

1D 1) Feladat (15 pont). Legyen

$$f(x) = xe^{-x}.$$

- Hol konvex és hol konkáv a függvény?
- Mennyi a határértéke a végtelenben?

1D 2) Feladat (17 pont). Tekintsük az

$$x = 32\sqrt{t+3} + t^5 \quad y = \frac{1}{t} + t^3 - 2t$$

paraméteres megadású görbét!

- $dx/dt = ?$ $dy/dt = ?$ $d^2x/dt^2 = ?$ $d^2y/dt^2 = ?$
- Van-e lokális szélsőértéke a függvénynek a $t = 1$ paraméterű pontban?

1D 3) Feladat (18 pont).

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + (\sin 3x)^2\right)^{\frac{1}{x^2}} = ? \quad \left(\left(1 + (\sin 3x)^2\right)^{\frac{1}{x^2}} \right)' = ?$$

NS 4) Feladat (15 pont). Legyen

$$a_1 = 3, \quad a_{n+1} = 8 - \frac{12}{a_n}$$

rekurzíve adott sorozat. Mutassa meg, hogy

- $2 \leq a_n \leq 6$ minden $n \in \mathbb{N}$,
- $\langle a_n \rangle$ konvergens.
- Határozza meg az $\langle a_n \rangle$ határértékét!

NΣ 5) Feladat (25 pont).

a) Teljesül-e a

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n-1}{n+5} \right)^{2n+1}$$

sorra a konvergencia szükséges feltétele?

b) Írja le a gyökkritériumot és ennek alapján mutassa meg, hogy az alábbi sor konvergens:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (2n+1) \frac{1}{3^{2n+1}}$$

c) Becsülje meg azt a hibát, amelyet a b)-beli sorösszegnek a negyedik részletösszegével való közelítésekor vétünk.

1f 6) Feladat (10 pont).

$$\text{a) } \int \frac{\sinh(3x)}{(\cosh(3x))^2} dx =? \quad \text{b) } \int \frac{6}{4x^2 + 8x + 7} dx =?$$

CSAK A KETTESÉRT JAVÍTJUK KI

NΣ 7) Feladat (10 pont).

Mutassa meg, hogy konvergens, de nem abszolút konvergens a

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n+1}{n^2+1}$$

sor.