

Algoritmusok és gráfok
MÁSODIK GYAKORLAT, 2018. szeptember 14.

1. Futassa le a 8, 1, 10, 23, 7, 2, 9, 11, 4 inputon a
(a) kiválasztásos rendezést (b) beszúrásos rendezést (c) összefésüléssel rendezést.
2. Adott n darab különböző szám, a_0, a_1, \dots, a_{n-1} , és szeretnénk megtalálni azokat, amikre $|a_i - a_j|$ minimális (vagyis keressük a legközelebbi számpárt). Adjon erre a feladatra $O(n \log n)$ összehasonlítást használó algoritmust.
3. Egy tömbben n darab egész számot tárolunk, ugyanaz a szám többször is szerepelhet. Határozzuk meg $O(n \log n)$ lépésben
(a) az összes olyan számot, ami többször szerepel
(b) a leggyakoribb számokat, vagyis azokat, amelyeknél többször semelyik másik szám sem fordul elő a tömbben.
4. Egy tömböt nevezzünk csinosnak, ha benne a számok egy darabig nőnek, aztán meg végig csökkennek. Adjon $O(\log n)$ lépésszámú algoritmust, ami megtalálja egy csinos tömb töréspontját: azt az indexet, ahol a fordulat bekövetkezik.
5. Egy csupa különböző egészekből álló sorozat *bitonikus*, ha először nő, utána pedig fogy, vagy fordítva: először fogy, utána nő. Például az (1, 3, 7, 21, 12, 9, 5), (9, 7, 5, 4, 6, 8) és (1, 2, 3, 4, 5) sorozatok bitonikusak. Adjunk $O(n)$ összehasonlítást használó rendező algoritmust n elemű bitonikus sorozatok rendezésére!
6. Legyen adott egy egészekből álló n méretű A tömb valamint egy b egész szám. Szeretnénk eldönteni, hogy vannak-e olyan $A[i]$ és $A[j]$ elemek a tömbben, melyek összege b . Oldjuk meg ezt a feladatot $O(n \log n)$ lépésben!
7. Az n méretű A tömb elemei különböző pozitív egész számok. Adjon algoritmust, amely meghatároz egy $1 \leq k \leq n$ számot és kiválaszt k különböző elemet az A tömbből úgy, hogy a kiválasztott elemek összege nem több mint k^3 . Ha nincs ilyen k , akkor az algoritmus jelezze ezt a tényt. Az algoritmus lépésszáma legyen $O(n \log n)$. (Két szám összehasonlítása, összeadása vagy szorzása egy lépésnek számít.)
8. Egy különböző egész számokat tartalmazó tömbben két elem akkor áll inverzióban, ha $i < j$, de $A[i] > A[j]$, vagyis a nagyobb szám megelőzi a kisebbet. (Például a 15 és a -3 inverzióban áll a 8, 15, 1, 10, -3 tömbben.)
 - (a) Hány inverzió van a 2, 5, 1, 10, 3 tömbben?
 - (b) Adjon triviális (brute-force) algoritmust az inverziók számának meghatározására! Mennyi ennek az algoritmusnak a lépésszáma?
 - (c) (★) Adjon $O(n \log n)$ lépésszámú algoritmust a feladatra.
(Segítség: próbáljuk meg meglovagolni az összefésüléssel rendezést.)