ANALÍZIS 2.	2. PPZH	2018. május 25.
Mérnök-informatikus szak	BME, Mat. Int., Analízis Tsz.	Munkaidő: 75 perc

1. feladat (8 pont)

Határozza meg a $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n^3 \cdot 2^{3n}} (x^2-1)^n$ függvénysor konvergenciatartományát!

2. feladat (7+7=14 pont)

Határozza meg a következő függvények adott középpontú Taylor-sorát, és a sorok konvergenciasugarát!

$$a) \qquad f(x) = \frac{1}{x^2+2}, \qquad x_0 = 0; \qquad b) \qquad g(x) = \mathrm{e}^x \cdot \mathrm{ch}(2x), \qquad x_0 = 3;$$

3. feladat (5+7+5+5=22 pont)

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^2 y}{4x^4 + 2y^2}, & \text{ha } (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & \text{ha } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

a) Folytonos f az origóban? (Állítását indokolja meg!)

b) Határozza meg az f'_x és f'_y parciális deriváltakat $\mathbb{R}^2$ minden pontjában!

c) Pontosan hol deriválható totálisan az f függvény? (Válaszát indokolja meg!)

d) Határozza meg $\dfrac{\mathrm{d}f(0,0)}{\mathrm{d}\mathbf{v}} = D_{\mathbf{v}} f(0,0)$ iránymenti derivált értékét, ha $\mathbf{v} = \begin{bmatrix} 3/5 \\ 4/5 \end{bmatrix}$!
(*Tanács:* a definícióval dolgozzon!)

4. feladat (21 pont)

Hol és milyen jellegű szélsőértékei vannak az $f(x,y) = 2x^4 + y^4 - x^2 - 2y^2$ függvénynek?

5. feladat (18 pont)

Számolja ki az alábbi kettősintegrált!

$$T = \left\{ (x,y) \in \mathbb{R}^2 \,\middle|\, \begin{array}{c} x + y \leq 6 \\ 0 \leq y \leq \sqrt{x} \end{array} \right\} \qquad\qquad \iint_T xy \,\mathrm{d}T = ?$$

6. feladat (17 pont)

Ábrázolja az integrálási tartományt, és az integrálok sorrendjének felcserélésével határozza meg az integrál értékét!

$$\int_1^4 \int_{\sqrt{y}}^2 \sin\left(\frac{x^3}{3} - x\right) \mathrm{d}x \, \mathrm{d}y$$