

Név: _____

Neptun kód: _____

--	--	--	--	--	--	--

1.	2.	3.	4.	5.	6.	Σ

1. feladat (5+12 pont)

A) Mondjuk Dirichlet tételét!

B) Tekintsük az alábbi 4 kezdetiérték-problémát. Melyikre vonatkozik a Picard-Lindelöf tétel, és melyikre nem? Ahol lehet, állapítsuk meg a differenciálegyenlet típusát is!

$$i) \quad x \mapsto y(x) = ?, \quad (y^3)' = x^2 - y', \quad y(0) = 0$$

$$ii) \quad x \mapsto y(x) = ?, \quad y' = \frac{1}{x^2+1} + y'', \quad y(0) = 0$$

$$iii) \quad x \mapsto y(x) = ?, \quad y' = e^{x^2+y} \sin(y), \quad y(0) = 0$$

$$iv) \quad x \mapsto y(x) = ?, \quad y' = 2y^{\frac{1}{2}}, \quad y(0) = 0$$

2. feladat (16 pont)Legyen f a megoldása az

$$f'(x) = f(x)^2 + x^2, \quad f(1) = 0$$

Cauchy-problémának. Becsüljük meg f értékét az $x = 1.1$ pontban f harmadrendű Taylor-polinomja segítségével!**3. feladat (17 pont)**

Számoljuk ki az

$$I = \int_{y=0}^1 \int_{x=y^2}^1 y \sin(x^2) dx dy$$

kettős-integrál értékét!

4. feladat (18 pont)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet az adott kezdeti feltétellel!

$$x \mapsto y(x) =? \quad y' = 2(y + 3e^x) - y'', \quad y(0) = y'(0) = 0.$$

A megoldást explicit alakban kell megadni.

5. feladat (16 pont)

Határozzuk meg az

$$f(x, y) = y^3 - 12y + 2(x + y)^2 - 8(x + y)$$

képlettel definiált függvény szélsőérték helyeit és azok jellegét!

6. feladat (16 pont)

Számoljuk ki a következő komplex számok valós részét!

$$a) \frac{(1 + i)^{17}}{3 + 4i} \quad b) \cos(3 + 4i)$$