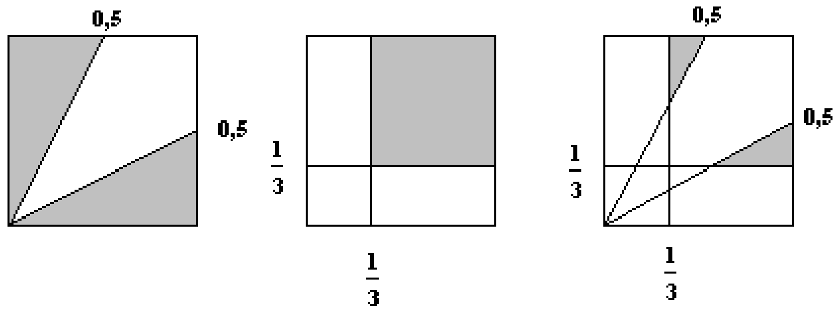
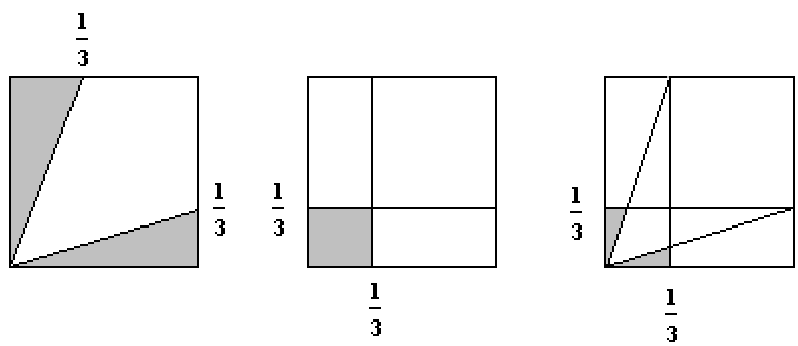
1. (első csoport megoldása)



A fenti ábrán látható az A a B és az AB eseményeknek megfelelő terület $\left(3+3+4 \text{ pont}\right)$.
Így az események valószínűségei:
$\mathbf{P}\left(A\right)=\frac{1}{2},\mathbf{P}\left(B\right)=\frac{4}{9},\mathbf{P}\left(AB\right)=\frac{1}{18}$. $\left(2+2+2 \text{ pont}\right)$ A keresett valószínűség:
$\mathbf{P}\left(A+B\right)=\mathbf{P}\left(A\right)+\mathbf{P}\left(B\right)-\mathbf{P}\left(AB\right)=\frac{8}{9}$. $\left(2+2 \text{ pont}\right)$

(második csoport megoldása)



A fenti ábrán látható az A a B és az AB eseményeknek megfelelő terület. $\left(3+3+4 \text{ pont}\right)$.
Így az események valószínűségei:
$\mathbf{P}\left(A\right)=\frac{1}{3},\mathbf{P}\left(B\right)=\frac{1}{9},\mathbf{P}\left(AB\right)=\frac{1}{27}$. $\left(2+2+2 \text{ pont}\right)$ A keresett valószínűség:
$\mathbf{P}\left(A+B\right)=\mathbf{P}\left(A\right)+\mathbf{P}\left(B\right)-\mathbf{P}\left(AB\right)=\frac{11}{27}$. $\left(2+2 \text{ pont}\right)$

2. (az első csoport megoldása)
Jelölje A_i azt az eseményt, hogy a két kockával dobott összeg i.
B jelentése: a lapok között nem lesz ász.
$\mathbf{P}\left(A_2\right)=\mathbf{P}\left(A_{12}\right)=\frac{1}{36},\mathbf{P}\left(A_3\right)=\mathbf{P}\left(A_{11}\right)=\frac{2}{36},$
$\mathbf{P}\left(A_4\right)=\mathbf{P}\left(A_{10}\right)=\frac{3}{36},\mathbf{P}\left(A_5\right)=\mathbf{P}\left(A_9\right)=\frac{4}{36},$
$\mathbf{P}\left(A_6\right)=\mathbf{P}\left(A_8\right)=\frac{5}{36},\mathbf{P}\left(A_7\right)=\frac{6}{36}$. $\left(12 \text{ pont}\right)$
$\mathbf{P}\left(B \mid A_i\right)=\frac{28}{32}\frac{27}{31}\cdots\frac{28-(i-1)}{32-(i-1)}, i=2,3,...,12.$ $\left(4 \text{ pont}\right)$
A teljes valószínűség tételét felhasználva kaphatjuk meg a keresett valószínűséget:

$\mathbf{P}(B) = \sum_{i=2}^{12} \mathbf{P}(B \mid A_i)\,\mathbf{P}(A_i)$. (4 pont)

(a második csoport megoldása)
Jelölje A_i azt az eseményt, hogy a két kockával dobott összeg i.
B jelentése: a lapok között lesz piros.
$\mathbf{P}(A_2) = \mathbf{P}(A_{12}) = \frac{1}{36}, \mathbf{P}(A_3) = \mathbf{P}(A_{11}) = \frac{2}{36},$
$\mathbf{P}(A_4) = \mathbf{P}(A_{10}) = \frac{3}{36}, \mathbf{P}(A_5) = \mathbf{P}(A_9) = \frac{4}{36},$
$\mathbf{P}(A_6) = \mathbf{P}(A_8) = \frac{5}{36}, \mathbf{P}(A_7) = \frac{6}{36}$. (12 pont)
$\mathbf{P}\left(\bar{B} \mid A_i\right) = \frac{24}{32}\frac{23}{31}\cdots\frac{24-(i-1)}{32-(i-1)}, i = 2,3,...,12.$ (4 pont)
A teljes valószínűség tételét felhasználva kaphatjuk meg a keresett valószínűséget:
$\mathbf{P}(B) = 1 - \sum_{i=2}^{12} \mathbf{P}\left(\bar{B} \mid A_i\right)\mathbf{P}(A_i)$. (4 pont)

3. (az első csoport megoldása)
$X \in B\left(3, \frac{1}{4}\right), \mathbf{P}(X = i) = \binom{3}{i}\left(\frac{1}{4}\right)^i\left(\frac{3}{4}\right)^{3-i}, i = 0,1,2,3.$ (8 pont)
$R_Y = \{0,1,8,27\}, \mathbf{P}\left(Y = i^3\right) = \mathbf{P}(X = i)$. (6 pont)
$\mathbf{E}Y = 3 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{9}{16} + 8 \cdot 3 \cdot \frac{1}{16} \cdot \frac{3}{4} + 27 \cdot \frac{1}{64} = \frac{126}{64}$. (6 pont)

(a második csoport megoldása)
$X \in B\left(3, \frac{1}{36}\right), \mathbf{P}(X = i) = \binom{3}{i}\left(\frac{1}{36}\right)^i\left(\frac{35}{36}\right)^{3-i}, i = 0,1,2,3.$ (8 pont)
$R_Y = \{0,1,8,27\}, \mathbf{P}\left(Y = i^3\right) = \mathbf{P}(X = i)$. (6 pont)
$\mathbf{E}Y = 3 \cdot \frac{35^2}{36^3} + 8 \cdot 3 \cdot \frac{35}{36^3} + 27 \cdot \frac{1}{36^3} = \frac{4542}{36^3} \approx 0,097$. (6 pont)

4. (az első csoport megoldása)
$X \in N\left(0, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ (10 pont) $\Longrightarrow A = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\frac{1}{\sqrt{2}}} = \frac{1}{\sqrt{\pi}}$ (6 pont) $, \mathbf{E}X = 0, \boldsymbol{\sigma}X = \frac{1}{\sqrt{2}}$. (2+2 pont)

(a második csoport megoldása)
$X \in E(2)$ (10 pont) $\Longrightarrow A = 2$ (6 pont) $, \mathbf{E}X = \frac{1}{2}, \boldsymbol{\sigma}X = \frac{1}{2}$. (2+2 pont)

5. (az első csoport megoldása)

$Y \setminus X$	0	1	2	3	Y perem	(10 pont)
0	$\frac{63}{216}$	$\frac{36}{216}$	$\frac{9}{216}$	$\frac{0}{216}$	$\frac{108}{216}$	
1	$\frac{62}{216}$	$\frac{39}{216}$	$\frac{6}{216}$	$\frac{1}{216}$	$\frac{108}{216}$	
X perem	$\frac{125}{216}$	$\frac{75}{216}$	$\frac{15}{216}$	$\frac{1}{216}$	1	

$F_{X,Y}\left(e, \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \mathbf{P}(X < 3, Y < 1) = \frac{1}{2}$ (5 pont)
$\mathbf{P}(Y > X) = \frac{62}{216}$ (5 pont)

(a második csoport megoldása)

$Y \backslash X$	0	1	2	3	Y perem	
0	$\frac{62}{216}$	$\frac{39}{216}$	$\frac{6}{216}$	$\frac{1}{216}$	$\frac{108}{216}$	(10 pont)
1	$\frac{63}{216}$	$\frac{36}{216}$	$\frac{9}{216}$	$\frac{0}{216}$	$\frac{108}{216}$	
X perem	$\frac{125}{216}$	$\frac{75}{216}$	$\frac{15}{216}$	$\frac{1}{216}$	1	

$F_{X,Y}\left(e, \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \mathbf{P}\left(X < 3, Y < 1\right) = \frac{107}{216}$ (5 pont)

$\mathbf{P}\left(Y > X\right) = \frac{63}{216}$ (5 pont)