Digitális technika 2.

BMEVIIIAA06

1. előadás

Ismétlés

(Aritmetika, előjelek és túlcsordulás)

Tantárgyi követelmények

- Félévközi követelmények

1 db nagy házi feladat – kiadás/beadás a Moodle rendszeren keresztül

KI	BE
04.25	05.06

A házi feladat 1 alkalommal pótolható

Aláírás megszerzésének feltétele

- a házi feladat legalább 50%-os teljesítése
- mindhárom labor teljesítése (laborok a 4. héttől indulnak, beosztás később…)

- Vizsga

Írásbeli

Kredit megszerzése

legalább 24 pont elérése (60-ból)

Jegyzet, ajánlott irodalom

- Tárgy honlapja
  https://www.iit.bme.hu/targyak/BMEVIIIAA06
  - Előadások, gyakorlatok diái
  - Segédanyagok
    - Adatlapok (honlapon megtalálható változata)
    - Szimulátorok

A régi „Mikroprocesszor alkalmazási segédlet” már nem kell!

Funkcionális elemek

- Aritmetika (összeadás, kivonás, szorzás)
- Memóriák

Mikroprocesszoros rendszerek

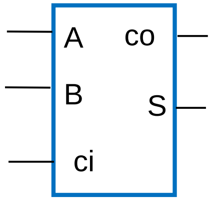
- Sín
- Processzor (mikrokontroller)
- Perifériák
- Programozás (Assembly)

Aritmetika - összeadás

Bináris összeadás

```
  10110
 +01010
 ------
 100000
  111100 ← Átvitel
```

1 bites teljes összeadó



A,B: operandusok
ci: átvitel az előző helyi értékről

S: összeg
co: átvitel a következő helyi érték felé

A	B	ci	S	co
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

S		ci	
	0	1	
	1	0	B
A	0	1	B
A	1	0	

$$S = A \oplus B \oplus ci$$

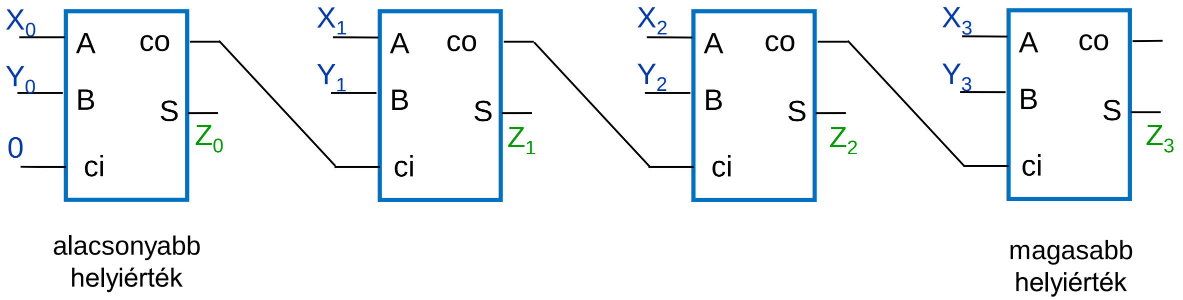
$$S^{3}_{1,3}$$

co		ci	
	0	0	
	0	1	B
A	1	1	B
A	0	1	

$$co = A \cdot B + A \cdot ci + B \cdot ci$$

Összeadás - kaszkádosítás

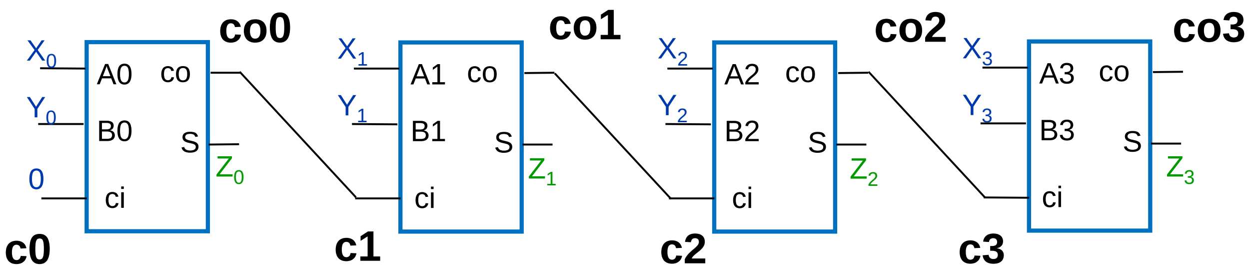
4 bites összeadó: $Z_{3..0} = X_{3..0} + Y_{3..0}$



Mikor érvényes az eredmény?

n bites összeadó → n * $\Delta t_{tö}$

Összeadás – gyors átvitelképzés



$$co = A \cdot B + A \cdot ci + B \cdot ci = \underbrace{A \cdot B}_{\substack{\text{G} \\ \text{generate}}} + ci \cdot \underbrace{(A + B)}_{\substack{\text{P} \\ \text{propagate}}}$$

$$co0 = A_0 \cdot B_0 + A_0 \cdot c0 + B_0 \cdot c0 = \boldsymbol{G_0 + P_0 \cdot c0}$$

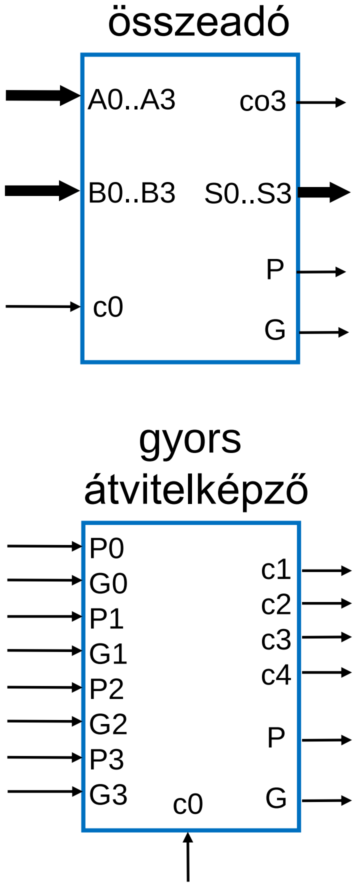
$$co1 = A_1 \cdot B_1 + A_1 \cdot c1 + B_1 \cdot c1 = G_1 + P_1 \cdot c1 = G_1 + P_1(G_0 + P_0 \cdot c0) = \boldsymbol{G_1 + P_1 \cdot G_0 + P_1 \cdot P_0 \cdot c0}$$

.
.
.

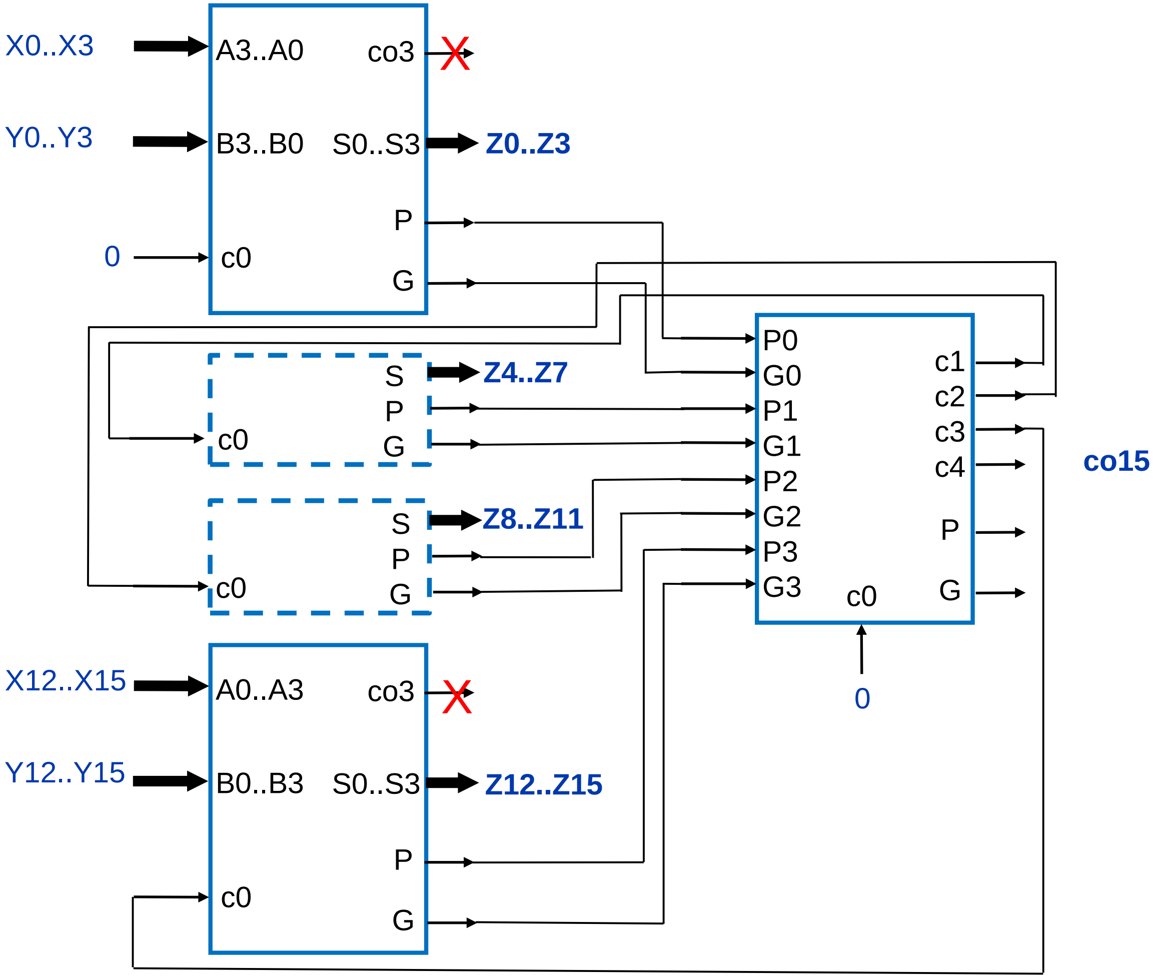
$$co_i = Ai \cdot Bi + Ai \cdot ci + Bi \cdot ci = G_i + Pi \cdot ci = \underbrace{\boldsymbol{G_i + P_i \cdot G_{i-1} + P_i \cdot P_{i-1} \cdot G_{i-2} + \ldots + P_i \cdot P_{i-1} \cdot \ldots \cdot P_0 \cdot c0}}_{\text{3 szintű hálózat}}$$

Aritmetika - összeadás

Gyors átvitelképzés (carry-look-ahead)

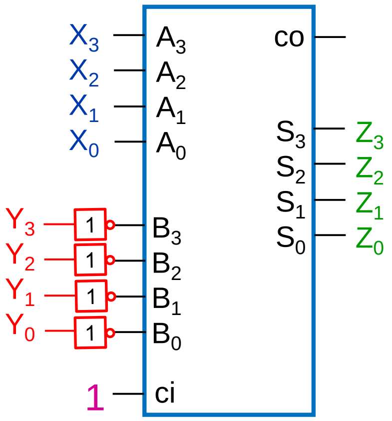


16 bites összeadó (carry-look-ahead)



Aritmetika - kivonás

$Z = X - Y = X + (-Y)$ (-Y) → kettes komplemes



Kettes komplemens képzés

$-Y = \overline{Y} + 1$

Aritmetika

Aritmetikai túlcsordulás: az eredmény már nem ábrázolható
Különböző előjelű operandusok esetén **nem** léphet fel

4 bites kettes komplemens: -8 … +7

6: **0110** 3: **0011** -6: **1010** -3: **1101**

6+(-3) = 3	(-6)+3 = (-3)	6+3 = 9	(-6)+(-3) = -9
0110 6	1010 -6	0110 6	1010 -6
+ 1101 -3	+ 0011 3	+ 0011 3	+ 1101 -3
0011 3	1101 -3	1001 -7	0111 7

túlcsordulás: azonos előjelű operandusok esetén az eredmény előjele nem egyezik meg az operandusok előjelével

túlcsordulás ≠ átvitel !!

Aritmetika

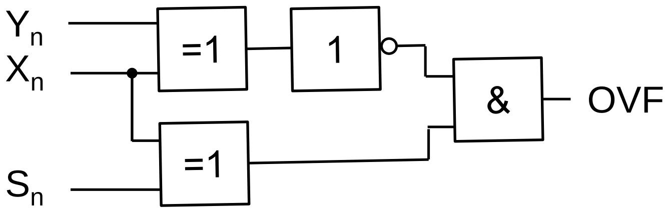
Aritmetikai túlcsordulás: overflow (OVF)

kettes komplemes előjel: a legmagasabb helyiérték

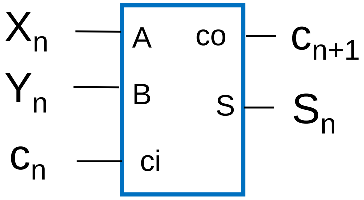
$$OVF = \overline{(X_n \oplus Y_n)} \cdot (X_n \oplus S_n)$$

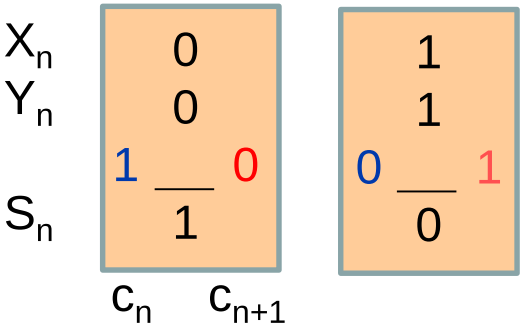
az operandusok előjele megegyezik

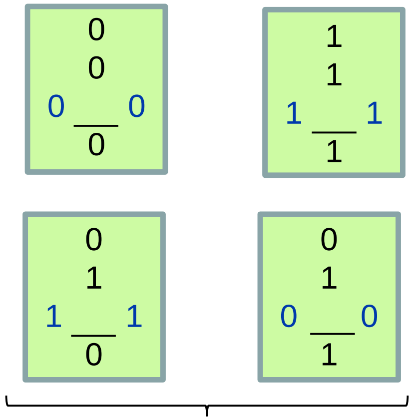
az eredmény előjele különbözik



Ha a legmagasabb helyiértéket előállító összeadó átvitel bemenete és átvitel kimenete elérhető:







$$OVF = c_n \oplus c_{n+1}$$

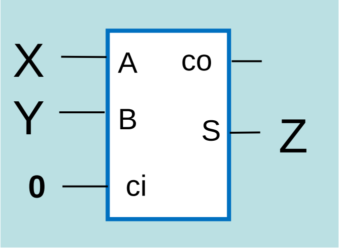
nincs túlcsordulás

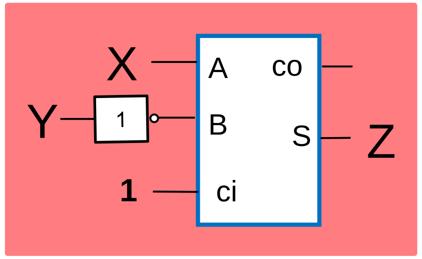
Aritmetika

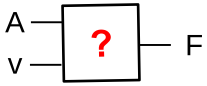
Összeadó/kivonó

$Z = X + Y$, ha $v=0$ $\quad$ $Z = X - Y$, ha $v=1$

$$-Y = \overline{Y} + 1$$

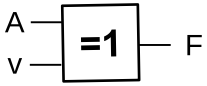




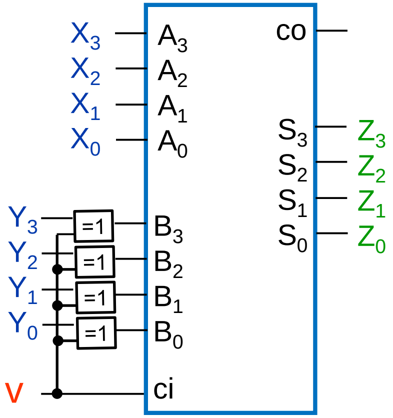


F = A, ha v = 0

F = $\overline{A}$, ha v = 1



4 bites
összeadó



4 bites
összeadó/kivonó

Előjel kiterjesztés

X: n bites pozitív → n+1 bites pozitív

$X_{n-1}\ X_{n-2} \ldots X_1\ X_0$ → $\mathbf{0}\ X_{n-1}\ X_{n-2} \ldots X_1\ X_0$

a szám pozitív kell, hogy maradjon

X: n bites kettes komplemens → n+1 bites kettes komplemens

$X_{n-1}\ X_{n-2} \ldots X_1\ X_0$ → $\mathbf{X_{n-1}}\ X_{n-1}\ X_{n-2} \ldots X_1\ X_0$

előjel

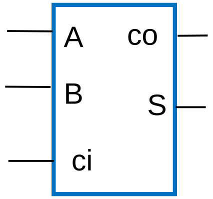
a szám előjele nem változhat meg

-1

4 bites kettes komplemens	`1111`
5 bites kettes komplemens	`11111`
…	
n bites kettes komplemens	`11...11`

Aritmetika – BCD összeadás

BCD összeadó



A,B: 0…9
S: 0…9

Használjunk bináris összeadót

maximális érték

```
  1001  A:9
  1001  B:9
+    1  ci:1
 10011  19
```

	Bináris eredmény					BCD eredmény					
	co	S3	S2	S1	S0	c0	S3	S2	S1	S0	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	**0**
	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	
9	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	**9**
10	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	**16**
11	0	1	0	1	1	1	0	0	0	1	**17**
	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	
16	1	0	0	0	0	1	0	1	1	0	**22**
	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	
19	1	0	0	1	1	1	1	0	0	1	**25**

+6

bináris eredmény <= 9 → BCD eredmény = bináris eredmény
bináris eredmény >9 → BCD eredmény = bináris eredmény + 6

Aritmetika – BCD összeadás

BCD átvitel előállítása

	co	S3	S2	S1	S0	C_{BCD}
0	0	0	0	0	0	0
	.	.	.	.	.	0
9	0	1	0	0	1	0
10	0	1	0	1	0	1
11	0	1	0	1	1	1
	.	.	.	.	.	1
15	0	1	1	1	1	1
16	1	0	0	0	0	1
	.	.	.	.	.	1
19	1	0	0	1	1	1

S3..S0 > 9

			S1	S1	
	0	0	0	0	
	0	0	0	0	S2
S3	1	1	1	1	S2
S3	0	0	1	1	
		S0	S0		

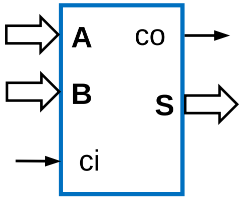
$S3 \cdot S2 + S3 \cdot S1$

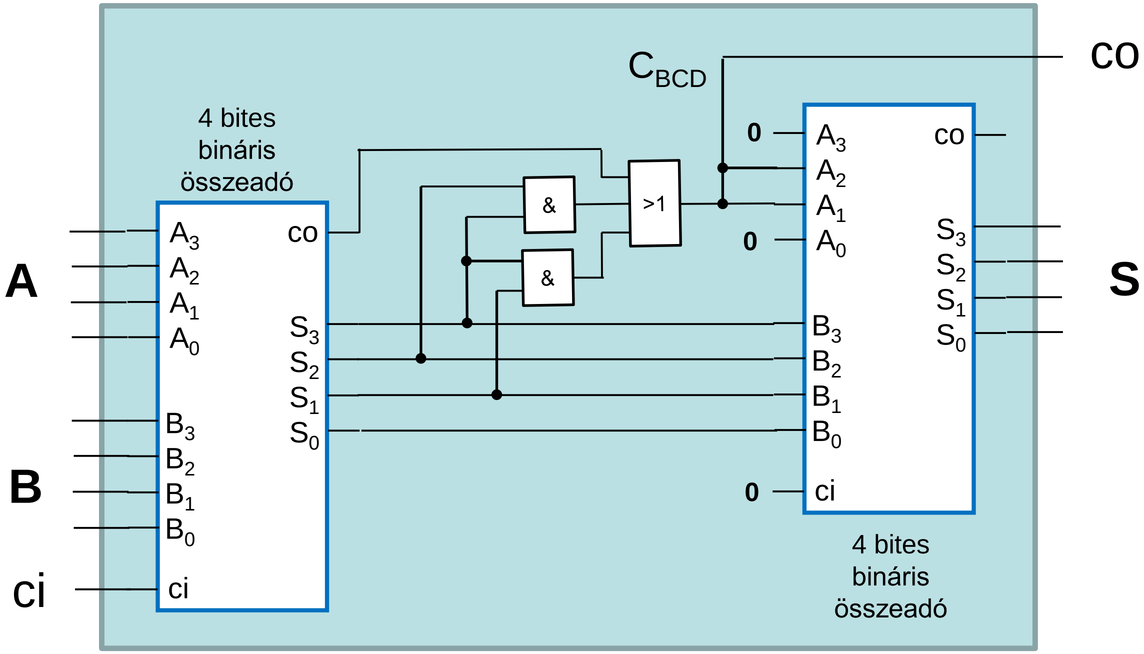
co = 1

$$C_{BCD} = co + S3 \cdot S2 + S3 \cdot S1$$

Aritmetika – BCD összeadás

BCD összeadó → A, B, S: BCD számok





$C_{BCD} = co + S3 \cdot S2 + S3 \cdot S1$

6: 0110

Aritmetika – szorzás

Decimális szám szorzása „kézzel”

```
123 * 456
492
 615
  738
56088
```

Mit kell tudni?

- Egyjegyű számmal szorozni
- Összeadni

Mekkora lesz az eredmény?

999 * 999 = 998001
6 jegyű szám

Két n jegyű szám szorzata legfeljebb 2n jegyű

Aritmetika – szorzás

Bináris számok szorzása

Egyjegyű bináris szorzás

X	Y	Z
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

⇨ ÉS

4 bites szorzás → eredmény 8 bites

```
  (13)    (11)
  1101  * 1011
  ------
     1101
    1101    ] 1
   0000       ] 2
  1101          ] 3
--------
10001111  (143)
```

Hány bites összeadó kell?

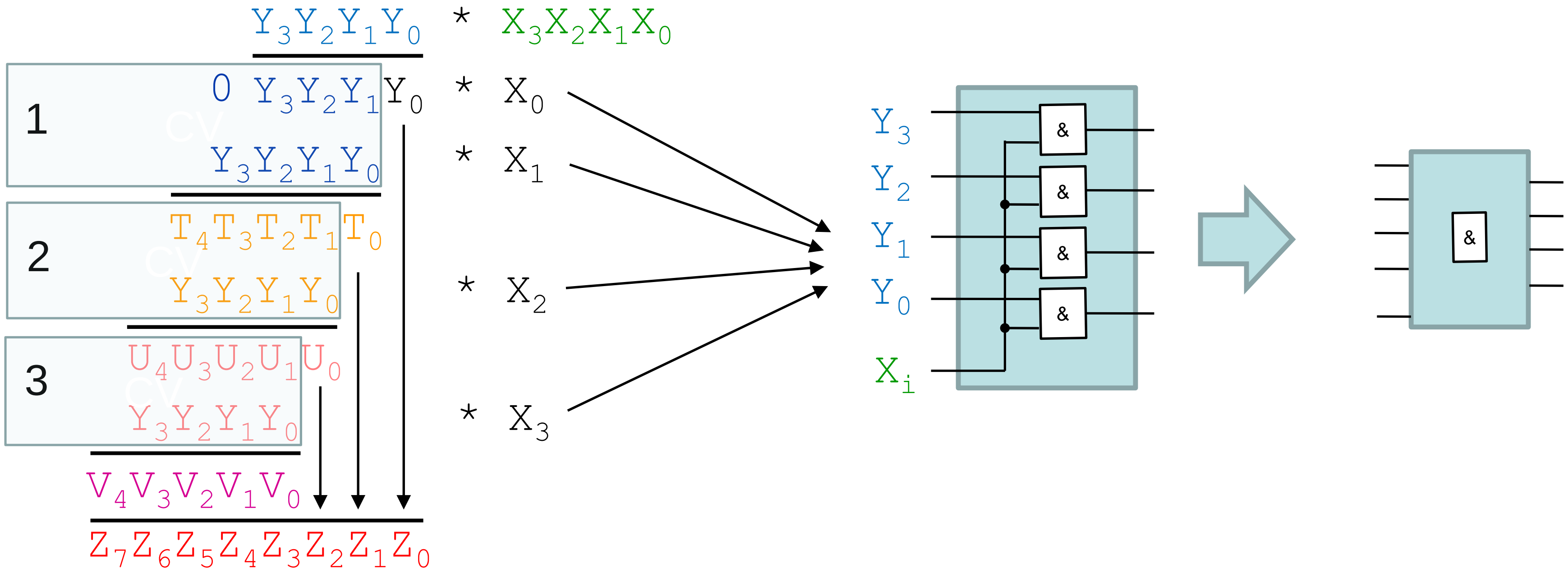
Egyszerre elegendő 4 bitet összeadni

Hány összeadó kell?

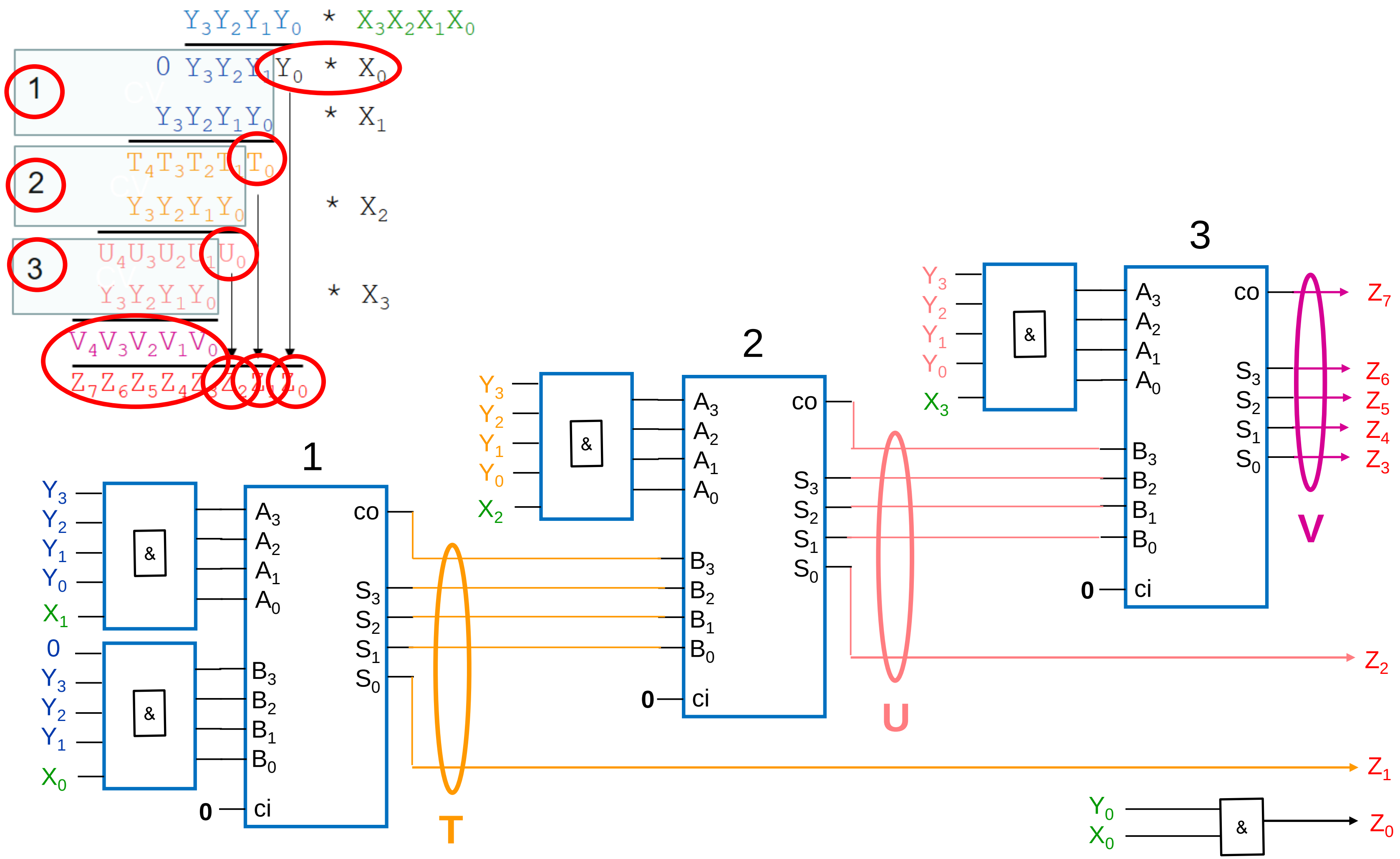
4 bites operandus → 3 összeadó

Aritmetika – szorzás

4 bites szorzás

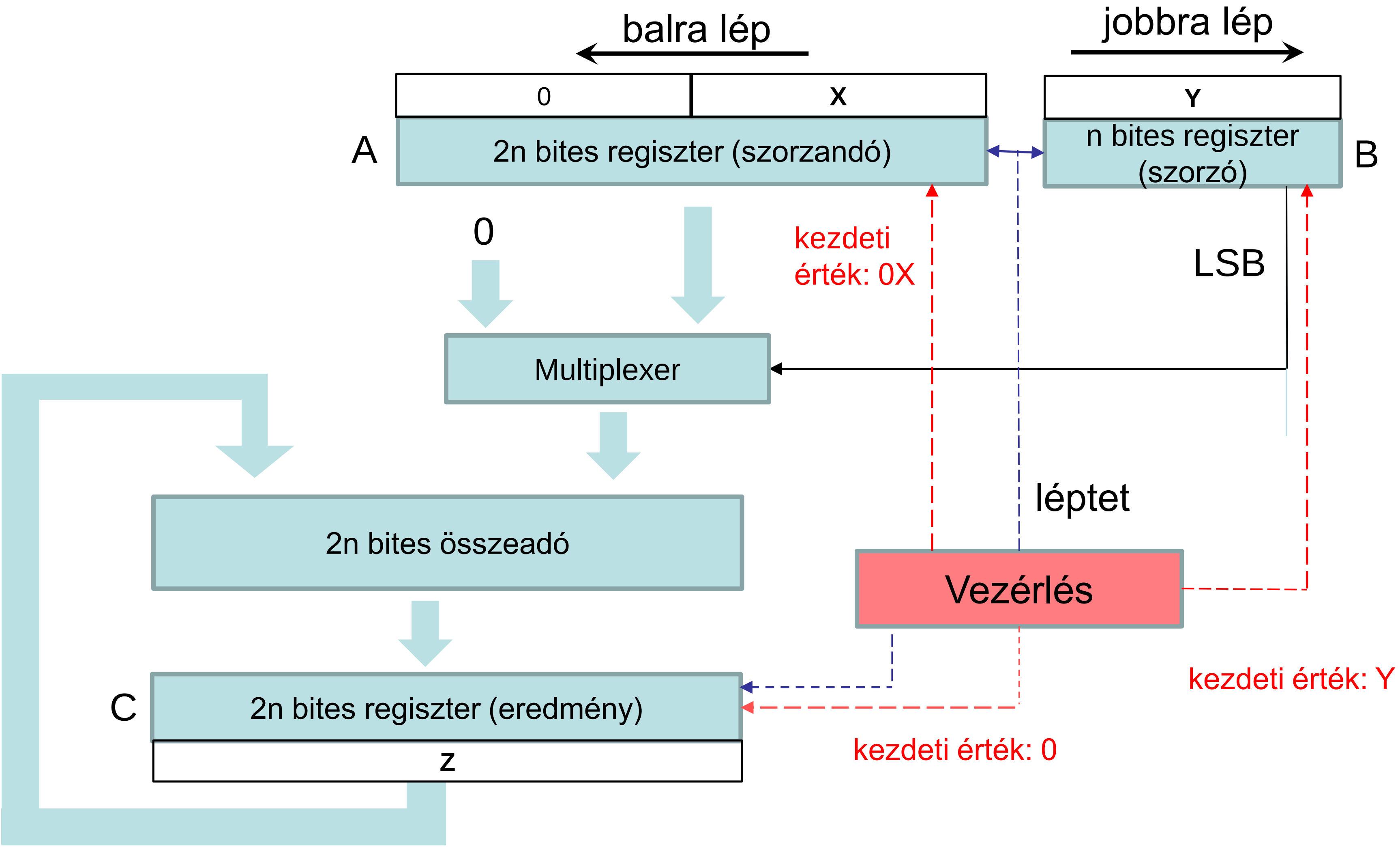


Aritmetika – szorzás



Aritmetika – szorzás

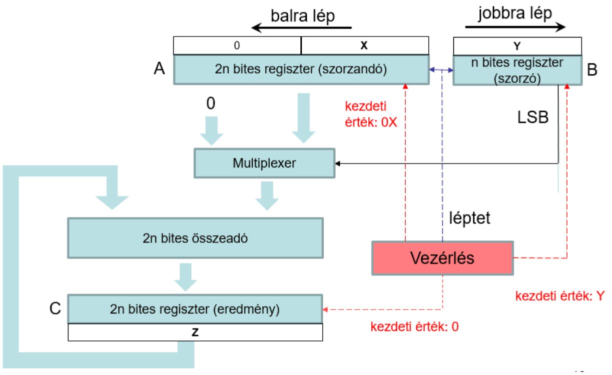
Bináris számok szorzása – sorrendi hálózattal Z = X * Y



Aritmetika – szorzás

(A)		(B)		(C)
1010	*	0101	=	00110010

(10 * 5 = 50)



	A	B	C	
1	00001010	0101	00000000 00001010	kezdeti értékadás $C = C + A * B_{LSB}$
2	00010100	0010	00001010	Léptetés $C = C + A * B_{LSB}$
3	00101000	0001	00110010	Léptetés $C = C + A * B_{LSB}$
4	01010000	0000	00110010	Léptetés $C = C + A * B_{LSB}$

$$\begin{array}{ll} 00000000 & C \\ \underline{00001010} & A*B_{LSB} \\ 00001010 & \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} 00001010 & C \\ \underline{00000000} & A*B_{LSB} \\ 00001010 & \end{array}$$

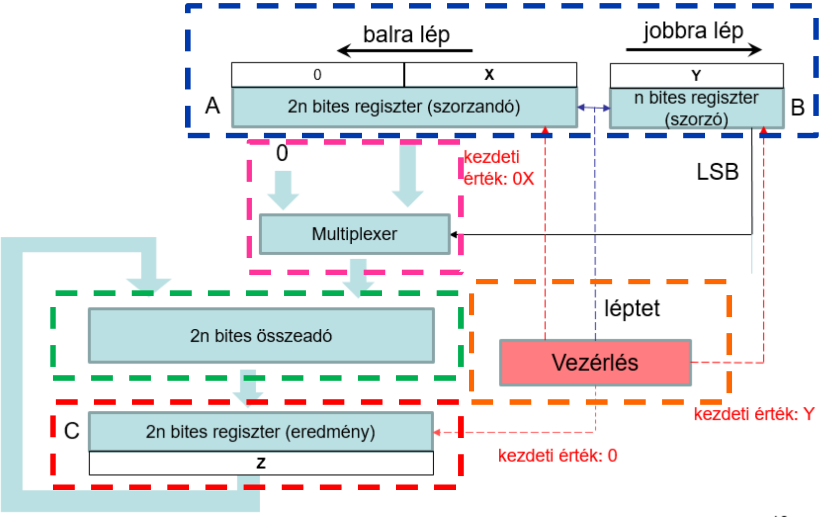
$$\begin{array}{ll} 00001010 & C \\ \underline{00101000} & A*B_{LSB} \\ 00110010 & \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} 00110010 & C \\ \underline{00000000} & A*B_{LSB} \\ 00110010 & \end{array}$$

Aritmetika – szorzás

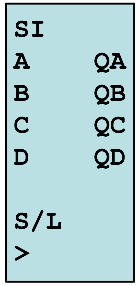
4 BITES SZORZÓ

Építőelemek

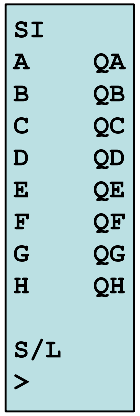


léptető regiszter

4 bites

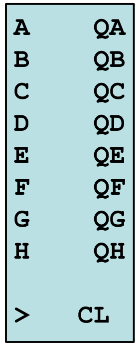


8 bites



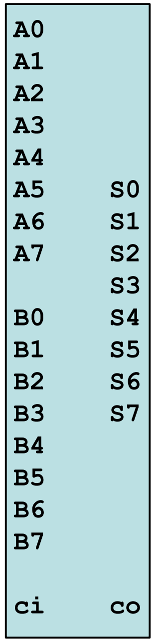
regiszter

8 bites



összeadó

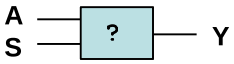
8 bites



S/L	>	művelet
0	↑	lép
1	↑	tölt

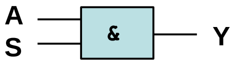
CL	>	művelet
1	x	aszinkron törlés
0	↑	tárolás

Multiplexer



A	S	Y
x	0	0
A	1	A

ÉS kapu



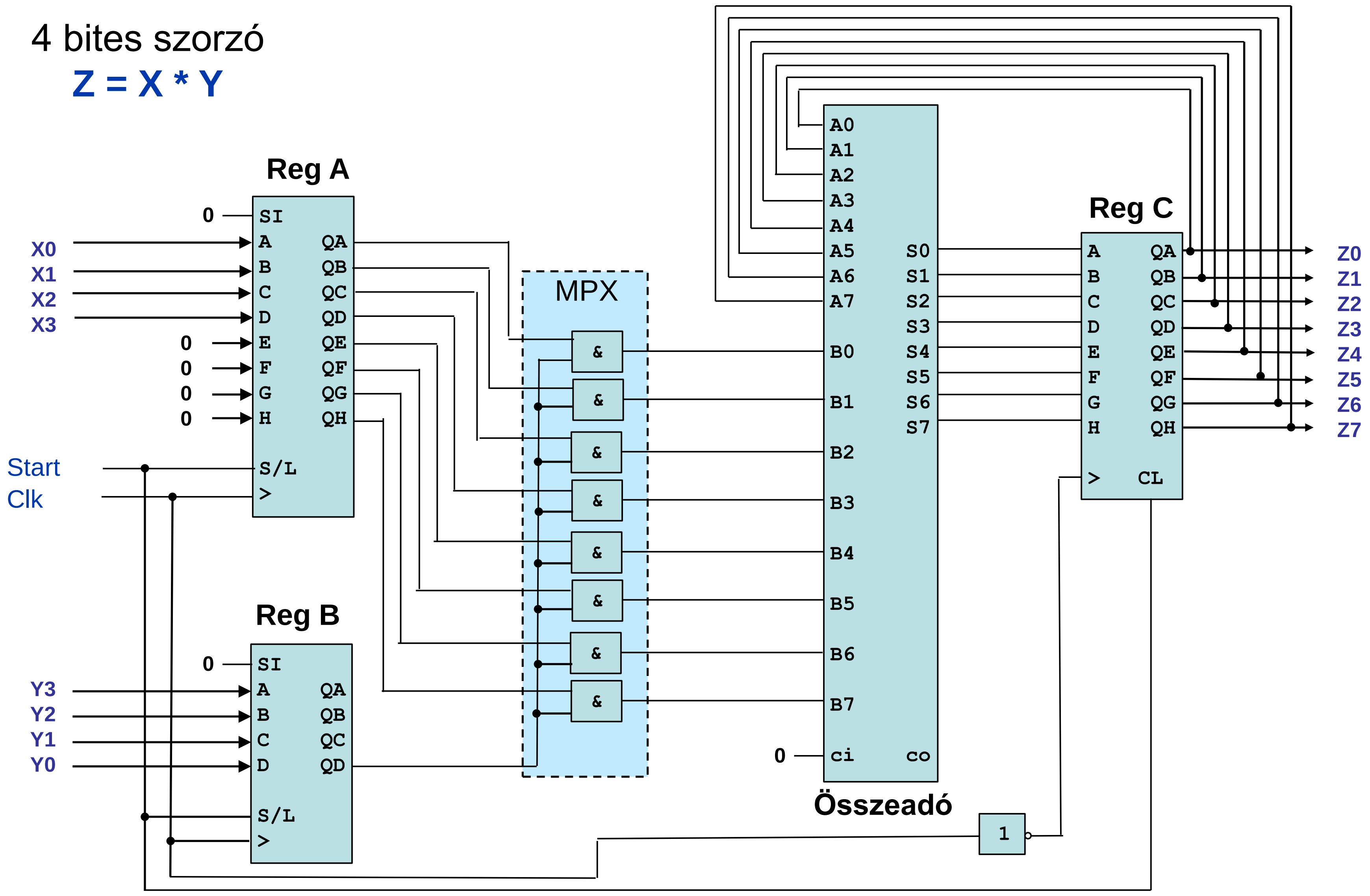
Vezérlés

Léptető regiszterek (A,B): lépés felfutó élre
Regiszter (C): tárolás lefutó élre

Aritmetika – szorzás

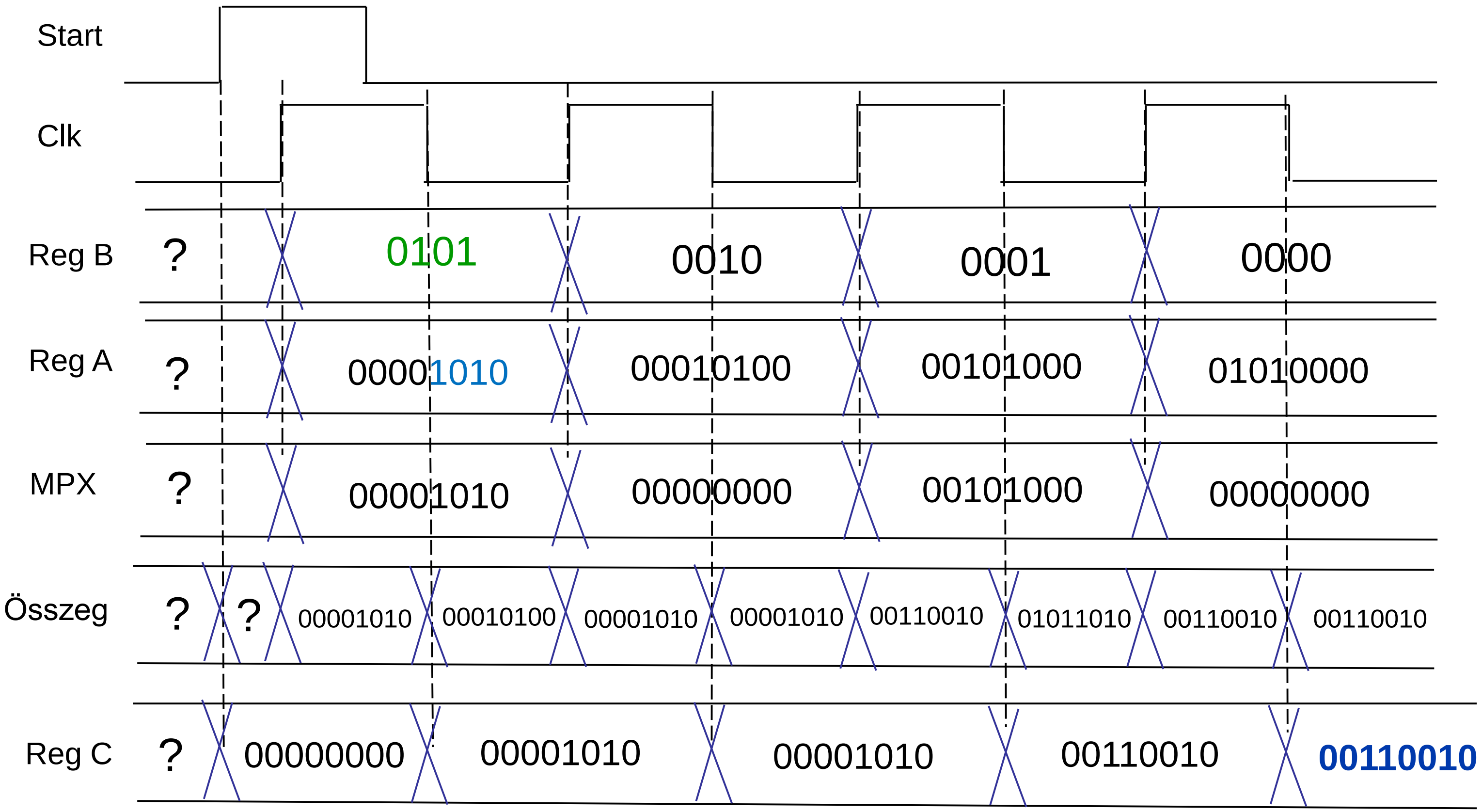
4 bites szorzó

$Z = X * Y$

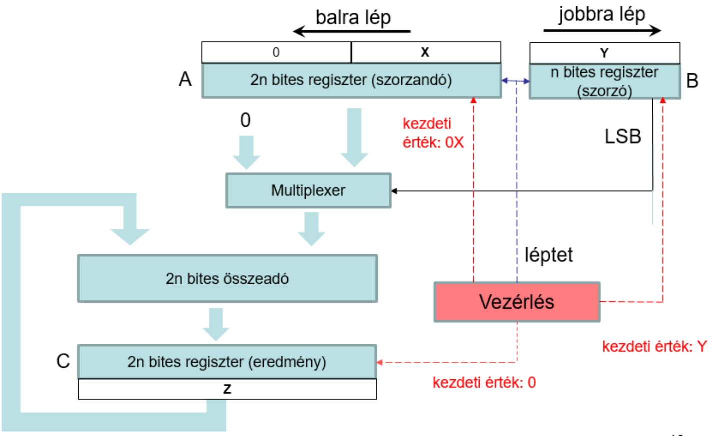


Aritmetika – szorzás

1010 * 0101 = **00110010**



kezdeti értékadás



Szorzó áramkör szimulátorban