 \cdot 10^{-7}) \cdot \varepsilon(t) \\
 & + 2(537,2385 \cdot e^{-59,443(t-11)} + 98518,6487 \cdot e^{-0,745(t-11)} + -699055,8872 \cdot e^{-0,011(t-11)} + 600000 + 1,12 \cdot 10^{-7}) \cdot \varepsilon(t-11) \\
 & + (537,2385 \cdot e^{-59,443(t-22)} + 98518,6487 \cdot e^{-0,745(t-22)} + -699055,8872 \cdot e^{-0,011(t-22)} + 600000 + 1,12 \cdot 10^{-7}) \cdot \varepsilon(t-22)
 \end{aligned}$$



Használjátok egészséggel, saját felelősségre. Az esetleges hibákat kérlek jelezd a z.turoczi@gmail.com címre küldött leveélben;) /Hyde/

A válaszjel meghatározása:

$$f_0(t) = L^{-1} \left\{ H(s) \cdot \frac{1}{s} \right\} = L^{-1} \left\{ \frac{-260s^3 - 10444s^2 + 800s + 0,000000000148788}{s^4 + 60,2s^3 + 44,9975s^2 + 0,5s} \right\}$$

>> Hnev=[Hnev 0]

Hnev =

1.0000 60.2000 44.9975 0.5000 0

>> [R,P,K]=residue(Hsz,Hnev

$$f_0(t) = L^{-1} \left\{ \frac{-85,16041}{s + 59,4436} + \frac{-195,8709}{s + 0,7456} + \frac{21,0313}{s + 0,0113} + \frac{3 \cdot 10^{-10}}{s + 0} \right\} =$$

$$f_0(t) = (-85,16041 \cdot e^{-59,4436t} - 195,8709 \cdot e^{-0,7456t} + 21,0313 \cdot e^{-0,0113t} + 3 \cdot 10^{-10}) \cdot \varepsilon(t)$$

Ugyanígy:

$$f_1(t) = L^{-1} \left\{ H(s) \cdot \frac{1}{s^2} \right\} = L^{-1} \left\{ \frac{-260s^3 - 10444s^2 + 800s + 0,000000000148788}{s^5 + 60,2s^4 + 44,9975s^3 + 0,5s^2} \right\}$$

$$f_0(t) = L^{-1} \left\{ \frac{1,4326}{s + 59,4432} + \frac{262,716}{s + 0,7456} + \frac{-1864,149}{s + -0,0113} + \frac{1600}{s + 0} + \frac{3 \cdot 10^{-10}}{s + 0} \right\} =$$

$$f_0(t) = (1,4326 \cdot e^{-59,4432t} + 262,716 \cdot e^{-0,7456t} - 1864,149 \cdot e^{-0,0113t} + 1600 + 3 \cdot 10^{-10}) \cdot \varepsilon(t)$$

$$u(t) = A_0 \cdot f_0(t) - \frac{A_0}{11} \cdot f_1(t) - 2A_0 \cdot f_0(t-11) + \frac{2A_0}{11} \cdot f_1(t-11) + \frac{A_0}{11} \cdot f_1(t-22) - 22A_0 \cdot f_0(t-22) =$$

$$A_0 \left(f_0(t) - \frac{f_1(t)}{11} - 2f_0(t-11) \right)$$

U(s) parciális törtekre bontásával, majd inverz Laplace transzformációjával kaphatjuk meg a válasz időfüggvényét u(t)-t.

)